



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
3. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle C \frac{BM}{AN}) = -\frac{1}{4}$ .
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x - 4 = 0$$

$$\text{Ищем 2 корня} \rightarrow D > 0 \quad D = 4 - 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\text{Нули свободных членов} > 0 \rightarrow \text{свободный член} > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0$$

$$4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$4x^2 - 4 > 0$$

$$(2-t)(2+t) > 0 \quad \begin{matrix} -2 & + & 0 & - & 2 \\ - & & & & + \end{matrix} \quad t \in (-2; 2)$$

$$(t-1)(t+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & 0 & - & 0 & + \\ - & & & & - \end{matrix} \quad t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases} \begin{cases} a=40-b \\ (40-2b)(40-2b+15)=17p^5 \end{cases}$$

$$\uparrow : 2$$

Заметим, что  $17p^5$  должно делиться на 2, т.к.  $17/2 \Rightarrow p=2$ , но

решения в виде простого числа, крайнее  $2-2 \Rightarrow p=2$ , тогда

$$(20-b)(55-2b)=17 \cdot 2^5$$

$55-2b$  и  $20-b$  или  $55$ -кратное, а  $2b:2 \Rightarrow 20-b:2^4 \Rightarrow$

$$1) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=17 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=-17 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 38=2b \\ b=4 \end{cases} \text{ - также допустимо } \quad \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ b=27 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=-17 \\ 20-b=-16 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=-2^4 \cdot 17 \\ b=28 \end{cases}$$

При подстановке  
в оба уравнения и  
считаем  $b \in \mathbb{N}$

они не сходится,  
т.к.  $20-17 < 0$   
а  $2^4 \cdot 17 > 0$

$-1 \neq -2^4 \cdot 17$   
т.к. не сходится  
или  $b$

$$\boxed{b=36}$$

$$\boxed{a=4}$$

Ответ:  $a=4; b=36$





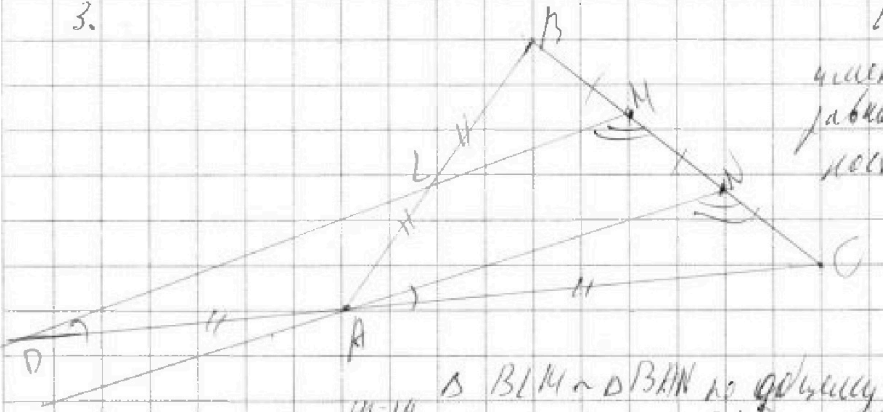
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$\triangle ANC \sim \triangle DAC$  т.к.  
имеют общий угол  $C$  и  
равные углы  $\angle ANB$  и  $\angle DAC$  —  
касательные  $\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{NC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow AC = DA$

$\triangle BLM \sim \triangle ALM$  по общему углу  $B$  и двум равным  
углам  $\angle LMB$  и  $\angle MAL$  — касательные  $\Rightarrow BL = LA$ , т.к.  $AB = CD = 2BL = 2AC \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AD = BL = LA \Rightarrow \angle ADL = \angle LDA$  т.к.

$\angle LADL = \angle NAC$  — т.к.  $MD \parallel AN$  и  $DC$  — секущая  $\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = \frac{1}{4}$

по теореме косинусов:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$

$$BC^2 = AB^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AB^2}{2}$$

$$144 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

Или так:  $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 шашки трех цветов

Представим шашки под номерами 1-8 4 пустую клетку как шашки  
№0.

4 шашки трех цветов единственно образом в ряд, т.е. посередине  
3 шашки можно единственно образом рассадить в ряд.

Количество вариантов выбора первой тройки:  $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$

Количество вариантов выбора второй тройки:  $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$

4 оставшихся шашек <sup>4! = 24</sup> 3 варианта рассадки в ряд:

после пустой клетки, до пустой клетки и после пустой  
клетки шашки.

Всего вариантов:  $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = \frac{8!}{4!} = 1680$

Ответ:  $\frac{8!}{4!} = 1680$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим дороги, как ребра, а деревки, как вершины в графе.

В из каждой деревки в другую можно добраться, причем по единственному маршруту  $\Rightarrow$  граф связный без циклов.

В связном графе без циклов на  $n$  вершинах  $n-1$  ребро.

Предположим, что в графе  $n$  ~~ребро~~<sup>вершин, т.е. деревки</sup>, тогда ребер  $n-1$ .

Так же количество ребер можно считать так:

$$\frac{x \cdot 1 + 3 + 4 + 5 + 7}{2}$$

$$\frac{x + 3 + 4 + 5 + 7}{2} = x - 1$$

$$x = 13$$

Ответ: 13 деревень.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\text{Реш: } \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-2 \geq -1 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq -2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$$

т.к.  $x$  и  $y$  - целые числа, то  $x+y$  - целое число  $\Rightarrow x+y$  может быть равно 1/2/3.

$$1) x+y=1 \Rightarrow x-1=-y$$

$$y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$$

$$2y(y-1) \leq 1$$

$$2y^2 - 2y - 1 \leq 0$$

$$\text{т.к. } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = 1, 0 \Rightarrow 2y(y-1) \geq 1 \Rightarrow y < 1,5 \text{ из неравенства: } x+y \geq 1$$

можно считать, что тогда  $x > -0,5$  - наименьшее, наибольшее

целое число подходящее под условие - 0 при  $x=0$  по условию  $x+y=1$   $y$  будет равен 1.

$$2) x+y=1, \text{ тогда } 1-|x+y-2|=0 \Rightarrow \text{тогда } \sqrt{2x+2y-x^2-y^2}=1$$

$$2x+2y-x^2-y^2=1$$

$$2-x^2-y^2=1 \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2+(1-x)^2=1 \Rightarrow x^2+1-2x+x^2=1 \Rightarrow 2x^2-2x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-1)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & y=1 \\ x=1 & y=0 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$\begin{cases} x=1 & y=0 \\ x=0 & y=1 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$2) x+y=2 \quad x-1=y-1-y$$

$$(1-y)^2 + y^2 - 1 \leq 2$$

$$y^2 - 2y \leq 1$$

$$y^2 - 2y \leq 0$$

$$y(y-2) \leq 0$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

т.к.  $y$  - целое число  $y$  может быть равно 0/1/2.

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases} \text{ - при подстановке подходит } \sqrt{2+0-2^2-0^2} + \sqrt{1-|2+0-2|} = 1$$

$$y=1 \text{ - не подходит: } \sqrt{2+1-1^2-1^2} + \sqrt{1-|1+1-2|} \neq 1$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \text{ - подходит: } \sqrt{0+2-0^2-2^2} + \sqrt{1-|0+2-2|} = 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} x+y=3 \\ x-1=2-y \end{cases}$$

$$(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$2y^2 - 6y + 3 \leq 0$$

$$\left(y - \frac{6-2\sqrt{3}}{4}\right) \left(y - \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{6-2\sqrt{3}}{4} \quad \frac{6+2\sqrt{3}}{4} \end{array} \quad A=100 \quad \text{или } y=A \quad 2y^2 - 6y + 3 > 0$$

$y \in \left[\frac{6-2\sqrt{3}}{4}; \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right]$   $y$  - целое число. В промежутке како-

дится 2 целых числа: 1, 2, так  $\frac{6+2\sqrt{3}}{4} < 3$  ( $\sqrt{3} < 3$ ) и  $\frac{6-2\sqrt{3}}{4} > 0$

Если  $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$  при подстановке в уравнение:  $\sqrt{2-1+2-2-1-4} + \sqrt{2-1+2-1-2} = 1$

Если  $\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$  при подстановке в уравнение:  $\sqrt{2-1-2-2-1-4} + \sqrt{2-1-2+1-2} = 1$

Ответ: (0; 3), (2; 0), (2; 0), (0; 2), (2; 1), (1; 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

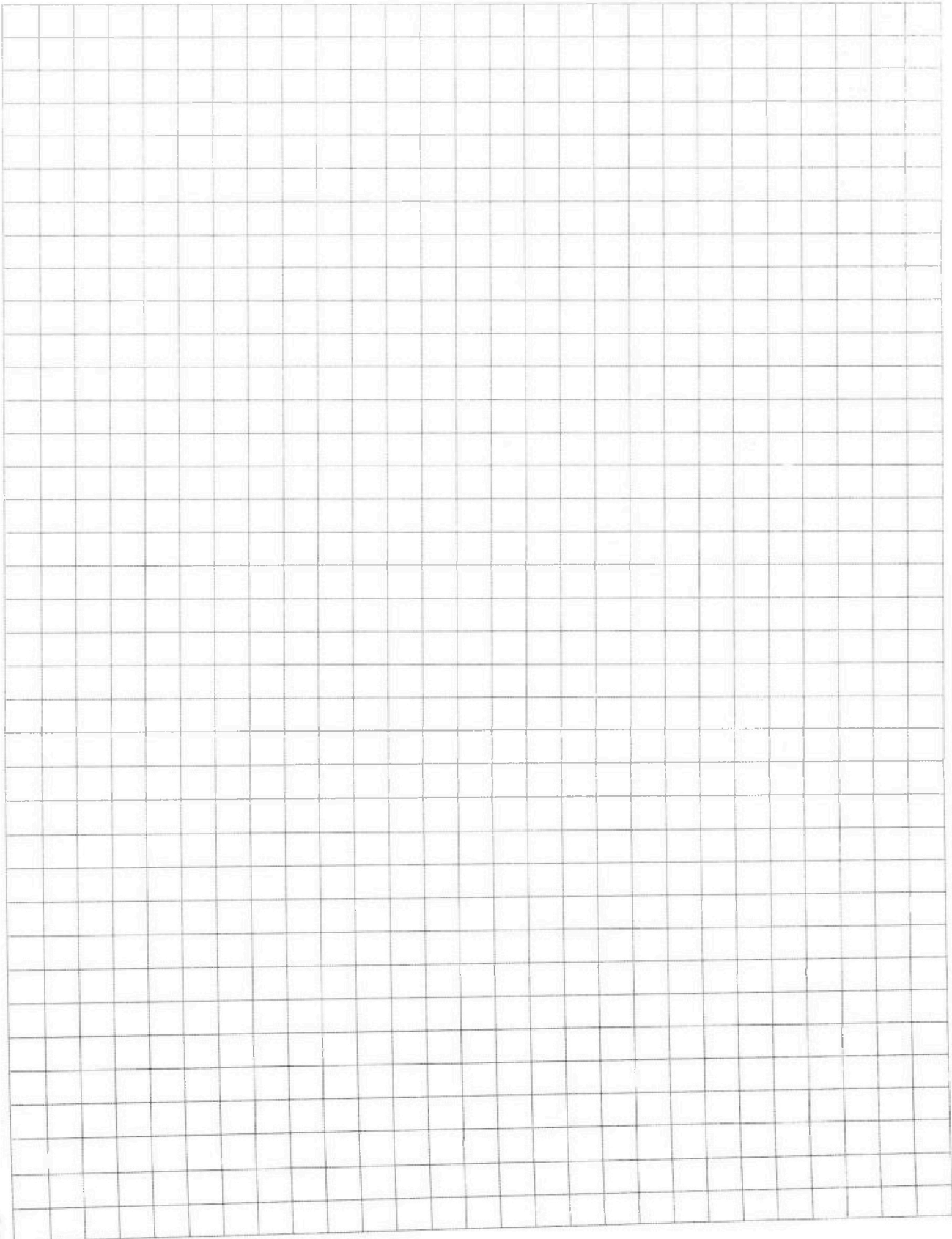
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Расставляем фигурки по возрастанию: 12345678 9 мест. 8 фигурок

Всего 3 группы карт. Заметим, что ушки и 1 место могут быть на первой карте либо на второй карте, но тогда фигура 1000 - нулевая карта. У ушки и 1 место могут быть на 3 карте либо на второй карте, но в этом случае фигура 1000 карта.

0 1 2

1 2 3

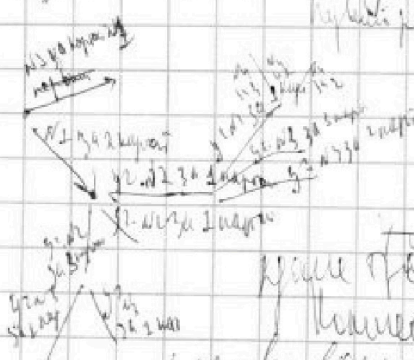
Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на второй карте. Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте.

Фигурки могут быть на первой, отделив от 1000, или второй, отделив от 1000, или третьей, отделив от 1000. Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте.

Заметим, что если у 1000 не будет первой, второй и третьей фигурки, то карта будет нулевой. Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте.

Если у 1000 не будет первой, второй и третьей фигурки, то карта будет нулевой. Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте.

Составим таблицу:



123	012	013	023	014	015	016	012024
134	145	139					
0 1 1							
1							

Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте. Заметим, что так же не может быть у ушки и 1 место на третьей карте.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \frac{8!}{4!} = 1680$$



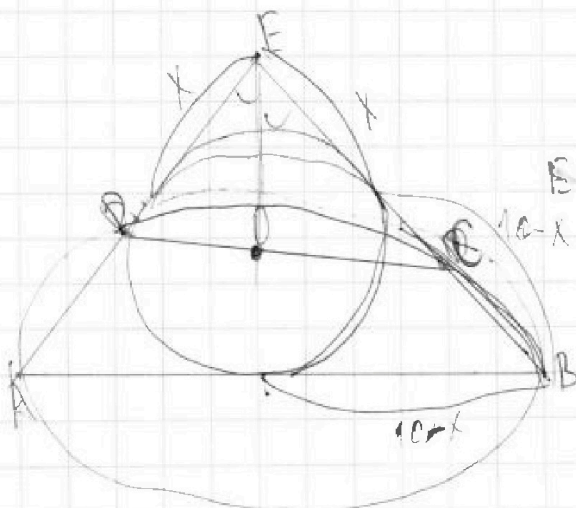
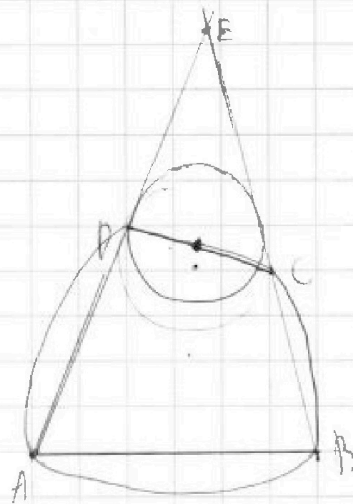
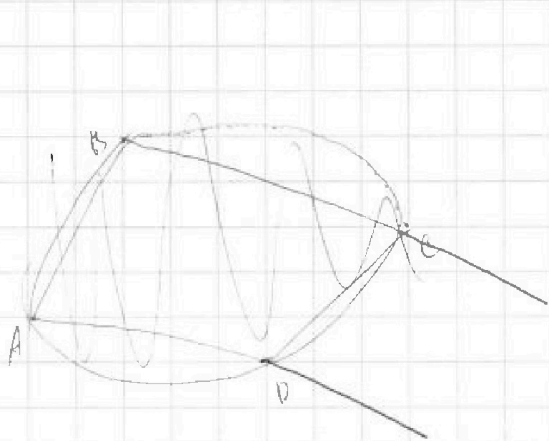


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED + DO = ?$   
 $BE = 10$



6. Вспомогательная дуга - вспомогательная хорда, проходящая через центр сферы. Пусть  $x$  и  $y$  - радиусы,  $z$  - хорда.

$$\frac{x^2 + 3 + 4 + 5 + 7 = x + 4 - 1}{2}$$

$$x^2 + 3 + 4 + 5 + 7 = 2x + 6$$

$$3 + 4 + 5 + 7 = x$$

$$19 = x$$

Вспомогательная дуга - вспомогательная хорда, проходящая через центр сферы. Пусть  $x$  и  $y$  - радиусы,  $z$  - хорда.

~~Вспомогательная дуга - вспомогательная хорда, проходящая через центр сферы. Пусть  $x$  и  $y$  - радиусы,  $z$  - хорда.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.  $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x+y} = 1$  y=2, x=1

Обс.  $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-1 \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2-1 \geq 2 \\ -(x+1)^2 - (y-1)^2 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$

$(x+y-1)(-x) = -x^2 - xy + 2x$   
 $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$   $-y^2 + 2y + 1$   $2-x^2-y^2=1$   
 $1 = x^2+y^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $\begin{cases} x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$

1)  $x+y=1 \quad x-1=-y$   
 $y^2+y^2-2y+1 \leq 2$   
 $2y(y-1) \leq 1$   
 $y \leq 1 \quad x \geq 0$

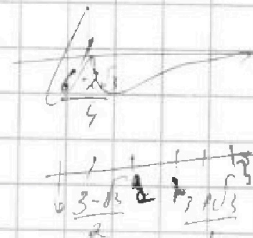
2)  $x+y=2 \quad x-1=y-1$   
 $(y-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $2(y-1)^2 \leq 2$   
 $(y-1)^2 \leq 1$   
 $y^2-2y \leq 0$   
 $y(y-2) \leq 0$

тогда  $y=1 \quad x=0$

2).  $x+y=3 \quad x-1=2-y$   
 $(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$   
 $4-4y+y^2+y^2-2y+1 \leq 2$   
 $2y^2-6y+3 \leq 0$

Реш. (2) / (3)  
 $y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$   
 $\frac{6-\sqrt{3}}{4} = 1,5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$(y - \frac{3+\sqrt{3}}{2}) (y - \frac{3-\sqrt{3}}{2})$   
 Нет хс убоих решений  $-1 \leq 2$   
y=1, x=2 y=2, x=1



$\begin{cases} 3+\sqrt{3} > 2 \\ 1+\sqrt{3} > 0 \\ 3-\sqrt{3} < 2 \\ 2 < 0 \end{cases}$   
 $\begin{cases} 3+\sqrt{3} > 4 \\ \sqrt{3} > 1 \\ 3+\sqrt{3} < 6 \\ \sqrt{3} < 2 \end{cases}$

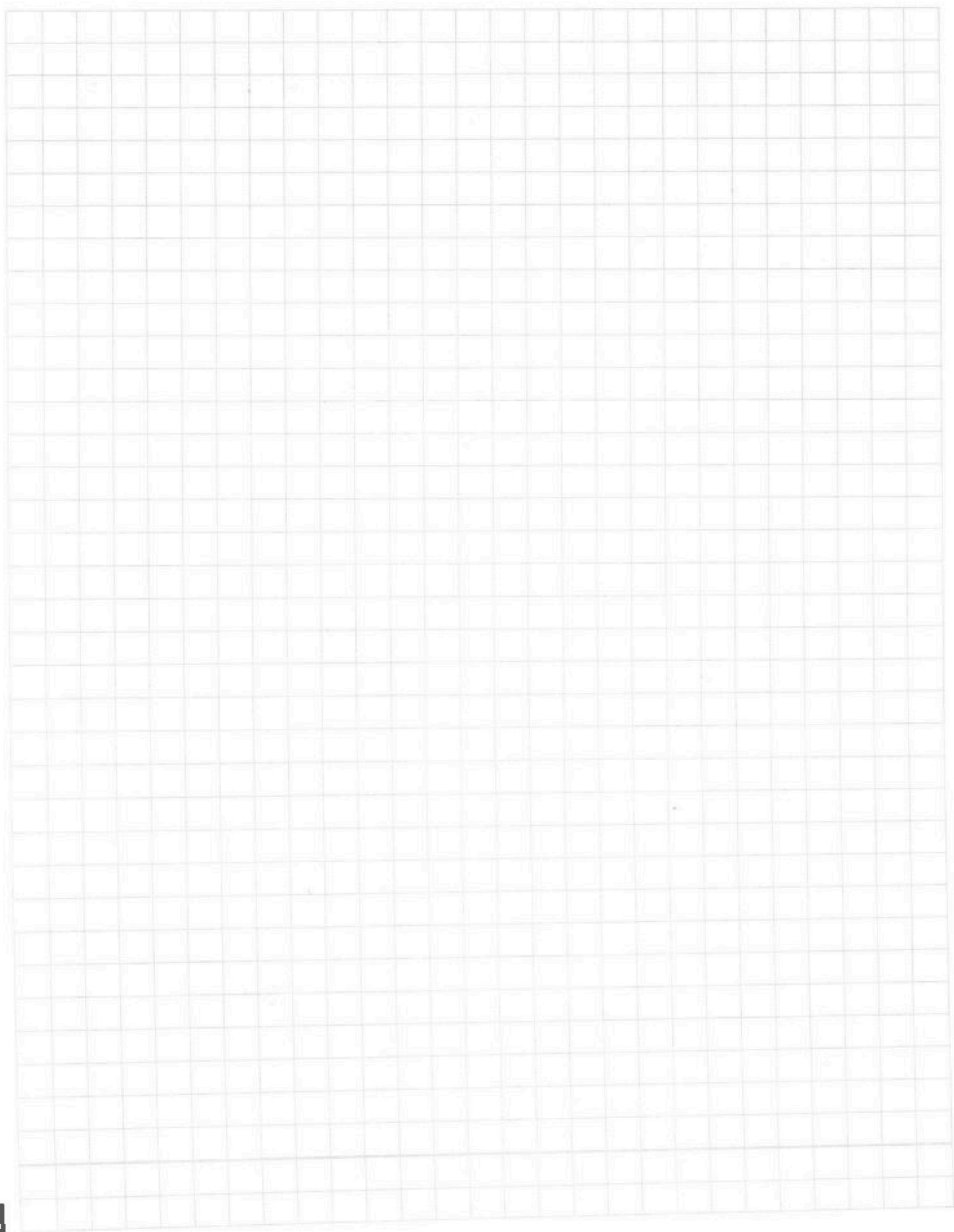


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!









На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x^2 - 4 = 0 \quad - \text{глав. и. мин. корни} \quad x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2) = x^2 + x(-x_2-x_1) + x_1x_2 \quad \boxed{4x^2 - 4 > 0}$$

$$D > 0 \quad D = 4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}x$$

$$12x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$x_1 x_2 = 4x^2 - 4$$

$$16 - 4x^2 > 0$$

$$- \sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

$$4 - x^2 > 0$$

$$(x-2)(x+2) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$x \in (-2, 2)$$

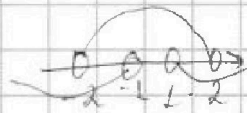
$$4x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x-1)(x+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ x \in (-2, 2) \end{cases} \Rightarrow x \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$



2.  $a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \quad p$ -простое число  $a=61$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5 \end{cases} \begin{cases} a+b=40 \Rightarrow a=40-b \\ a=40-b \end{cases} \begin{cases} a=40-b \\ (40-2b)(40-2b+15) = 17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=40-b \\ 2(20-b)(55-2b) = 17p^5 \end{cases}$$

записали 170  $17p^5$  делится на 2, т.к. 17 кратно 2 не делится  $\Rightarrow p:2$ , но единственное простое число  $p$  делится 2-2.  $\Rightarrow p=2$ . Тогда

$$2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^5$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$$

$$\begin{cases} 55-2b \geq 2 \cdot 2^4 \cdot x \\ 20-b \geq 2^4 \end{cases} \begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b=17 \end{cases} \begin{cases} b=19 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b=17 \end{cases} \begin{cases} b=19 \\ b=3 \end{cases} \begin{cases} b=19 \\ b=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b=16 \end{cases} \begin{cases} b=19 \\ b=4 \end{cases} \begin{cases} b=4 \\ b=36 \end{cases} \quad \boxed{b=36 \quad a=4}$$