



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 = -2x$$~~

рассмотрим случаи  
1)  $x - 1 = x$   
2)  $x = \sqrt{3} - 1 = x$   
3)  $x = -\sqrt{3} - 1$

$$a_3 = a_1 + 2b = \begin{cases} 1) 0 \\ 2) 3\sqrt{3} \\ 3) -3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x + 2x)^2 = \begin{cases} 1) 1 \\ 2) 4 \\ 3) 4 \end{cases}$$

$$a_9 = a_1 + 8b = 3x^2 = \begin{cases} 1) 3 \\ 2) 12 - 6\sqrt{3} \\ 3) 12 + 6\sqrt{3} \end{cases}$$

возможна

$$\begin{cases} 1) a_1 + 2b = 0 \\ a_1 + 4b = 1 \\ a_1 + 8b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0,5 \\ a_1 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2) a_1 + 2b = 3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 - 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

$x = -1$   
подходит

$$\begin{cases} 3) a_1 + 2b = -3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 + 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 + 3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

подходит

Ответ:  $X = \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1, \dots, a_5$  члены прогрессии

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 \quad a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_3 = a_1 + 8b = 3x^2$$

$$3a_5 - 2a_3 = 3a_1 + 12b - (2a_1 + 8b) = a_1 + 4b = a_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a_5 - 2a_3 = a_3 \Rightarrow 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ подставив в } x \text{ значение } x = -1 \text{ получим}$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow \text{это уравнение: на } (x - (-1)) = x + 1 \text{ (по т. Безу)}$$

разделим многочлен

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

подставим в уравнение  $x^3 + 3x^2 - 2$   
значение  $x = -1$

$$\text{получа } -1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 : x + 1$$

разделим

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 + 0x \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

получим что

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x + 1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 (x + 1 + \sqrt{3}) (x + 1 - \sqrt{3}) = 0$$

$$x = \{-1, \pm\sqrt{3} - 1\}$$

$$x \in \{-1, -1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}\}$$

проверим подставляем их  $x$  подставляем их в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3 \Rightarrow |3x-9y| \leq 9$$

$$|3x-y| \leq 1 \Rightarrow |9x-3y| \leq 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x-3y - (x-3y) \leq 3+3=6$$

$$\Downarrow$$

$$8x \leq 6$$

$\Downarrow$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |3x-y| \leq 1 \\ |3x-9y| \leq 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow 3x-y - (3x-9y) \leq 1+9=10$$

$$8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{5}{4} \end{array} \right\}$$

$$\Downarrow$$

$$4y+8x \leq 11$$

тогда подставим  $x = \frac{3}{4}$   $y = \frac{5}{4}$   $4y+8x = 11$

$$|x-3y| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x-y| = |1| = 1 \leq 1$$

$$|a| \leq m$$

$$|b| \leq n$$

то  $a-b \leq m+n$ , это всегда т.к.

максим. значение  $a-b$  при  $(\max a)$  и  $(\min b)$ , но  $(\max a = m)$  и  $(\min b = -n) \Rightarrow \max(a-b) = m+n$   
 $\Rightarrow m+n \geq a-b$

$\Rightarrow$  // наибольшее значение  $\Rightarrow$  Ответ: 11



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

остаток четным  $2) (m+n)(m+n-9) = 13p^2$

$$m \cdot n (m+n-3) = 75q^2$$

заменим, что если  $p \nmid 2$  то  $p^2 \pmod 4 = 1 \Rightarrow 13p^2 \pmod 4 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m \cdot n (m+n-9) \equiv 1 \pmod 4$  тогда  ~~$m \equiv 1, 3$~~   $m \equiv 1, 3$ , если  $m$

$$k \equiv 1 \pmod 4 \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod 4$$

$$k \equiv 2 \pmod 4 \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod 4$$

$$k \equiv 3 \pmod 4 \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod 4$$

$$k \equiv 0 \pmod 4 \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod 4$$

проверяем  $\Rightarrow p=2 \Rightarrow k^2(k-9) = 252 \Rightarrow$

$$\Rightarrow k^2 - 9k - 52 = 0 \quad D = 81 + 208 = 289 = 17^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{9 \pm 17}{2} \quad 13; -4 \quad \text{но } m, n \text{ натуральны} \Rightarrow$$

$\Rightarrow m \cdot n = k \text{ натуральны} \Rightarrow k > 0$

$$m+n=13 \quad m=13-n$$

$$(13-n) \cdot n \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow (13n - n^2) \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$$

$$\Rightarrow 13n - n^2 = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-10) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \{3; 10\}$$

$$\Rightarrow m = \{10; 3\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  Ответ:  $(m; n) = (10; 3)$   
 $(m; n) = (3; 10)$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn \cdot (n+m-3)$$

рассмотрим 2 случая

$$1) A = 75q^2 \quad B = 13p^2 \quad 2) B = 75q^2 \quad A = 13p^2$$

пусть  $m+n = k$   $m \cdot n = r$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \Rightarrow k(k-9) = 75q^2 \Rightarrow 75q^2 : 3 \Rightarrow k(k-9) : 3$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} k:3 \\ k-9:3 \end{cases} \Rightarrow k:3 \Rightarrow m+n:3$$

~~$m+n:3 = (m+n-3):3 \Rightarrow mn \cdot (m+n-3):3 \Rightarrow$~~

$$\Rightarrow 13p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$$

$p$  - простое

$$m+n:3 = (m+n-9):3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9):3^2 = 75q^2 : 9 \Rightarrow q^2 : 25 : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q:3 \Rightarrow q = 3$$

$q$  - простое

возьмем  $(m+n)(m+n-9) = 6 \cdot 75 \Rightarrow k^2 - 9k - 675 = 0 \Rightarrow D = 81 + 2700 = 2781$

~~$k = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2} = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2}$~~

~~$k = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow k = \frac{234}{8 \pm 3\sqrt{309}}$~~

если взять

$k^2 - 2k$

$$m+n = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow m = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} - n \Rightarrow$$

или натуральное то в первом случае  $k$  разность между натуральными числами натуральна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме косинусов ~~в~~  $\triangle AYZ$  где  $\angle ZYA$   
если  $\angle AYZ = \alpha$  то  $64 + 36 - 2 \cos \alpha \cdot 48 = 36 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 96 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

по теореме косинусов в  $\triangle BZM$  т.к.  $\angle BZM = \angle AYZ = \alpha$

$$\text{то } 24^2 + 12^2 - 2 \cos \alpha \cdot 24 \cdot 12 = a^2 \Rightarrow 576 + 144 - 384 = a^2 =$$
$$= 336 = a^2 \Rightarrow a = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2BM = 2a = 8\sqrt{21}$$

ответ:  $8\sqrt{21}$

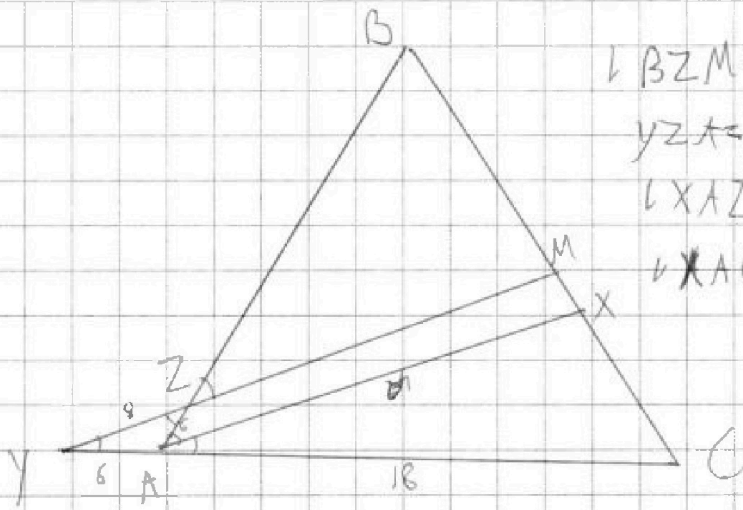


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle BZM = \angle YZA$  вертикаль  
 $\angle YZA = \angle XAZ$  параллельно  
 $\angle XAZ = \angle XAC$  - вертикаль  
 $\angle XAC = \angle MUC$  - параллельно

$\angle YAZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle YAZ$  равнобедрен  $\Rightarrow AZ = AY = 6$

используем  $BM = 0$   
 $AX = b$

ищем  $\triangle XCA \sim \triangle MUY$  по 2 углам

$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{AX}{YM} =$  ( $\angle YMC = \angle XAC$  параллельно  
 $\angle MYC = \angle XAC$ )

$BM = MC = a$

$= \frac{CX}{a} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4}a$

$\angle BZM = \angle BAM$

$\Rightarrow \triangle BMZ \sim \triangle BXA \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{ZM}{AX} \Rightarrow$

$\angle BMZ = \angle XA$  параллельно

$\Rightarrow \frac{a}{BM + (CM - CX)} = \frac{a}{2a - \frac{3}{4}a} = \frac{a}{\frac{5}{4}a} = \frac{4}{5} = \frac{BZ}{BZ + 6} = \frac{ZM}{b} \Rightarrow$

$\Rightarrow BZ = 24 \quad ZM = \frac{4}{5}b \Rightarrow \frac{b}{\frac{4}{5}b + 8} = \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{4}{5}b + 8 = \frac{4}{3}b \Rightarrow b = 15 \Rightarrow ZM = 12$

$\Rightarrow \frac{1}{5}b = 15 \Rightarrow b = 75 \Rightarrow ZM = 12$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$\sqrt{x} \sqrt{y} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$  ~~еще  $|x| \neq |y|$   ~~$|x| > |y|$~~   $\Rightarrow x$~~

1) Если  $|x| > |y| \Rightarrow x^4 - y^4 > 0, x^2 - y^2 > 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0 \Rightarrow 0 > 0$

2)  $|y| > |x| \Rightarrow x^4 - y^4 < 0, x^2 - y^2 < 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} < 0 \Rightarrow 0 < 0$

и 2) не противоречит  $\Rightarrow |x| = |y|$  и  $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow x = y \geq 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = \sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5$$

$\sqrt{x+1} = a, \sqrt{6-x} = b \Rightarrow \begin{cases} a-b+5=2ab \\ 2ab+5=a^2+b^2 \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1} \end{cases}$   
 $b = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow \frac{a+5}{2a+1} = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow$   
 $a \geq 0, b \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{7-a^2} \cdot (2a+1) = a+5$  ~~можно возвести в квадрат~~  
 $(7-a^2)(4a^2+1+4a) = a^2+25+10a$

$$\Rightarrow 7 - 4a^4 - a^2 - 4a^3 - a^2 - 25 - 10a + 10 + 28a^3 + 28a = 0$$

$$4a^4 + 4a^3 + 28a^3 - 26a^2 - 18a + 18 = 0$$

$$2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 9 = 0 \quad \text{можно } \begin{matrix} \cdot 2: a \\ \cdot 2: a \end{matrix}$$

$$2(x+1)^2 + 2x(x+1) - (x+1)3 - 9\sqrt{x+1} + 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего углов  $9 \times 9 = 81$  давайте возьмем и  
выберем сначала 1 а потом второй способ  
нам сделать  $81 \cdot 80$ , но вли почитаем каждый  
способ 2 раза т.к можно было из каждого  
угла выбрать 2 способа  $\Rightarrow$  всего способов  $81 \cdot 80$

$= 81 \cdot 40$ . но всего квадратов можно повернуть  
3 раза и не учитывать что для способа есть 3 дру  
гие пары, но вернем  $\Rightarrow$  всего способов разницы  
 $\frac{81 \cdot 40}{4} = 81 \cdot 10 = 810$ . заметим что раскраски

где белые углы симметричны относительно  
центров симметрии имеют лишь 1 вариант поворачивания  
и мы считаем что 3  $\Rightarrow$  всего раскрасок разниц  $810 + 2 \cdot X$

где  $X$  кол во раскрасок где белые углы симм. заметим  
т.к. при симметрии 1 угол второй у симм находится сразу  
рядом  $X = 81 - 1$  (1 - центр клетки)  $\Rightarrow$  ~~810~~ в ответе

$$810 + 2 \cdot 80 = 970 \quad \text{Ответ: } 970$$

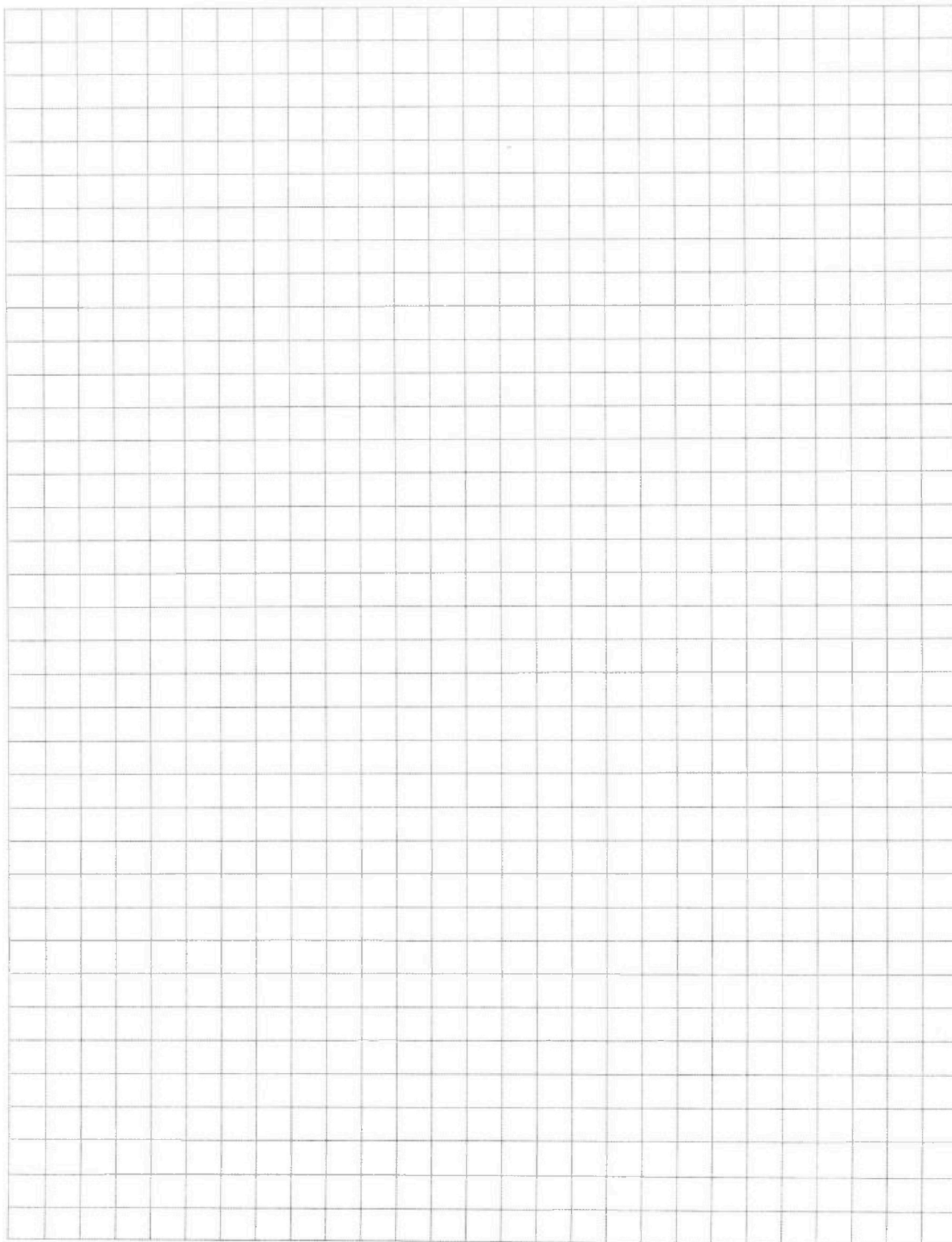


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7-a^2} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{7-a^2}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

2a

0

$$2x^2 - 5 =$$

$$-5 = 16z + 108 \quad (x+1)(6-x) = 6-x^2+5x$$

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$$

$$\frac{2x-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}}$$

$$+5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

$$16z + 54 = 117 + 9 - 27$$

$$ab \pm (a+b) = a^2 + b^2$$

$$\frac{-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}}$$

25

$$+5 =$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{x+1}$$

128

$$a^2 - b^2 - 5a + b = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}$$

15

$$+5 =$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} =$$

156

$$= \frac{2x-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}} + 5 = \sqrt{(x+1)(6-x)}$$

39.4

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2a^2 - 6a + 17$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6-x$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

10

$$36 + 120 = 172$$

$$5+a = 2ab + b + 5$$

$$5+a = \sqrt{2-a^2} (1720)$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{5 + \sqrt{x+1}}{1 + 2\sqrt{x+1}}$$

$$b \cdot a = \frac{5+a}{1+2a}$$

$$\frac{5+a}{1+2a}$$

$$25 + a^2 + 10a = 7 - a^2 + 14a + 19a$$

$$b = \sqrt{7-a^2}$$

$$25 + a^2 + 10a - 7 + a^2 = 19a^2 - 1 - 19a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

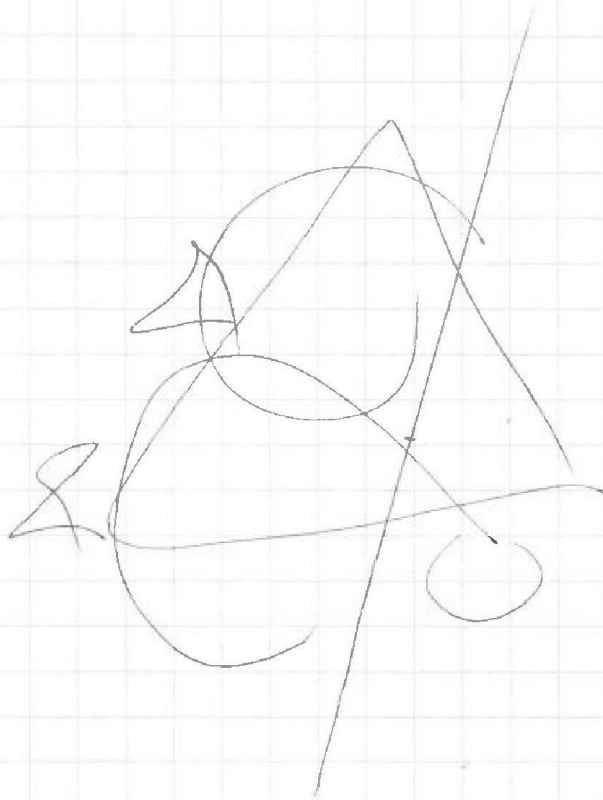
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





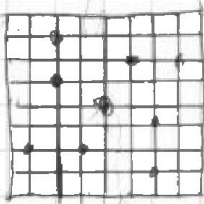
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} \leq 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2$$

~~81~~ ~~83~~  $\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 = 81 \cdot 19 = 810$

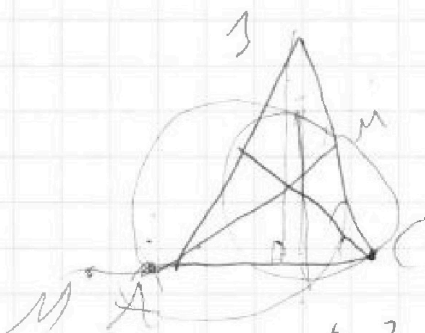
80

90

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 3 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$810 + 20x + 80 = 9 - 0 \quad |^2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \geq -5$$



$$\sqrt{6-y} - \sqrt{x+1} \leq 5$$

$$\sqrt{6-y} \leq 5 + \sqrt{x+1}$$

$$6-y \leq 25 + x + 1 + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$-y - 20 \leq x + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$x + 10\sqrt{x+1} + 20 + y \geq 0$$

1 2 ~~95~~

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+b, a+2b, \dots \quad 278/10$$

$$a+2b = 3x+3 \quad 309$$

$$a+4b = (x^2+2x)^2 = (x+2)^2 \cdot x^2 = x^4 + 4x^2 + 4x^3$$

$$a+8b = 3x^2$$

$$\left. \begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) \cdot 2 \\ 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 &= 2 \cdot (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) \\ 3x^4 + 12x^2 + 12x^3 - 6x - 6 &= 3x^2 \end{aligned} \right\} 2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$2x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 - 2 = 2$$

$$x = -1$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 3x^2 \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 \quad -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x+1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 2 \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \end{array} \quad D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

YALX

~~X~~

$(x-3y) \leq 3$  2ES

$x = -\varphi y k$

$(3x-y) \leq 1$  480

$k^2 - 9k - 90 = 0$

$\frac{1}{3}y$

3V

$k \cdot (k-9) = 75\varphi^2$

$mn \cdot (k-3) = 13p^2$

$k; 3 \Rightarrow P=3 \Rightarrow \varphi=3$

$ky - 3y \in -3; 3$

$|x-3y| \leq 3$

$|9x-3y| \leq 3$  86

$3ky - 9y \in -1; 1$

$8x \leq 6$

$|3x-9y| \leq 9$

$x \leq \frac{3}{4}$

$|3x-y| \leq 1$

13.72

~~x+y~~  $y+y$

$\frac{3}{9} - \frac{15}{4} = -\frac{12}{4}$

$y = \frac{8}{9} \quad x = \frac{3}{9}$

$8y \leq 10$

$y \leq \frac{5}{4}$

$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$

$k^2 - 9k - 52 = 0$

D=

$A = (m+n)^2 - (m+n) \cdot 9$

$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \end{matrix}$

$A = (m+n) \cdot (m+n-9)$

13p<sup>2</sup>

$B = mn \cdot (m+n-3)$

75q<sup>2</sup>

$\left. \begin{matrix} k \cdot k-1 & 4,0 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{matrix} \right\} 3$

$\begin{cases} m:3 \\ n:3 \end{cases}$

p=2

$13 \cdot 4 = (m+n) \cdot (m+n-9)$

$k \cdot k - 9 = 52$

52