



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
3. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle C \frac{BM}{AN}) = -\frac{1}{4}$ .
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x - 4 = 0$$

$$\text{Ищем 2 корня} \rightarrow D > 0 \quad D = 4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$\text{Нули квадратного уравнения} > 0 \rightarrow \text{сводим к мен} > 0 \Rightarrow 4x^2 - 4 > 0$$

$$4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$4x^2 - 4 > 0$$

$$(2-x)(2+x) > 0 \quad \begin{matrix} -2 & + & 0 & - & 2 \\ - & & & & + \end{matrix} \quad x \in (-2; 2)$$

$$(x-1)(x+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & 0 & - & 0 & + \\ - & & & & - \end{matrix} \quad x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases} \begin{cases} a=40-b \\ (40-2b)(40-2b+15)=17p^5 \end{cases}$$

↑ : 2

Заметим, что  $17p^5$  должно делиться на 2, т.к.  $17/2 \Rightarrow p=2$ , но

решения в целых числах, крайнее  $2-2 \Rightarrow p=2$ , тогда

$$(20-b)(55-2b)=17 \cdot 2^5$$

$55-2b$  и  $20-b$  или  $55$ -кратное, а  $2b:2 \Rightarrow 20-b:2^4 \Rightarrow$

$$1) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=17 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=-17 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 38=2b \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ b=27 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=-17 \\ 20-b=-16 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=-2^4 \cdot 17 \\ b=28 \end{cases}$$

также  
поиск

при подстановке  
в оба уравнения и  
считаем  $b \in \mathbb{N}$

$$\boxed{b=36}$$

$$\boxed{a=4}$$

они не сходится,  
т.к.  $20-17 < 0$   
а  $2^4 \cdot 17 > 0$

$$\begin{cases} -1 \neq -2^4 \cdot 17 \\ \text{также по поиску} \\ \text{или } p=2 \end{cases}$$

Ответ:  $a=4; b=36$





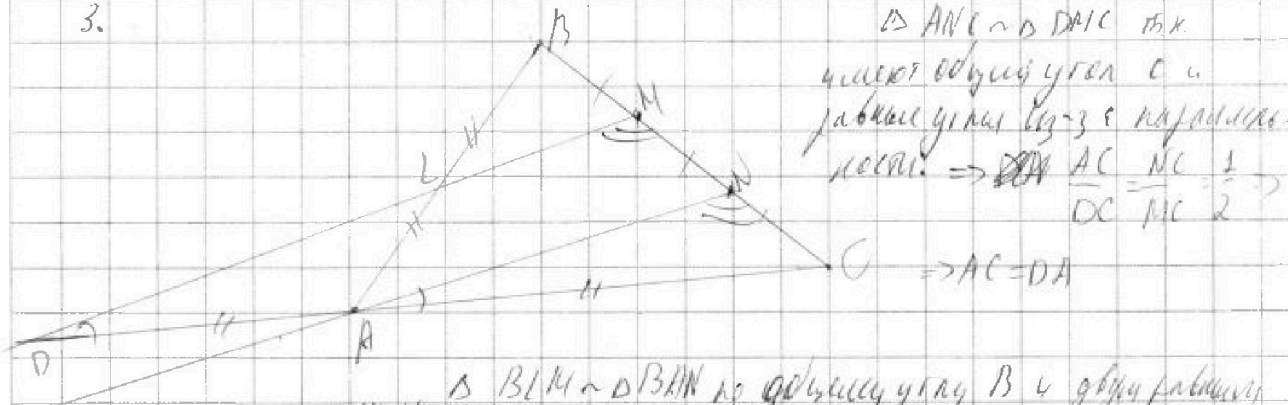
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$\triangle ANC \sim \triangle DAC$  т.к.  
имеют общий угол  $C$  и  
равные углы  $\angle ANC$  и  $\angle DAC$  -  
накрестные  $\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{NC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow AC = DA$

$\triangle BLM \sim \triangle BNM$  по общему углу  $B$  и двум равным  
углам  $\angle LBM$  и  $\angle MBN$  накрестные  $\Rightarrow BL = LN$ , т.к.  $AB = CD = 2BL = 2AC \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AD = BL = LN \Rightarrow \angle ADL = \angle LDA$  т.к.  
 $\angle LADL = \angle NAC$  - т.к.  $MD \parallel AN$  и  $DC$  - секущая  $\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = \frac{1}{4}$   
по теореме косинусов:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$

$$BC^2 = AB^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AB^2}{2}$$

$$144 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

Или так:  $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 шашки трех цветов

Представим шашки под номерами 1-8 4 пустую клетку как шашки  
№0.

4 шашки трех цветов единственная раскладка в ряд, т.е. раскла  
3 шашки можно единственным образом расложить в ряд.

Количество вариантов выбора первой тройки:  $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$

Количество вариантов выбора второй тройки:  $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$

4 оставшихся шашки 3 варианта раскладки в ряд:

красная шашка, две черные шашки и пустая клетка  
между ними.

Всего вариантов:  $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = \frac{8!}{4!} = 1680$

Ответ:  $\frac{8!}{4!} = 1680$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим дороги, как ребра, а деревки, как вершины в графе.

В из каждой деревки в другую можно добраться, причем по единственному маршруту  $\Rightarrow$  граф связный без циклов.

В связном графе без циклов на  $n$  вершинах  $n-1$  ребро.

Предположим, что в графе  $n$  ~~ребро~~<sup>вершин, т.е. деревки</sup>, тогда ребер  $n-1$ .

Так же количество ребер можно считать так:

$$\frac{x \cdot 1 + 3 + 4 + 5 + 7}{2}$$

$$\frac{x + 3 + 4 + 5 + 7}{2} = x - 1$$

$$x = 13$$

Ответ: 13 деревень.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\text{Реш: } \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-2 \geq -1 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq -2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$$

т.к.  $x$  и  $y$  - целые числа, то  $x+y$  - целое число  $\Rightarrow x+y$  может быть равно 1/2/3.

$$1) x+y=1 \Rightarrow x-1=-y$$

$$y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$$

$$2y(y-1) \leq 1$$

$$2y^2 - 2y - 1 \leq 0$$

$$\text{т.к. } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = 1, 0, -1 \Rightarrow 2y(y-1) \geq 1 \Rightarrow y < 1,5 \text{ из уравнения: } x+y \geq 1$$

можно считать, что тогда  $x > -0,5$  - наименьшее, наибольшее

целое число подходящее под условие - 0 при  $x=0$  по условию  $x+y=1$   $y$  будет равен 1.

$$2) x+y=1, \text{ тогда } 1-|x+y-2|=0 \Rightarrow \text{тогда } \sqrt{2x+2y-x^2-y^2}=1$$

$$2x+2y-x^2-y^2=1$$

$$2-x^2-y^2=1 \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2+(1-x)^2=1 \Rightarrow x^2+1-2x+x^2=1 \Rightarrow 2x^2-2x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-1)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & y=1 \\ x=1 & y=0 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$\begin{cases} x=1 & y=0 \\ x=0 & y=1 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$2) x+y=2 \quad x-1=y-1-y$$

$$(1-y)^2 + y^2 - 1 \leq 2$$

$$y^2 - 2y \leq 1$$

$$y^2 - 2y \leq 0$$

$$y(y-2) \leq 0$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

т.к.  $y$  - целое число  $y$  может быть равно 0/1/2.

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases} \text{ - при подстановке подходит } \sqrt{2+0-2^2-0^2} + \sqrt{1-|2+0-2|} = 1$$

$$y=1 \text{ - не подходит: } \sqrt{2+1-1^2-1^2} + \sqrt{1-|1+1-2|} \neq 1$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \text{ - подходит: } \sqrt{0+2-0^2-2^2} + \sqrt{1-|0+2-2|} = 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} x+y=3 \\ x-1=2-y \end{cases}$$

$$(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$2y^2 - 6y + 3 \leq 0$$

$$\left(y - \frac{6-2\sqrt{3}}{4}\right) \left(y - \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{6-2\sqrt{3}}{4} \quad \frac{6+2\sqrt{3}}{4} \end{array} \quad A=100 \quad \text{или } y=A \quad 2y^2 - 6y + 3 > 0$$

$$y \in \left[\frac{6-2\sqrt{3}}{4}; \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right] \quad y - \text{целое число. В промежутке како-$$

дится 2 целых числа: 1, 2, так  $\frac{6+2\sqrt{3}}{4} < 3$  ( $\sqrt{3} < 3$ ) и  $\frac{6-2\sqrt{3}}{4} > 0$

Если  $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$  при подстановке в уравнение:  $\sqrt{2-1+2-2-1-4} + \sqrt{2-1+2-2-1-4} = 1$

Если  $\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$  при подстановке в уравнение:  $\sqrt{2-1-2-2-1-4} + \sqrt{2-1-2-2-1-4} = 1$

Ответ: (0; 3), (2; 0), (2; 0), (0; 2), (2; 1), (1; 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

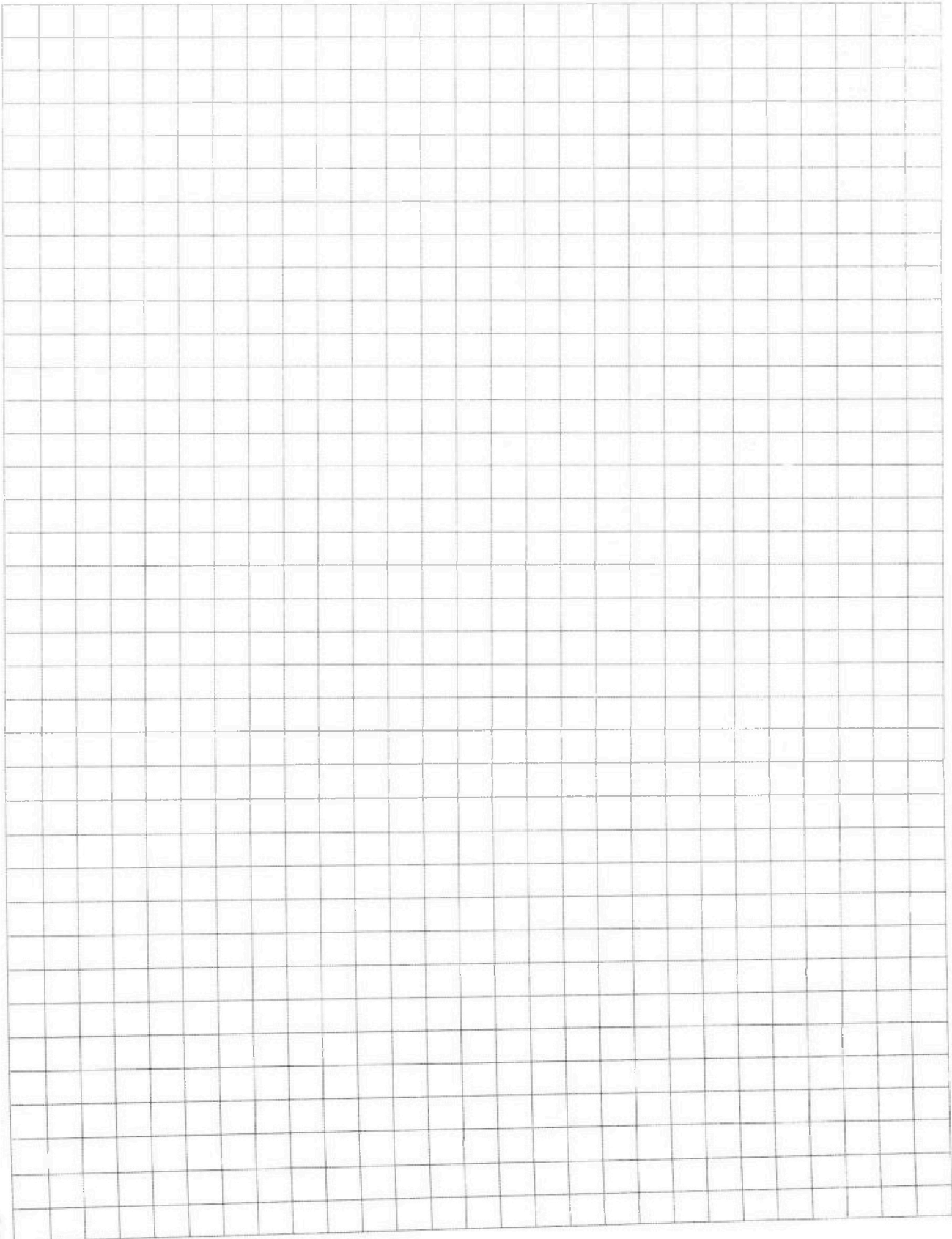
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Расставляем фигурки по возрастанию: 12345678 9 мест. 8 фигурок

Всего 3 группы карт. Заметим, что у каждой из групп может быть либо на первой карте либо на второй карте либо на третьей карте. Но тогда фигура 12345678 - на первой карте. У каждой из групп может быть либо на 3 карте либо на второй карте либо на первой карте.

0 1 2

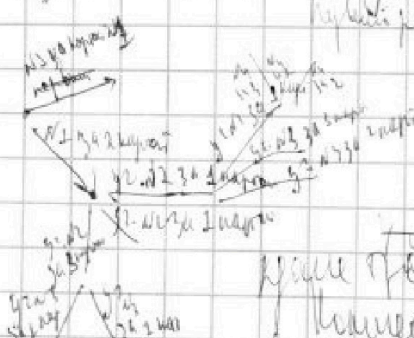
1 2 3

Заметим, что так же не может быть у каждой из групп и у каждой из групп 3 фигурки. Заметим, что так же не может быть у каждой из групп и у каждой из групп 2 фигурки.

Заметим, что если на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678, на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678.

Заметим, что если на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678, на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678.

Заметим, что если на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678, на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678.



123 012 013 020 021 024 025 030 031 034 035 040 041 044 045 050 051 054 055 060 061 064 065 070 071 074 075 080 081 084 085

Заметим, что если на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678, на первой карте, отличных от 12345678, на второй карте, отличных от 12345678, на третьей карте, отличных от 12345678.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \frac{8!}{4!} = 1680$$



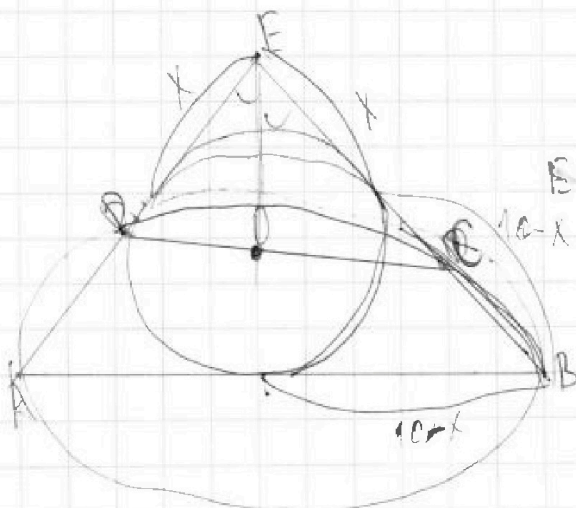
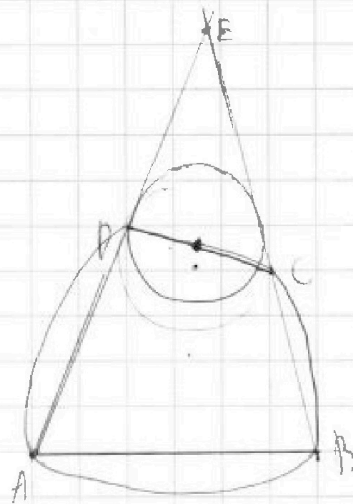
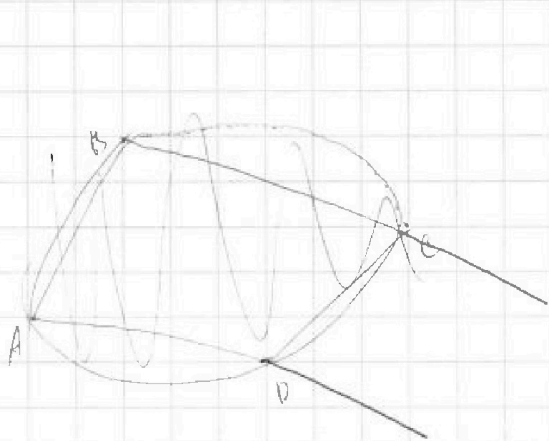


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$ED + DO = ?$$

$$BE = 10$$



6. Дуги - дуги дуги - дуги хорды при без центра  $x+4$  хорды

$$\frac{x-3 + 3+4+5+7 = x+4-1}{2}$$

$$x + 3 + 4 + 5 + 7 = 2x + 6$$

$$3 + 4 + 5 + 7 = x$$

$$19 = x$$

Внешней хорды  $x+4$  хорды  $x+4-1$  хорды

~~Внешней хорды~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.  $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x+y} = 1$  y=2, x=1

Обс.  $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-1 \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2-1 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(x+1)^2 - (y-1)^2 \geq 2 \\ x+y \leq 1 \\ x+y \geq 2 \end{cases}$

$(x+1)(y-1) = -x^2 - xy + 2x$   
 $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$   
 $-y^2 + xy + 1y = 2 - x^2 - y^2$   
 $1 = x^2 + y^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $x+y \leq 3$   
 $x+y \geq 1$

1)  $x+y=1 \quad x-1=-y$   
 $y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$   
 $2y(y-1) \leq 1$   
 $y \leq 1 \quad x \geq 0$   
тогда  $y=1 \quad x=0$

2)  $x+y=2 \quad x-1=y-1$   
 $(y-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $2(y-1)^2 \leq 2$   
 $(y-1)^2 \leq 1$   
 $y^2 - 2y \leq 0$   
 $y(y-2) \leq 0$   
 $y \in [0, 2]$   
 $y=0 \quad y=2$   
 $x=2 \quad x=1$

2).  $x+y=3 \quad x-1=2-y$   
 $(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $4-4y+y^2+y^2-2y+1 \leq 2$   
 $2y^2 - 6y + 3 \leq 0$

Реш. (2) / (3)  
 $y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$   
 $\frac{6-\sqrt{3}}{4} = 1,5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $(y = \frac{3+\sqrt{3}}{2}) \quad (y = \frac{3-\sqrt{3}}{2})$   
 Нет же целых решений  $-1 \leq 2$   
 $y=1 \quad y=2$   
 $x=2 \quad x=1$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 2$   
 $1+\sqrt{3} > 0$   
 $3-\sqrt{3} < 2$   
 $2 < 0$   
 $\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 4$   
 $\sqrt{3} > 1$   
 $\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 6$   
 $\sqrt{3} < 1$

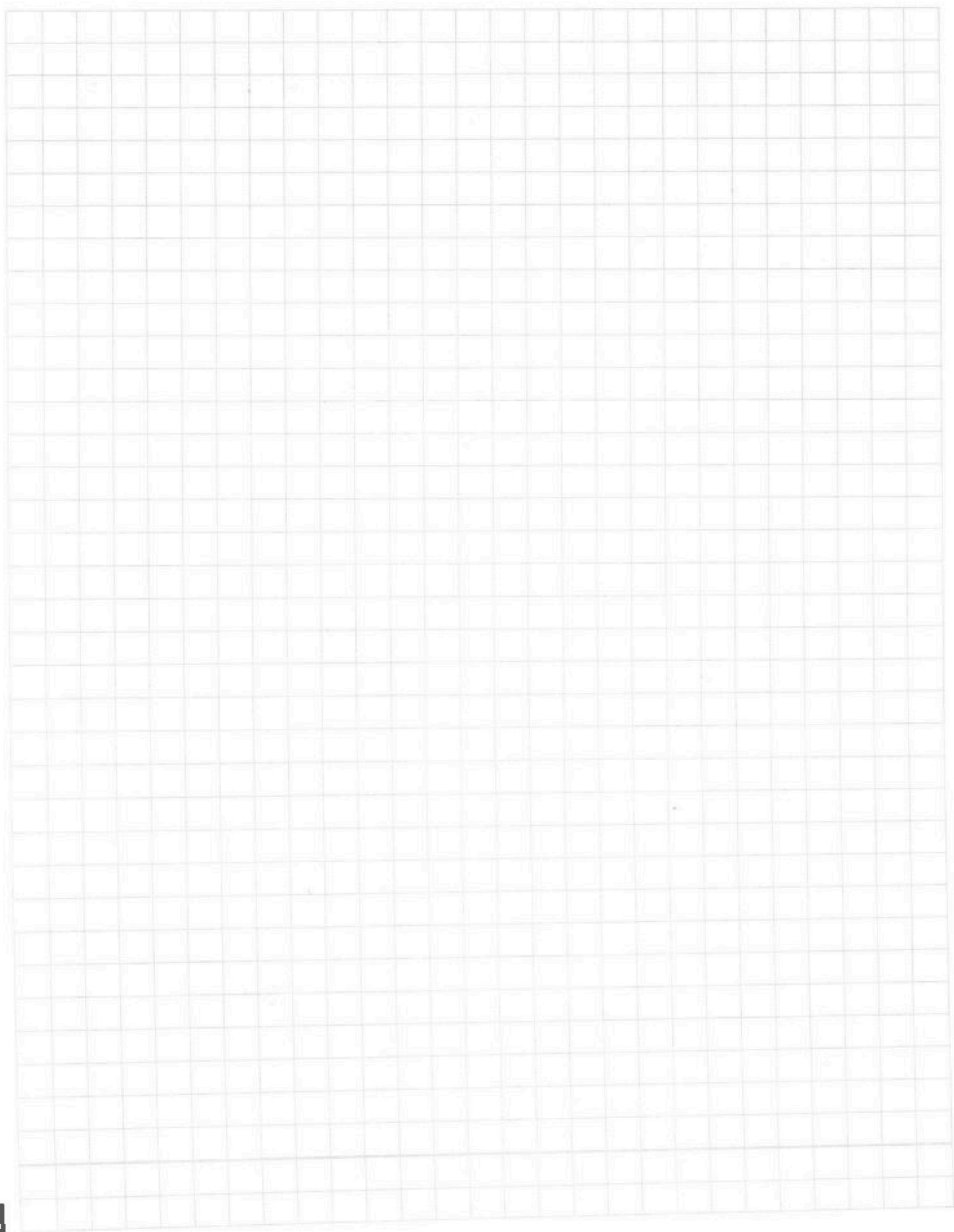


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







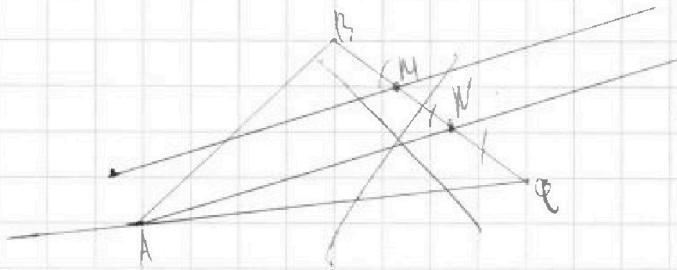
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

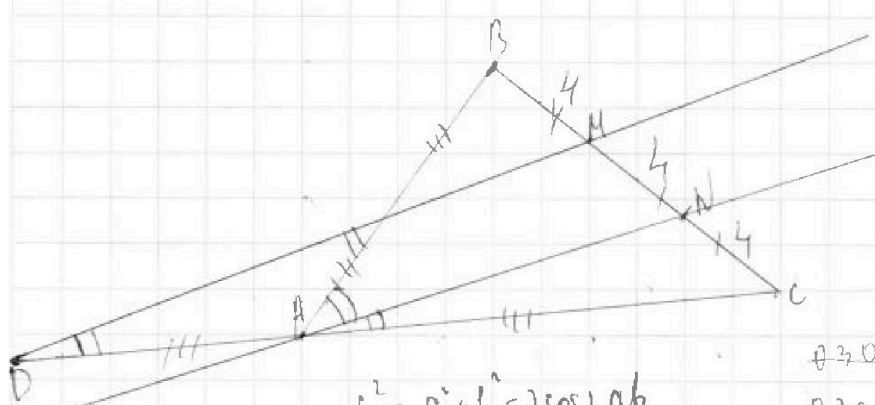
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$\cos 0 = 1$        $\cos x = \sin(90-x)$        $\cos x = \cos(180-x)$



$AB = CD$   
 $BC = 12$   
 $\angle CAN = 150$   
 $\angle CAN > 45$   
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$

$\frac{x}{\sin 60} = \frac{21}{\sin 150}$   
 $\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\sin 150 = \frac{1}{2}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$

$BC^2 = AN^2 + \left(\frac{AN}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AN}{2}$

$144 = \frac{1}{4} AN^2$

$144 = \frac{AN^2 + AB^2}{4} + \frac{AN^2}{4} = \frac{AN^2 + AB^2}{2}$

$288 = AN^2 + AB^2$

$5 \cdot 4 = 5AB^2$

$144 = \frac{AN^2 + AB^2}{4} + \frac{AN^2}{4} = \frac{AN^2 + AB^2}{2}$

$288 = 3AN^2$

$AN^2 = 96$

$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\sin$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	-1

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$        $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$        $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x^2 = 3x^2 + 4x^2 = 5x^2 + 15$   
 $x^2 = 1x^2 - 6x$   
 $96 = 3 \cdot 32 = 3 \cdot 16 \cdot 2$   
 $(4\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2 + \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{6} = 2 \cdot 16 \cdot 16 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 24 = 16 \cdot 6 + 6 \cdot 4 = 96 \cdot 24 = 6 \cdot 6 \cdot 4$   
 $C = 8 \cdot 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4t^2 - 4 = 0 \quad - \text{главн. и мин. корни} \quad x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2) = x^2 + x(-x_2-x_1) + x_1x_2 \quad \boxed{4t^2 - 4 > 0}$$

$$D > 0 \quad D = 4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}t$$

$$12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$x_1x_2 = 4t^2 - 4$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

$$-\sqrt{3} < t < \sqrt{3}$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$(t-2)(t+2) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$t \in (-2, 2)$$

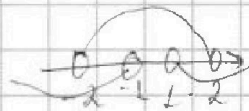
$$4t^2 - 4 > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\begin{cases} t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ t \in (-2, 2) \end{cases} \Rightarrow t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$



2.  $a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$   $p$ -простое число  $a=40-b$

$$a+b=40$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5 \quad \begin{cases} a+b=40 \Rightarrow a=40-b \\ a-b=40-2b \end{cases} \Rightarrow (40-2b)(40-2b+15) = 17p^5$$

$$a=40-b$$

$$2(20-b)(55-2b) = 17p^5$$

записали 170  $17p^5$  делим на 2, т.к. 17 крз не делится  $\Rightarrow p:2$ , но единички не  
имеем, значит делим на 2-2.  $\Rightarrow p=2$ . Тогда

$$2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^5$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$$

$$55-2b \geq 2 \cdot 2^4 \cdot x \quad 55 \text{ не делит, а } 2^4 \text{ - да} \Rightarrow 20-b \geq 2^4 \Rightarrow 20-b \geq 16 \quad \begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ a=40-b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28=2b \\ b=14 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ b=27 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=16 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=17 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b=16 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=17 \\ b=19 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=17 \\ b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=16 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ b=27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=19 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\boxed{b=26 \quad a=4}$$