



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 = -2x$$~~

рассмотрим случаи
 1) $x - 1 = x$
 2) $x = \sqrt{3} - 1 = x$
 3) $x = -\sqrt{3} - 1$

$$a_3 = a_1 + 2b = \begin{cases} 1) 0 \\ 2) 3\sqrt{3} \\ 3) -3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x + 2x)^2 = \begin{cases} 1) 1 \\ 2) 4 \\ 3) 4 \end{cases}$$

$$a_9 = a_1 + 8b = 3x^2 = \begin{cases} 1) 3 \\ 2) 12 - 6\sqrt{3} \\ 3) 12 + 6\sqrt{3} \end{cases}$$

возможна

$$\begin{cases} 1) a_1 + 2b = 0 \\ a_1 + 4b = 1 \\ a_1 + 8b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0,5 \\ a_1 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2) a_1 + 2b = 3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 - 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

$x = -1$
не подходит

$$\begin{cases} 3) a_1 + 2b = -3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 + 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 + 3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

не подходит

Ответ: $X = \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1, \dots, a_5 члены прогрессии

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 \quad a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_3 = a_1 + 8b = 3x^2$$

$$3a_5 - 2a_3 = 3a_1 + 12b - (2a_1 + 8b) = a_1 + 4b = a_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a_5 - 2a_3 = a_3 \Rightarrow 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ подставив в } x \text{ значение } x = -1 \text{ получим}$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow \text{это уравнение: на } (x - (-1)) = x + 1 \text{ (по т. Безу)}$$

разделим многочлен

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 2x - 2 \\ - 2 \end{array}$$

подставим в уравнение $x^3 + 3x^2 - 2$
значение $x = -1$

$$\text{получа } -1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 : x + 1$$

разделим

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 + 0x \\ + 2x \\ - 2 \end{array}$$

найдем что

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)^2 \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 (x+1+\sqrt{3}) (x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$x = \{-1, \pm\sqrt{3}\}$$

$$x \in \{-1, -1+\sqrt{3}, -1-\sqrt{3}\}$$

проверим подставляем их x подставляем их в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3 \Rightarrow |3x-9y| \leq 9$$

$$|3x-y| \leq 1 \Rightarrow |9x-3y| \leq 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x-3y - (x-3y) \leq 3+3=6$$

$$\Downarrow$$

$$8x \leq 6$$

\Downarrow

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |3x-y| \leq 1 \\ |3x-9y| \leq 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow 3x-y - (3x-9y) \leq 1+9=10$$

$$8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$

$$x \leq \frac{3}{4} \quad y \leq \frac{5}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$4y+8x \leq 11$$

тогда подставим $x = \frac{3}{4}$ $y = \frac{5}{4}$ $4y+8x = 11$

$$|x-3y| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x-y| = |1| = 1 \leq 1$$

$$|a| \leq m$$

$$|b| \leq n$$

то $a-b \leq m+n$, это всегда т.к.

максим. значение $a-b$ при $(\max a)$ и $(\min b)$, но $(\max a = m)$ и $(\min b = -n) \Rightarrow \max(a-b) = m+n$
 $\Rightarrow m+n \geq a-b$

\Rightarrow // наибольшее значение \Rightarrow Ответ: 11



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

остаток четным $2) (m+n)(m+n-9) = 13p^2$

$$m \cdot n (m+n-3) = 75q^2$$

заменим, что если $p \nmid 2$ то $p^2 \pmod{4} = 1 \Rightarrow 13p^2 \pmod{4} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m \cdot n (m+n-9) \equiv 1 \pmod{4}$ тогда ~~$m \equiv 1, 3 \pmod{4}$~~ $m \equiv 1, 3 \pmod{4}$, если m

$k \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod{4}$

$k \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod{4}$

$k \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod{4}$

$k \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod{4}$

проверяем $\Rightarrow p=2 \Rightarrow k^2(k-9) = 252 \Rightarrow$

$\Rightarrow k^2 - 9k - 52 = 0 \quad D = 81 + 208 = 289 = 17^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{9 \pm 17}{2} \quad 13; -4$ но m, n натуральны \Rightarrow
 $\Rightarrow m \cdot n = k$ натуральны $\Rightarrow k > 0$

$m+n=13 \quad m=13-n$

$(13-n) \cdot n \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow (13n - n^2) \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$

$\Rightarrow 13n - n^2 = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-10) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow n = \{3; 10\}$

$\Rightarrow m = \{10; 3\} \Rightarrow$

\Rightarrow Ответ: $(m, n) = (10; 3)$
 $(m, n) = (3; 10)$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn \cdot (n+m-3)$$

рассмотрим 2 случая

$$1) A = 75q^2 \quad B = 13p^2 \quad 2) B = 75q^2 \quad A = 13p^2$$

пусть $m+n = k$ $m \cdot n = r$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \Rightarrow k(k-9) = 75q^2 \Rightarrow 75q^2 : 3 \Rightarrow k(k-9) : 3$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} k:3 \\ k-9:3 \end{cases} \Rightarrow k:3 \Rightarrow m+n:3$$

~~$$mn(m+n-3) = 13p^2$$~~

$$m+n:3 = (m+n-3):3 \Rightarrow mn \cdot (m+n-3):3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$$

p - простое

$$m+n:3 = (m+n-9):3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9):3^2 \Rightarrow 75q^2 : 9 \Rightarrow q^2 : 25 : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q:3 \Rightarrow q = 3$$

q - простое

возьмем $(m+n)(m+n-9) = 675 \Rightarrow k^2 - 9k - 675 = 0 \Rightarrow D = 81 + 2700 = 2781$

~~$$mn(m+n-3) = 13p^2$$~~

$$k = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2} = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2}$$

~~$$k = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow k = \frac{234}{8 \pm 3\sqrt{309}}$$~~

если взять

$$k^2 - 9k$$

$$m+n = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow m = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} - n \Rightarrow \text{если одно из}$$

них натуральное то второе не является натуральным числом



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме косинусов ~~в~~ $\triangle AYZ$ где $\angle ZYA$
если $\angle AYZ = \alpha$ то $64 + 36 - 2 \cos \alpha \cdot 48 = 36 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 96 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

по теореме косинусов в $\triangle BZM$ т.к. $\angle BZM = \angle AYZ = \alpha$

$$\text{то } 24^2 + 12^2 - 2 \cos \alpha \cdot 24 \cdot 12 = a^2 \Rightarrow 576 + 144 - 384 = a^2 =$$
$$= 336 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2BM = 2a = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$

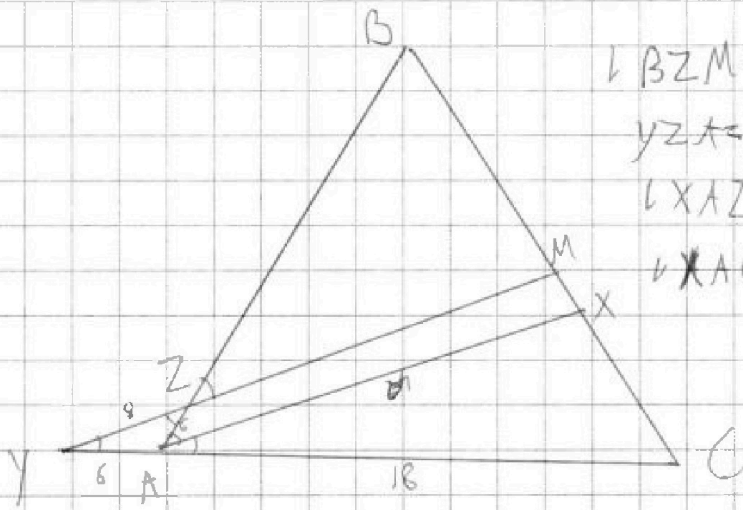


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle BZM = \angle YZA$ вертикаль
 $\angle YZA = \angle XAZ$ параллельно
 $\angle XAZ = \angle XAC$ - вертикаль
 $\angle XAC = \angle MUC$ - параллельно

$\angle YAZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle YAZ$ равнобедрен $\Rightarrow AZ = AY = 6$

нужно $BM = ?$

$AX = 6$

надо $\triangle XCA \sim \triangle MUY$ по 2 углам

$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{AX}{YM} = \frac{6}{6+18} = \frac{1}{4}$ ($\angle YMC = \angle XAC$ - параллельно, $\angle MUC = \angle XAC$)

$BM = MC = a$

$= \frac{CX}{a} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4}a$

$\angle BZM = \angle BAM$

$\Rightarrow \triangle BMZ \sim \triangle BXA \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{ZM}{AX} \Rightarrow$

$\angle BMZ = \angle XA$ - вертикаль

$\Rightarrow \frac{a}{BM + (CM - CX)} = \frac{a}{2a - \frac{3}{4}a} = \frac{a}{\frac{5}{4}a} = \frac{4}{5} = \frac{BZ}{BZ + 6} = \frac{ZM}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow BZ = 24 \quad ZM = \frac{4}{5}BZ = \frac{4}{5} \cdot 24 = \frac{96}{5} = 19.2$

$\Rightarrow \frac{1}{5}BZ = 4.8 = \frac{12}{5} \Rightarrow BZ = 15 \Rightarrow ZM = 12$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$\sqrt{x} \sqrt{y} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$ ~~еще $|x| \neq |y|$ ~~$|x| > |y|$~~~~

1) Если $|x| > |y| \Rightarrow x^4 - y^4 > 0, x^2 - y^2 > 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0 \Rightarrow 0 > 0$

2) $|y| > |x| \Rightarrow x^4 - y^4 < 0, x^2 - y^2 < 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} < 0 \Rightarrow 0 < 0$

и 2) противоречит $\Rightarrow |x| = |y|$ и $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow x = y \geq 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = \sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5$$

$\sqrt{x+1} = a, \sqrt{6-x} = b \Rightarrow \begin{cases} a-b+5=2ab \\ 2ab+5=a^2+b^2 \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1} \end{cases}$
 $b = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow \frac{a+5}{2a+1} = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow$
 $a \geq 0, b \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{7-a^2} \cdot (2a+1) = a+5$ ~~можно возвести в квадрат~~
 $(7-a^2)(4a^2+1+4a) = a^2+25+10a$

$\Rightarrow 7 - 4a^4 - a^2 - 4a^3 - a^2 - 25 - 10a + 10 + 28a^3 + 28a = 0$

$4a^4 + 4a^3 + 28a^3 - 26a^2 - 18a + 18 = 0$

$2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 9 = 0$ ~~можно $\cdot 2$ умножить $a: 2$~~

$2(x+1)^2 + 2x(1+\sqrt{x+1}) - (x+1)3 - 9\sqrt{x+1} + 9 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего углов $9 \times 9 = 81$ давайте возьмем и
выберем сначала 1 а потом второй способ
нам сделать $81 \cdot 80$, но вли почитаем каждый
способ 2 раза т.к можно было из каждого
угла выбрать 2 способа \Rightarrow всего способов $81 \cdot 80$

$= 81 \cdot 40$. но всего квадратов можно повернуть
3 раза и не учитывать что для каждого есть 3 дру
гие пары, но вернем \Rightarrow всего способов разницы
 $\frac{81 \cdot 40}{4} = 81 \cdot 10 = 810$. заметим что раскраски

где белые углы симметричны относительно
центров симметрии имеют лишь 1 вариант поворачивания
и мы считали что 3 \Rightarrow всего раскрасок разниц $810 + 2 \cdot X$

где X кол во раскрасок где белые углы симм. заметим
т.к. при симметрии 1 угол второй у симм находится сразу
рядом $X = 81 - 1$ (1 - центр клетки) \Rightarrow ~~810~~ в ответе

$$810 + 2 \cdot 80 = 970 \quad \text{Ответ: } 970$$

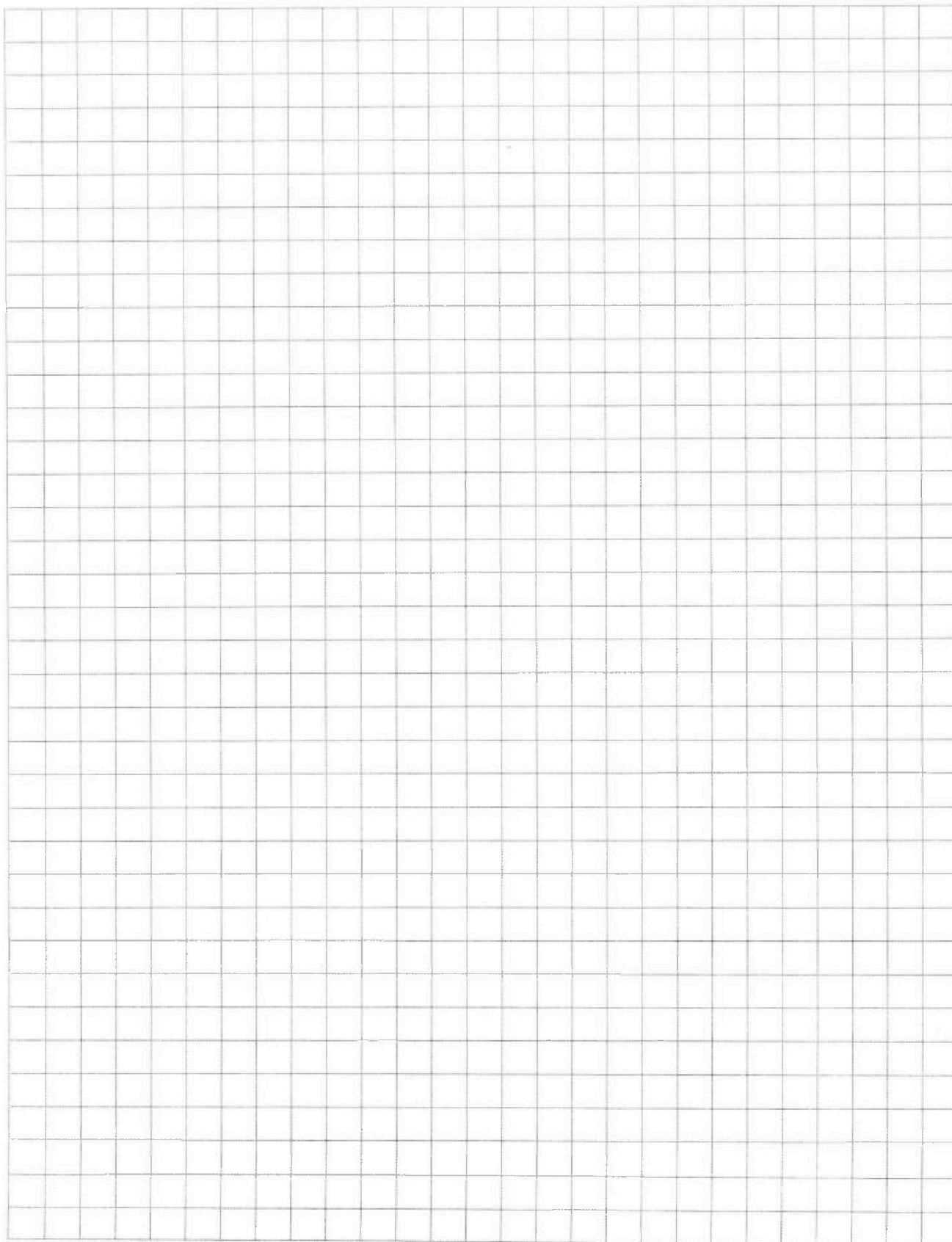


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7-a^2} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{7-a^2}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

2a

0

$$2x^2 - 5 =$$

$$-5 = 16z + 108 \quad (x+1)(6-x) = 6-x^2+5x$$

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$$

$$\frac{2x-5}{\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}} + 5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

$$ab \pm (a+b) = a^2 \pm b^2$$

$$\frac{-5}{\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}} + 5 = \frac{2x-5}{\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$a^2 - b^2 - 5a + b = a^2 - b^2$$

$$\frac{2x-5}{\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2a^2 - 6a + 17$$

$$\sqrt{6-x} \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6-x$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$36 + 12a = 17a$$

$$5+a = 2ab + b = 5a$$

$$5+a = \sqrt{2-a^2} \cdot (17a)$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{5+\sqrt{x+1}}{17\sqrt{x+1}}$$

$$b \cdot a = \frac{5+a}{17a}$$

$$25+a^2+10a = 7-a^2+17a$$

$$b = \sqrt{7-a^2}$$

$$25+a^2+10a - 7+a^2 = 17a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

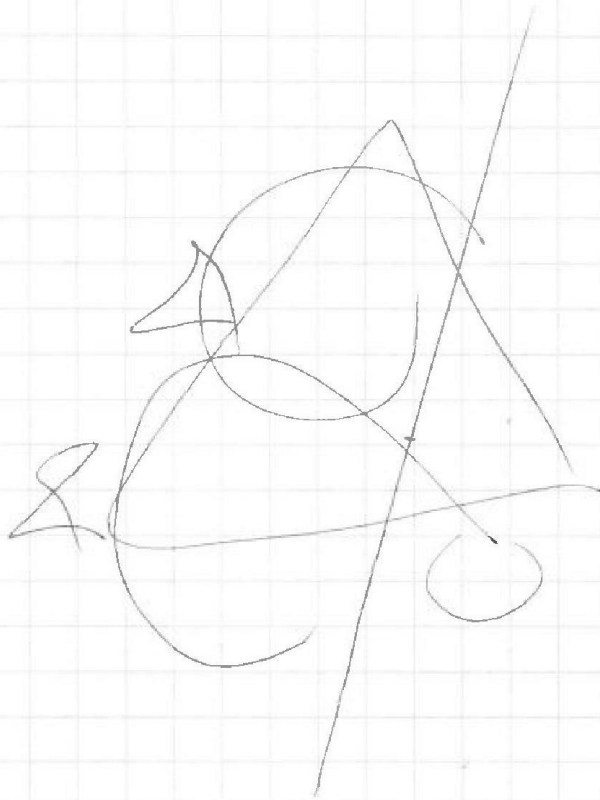
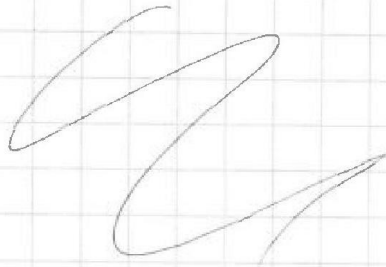
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



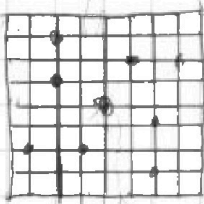
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} \leq 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2$$

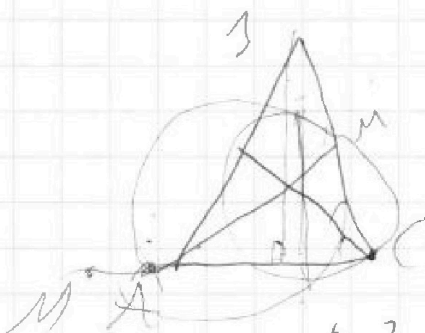
~~81~~ ~~80~~ $\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 = 81 \cdot 19 = 810$

80
90

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 3 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$810 + 20x + 80 = 9 - 0 \quad | \cdot 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \geq -5$$



$$\sqrt{6-y} - \sqrt{x+1} \leq 5$$

$$\sqrt{6-y} \leq 5 + \sqrt{x+1}$$

$$6-y \leq 25 + x + 1 + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$-y - 20 \leq x + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$x + 10\sqrt{x+1} + 20 + y \geq 0$$

1 2 95

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+b, a+2b, \dots \quad 278/10$$

$$a+2b = 3x+3 \quad 309$$

$$a+4b = (x^2+2x)^2 = (x+2)(x)^2 = x^4+4x^2+4x^3$$

$$a+8b = 3x^2$$

$$\left. \begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= (x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \cdot 2 \\ 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 &= 2 \cdot (x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \\ 3x^4 + 12x^2 + 12x^3 - 6x - 6 &= 3x^2 \end{aligned} \right\} 2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$2x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 - 2 = 2$$

$$x = -1$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 3x^2 \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 \end{array} \quad -2x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 2 \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \end{array} \quad D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \quad 15\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$Y \geq X$

$X \leq 2$

$|x-3y| \leq 3$ ~~2ES~~

$x = -\varphi y k$

$|3x-y| \leq 1$ ~~480~~

$k^2 - 9k - 90 = 0$

$\frac{1}{3}y$

$3y$

$k \cdot (k-9) = 75 \varphi^2$

$mn \cdot (k-3) = 13p^2$

$k; 3 \Rightarrow P=3 \Rightarrow \varphi=3$

$ky - 3y \in -3; 3$

$|x-3y| \leq 3$

$|9x-3y| \leq 3$ ~~86~~

$3ky - 9y \in -1; 1$

$8x \leq 6$

$|3x-9y| \leq 9$

$x \leq \frac{3}{4}$

$|3x-y| \leq 1$

13.72

$x + 2$

$y + y$

$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{12}{4}$

$y = \frac{8}{4} \quad x = \frac{3}{4}$

$8y \leq 10$

$y \leq \frac{5}{4}$

$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$

$k^2 - 9k - 52 = 0$

~~D~~

$A = (m+n)^2 - (m+n) \cdot 9$

0 1 2 3 4 0
3 0 1 2 3 0

~~0~~ ~~0~~

$A = (m+n) \cdot (m+n-9)$

~~13p^2~~

$B = mn \cdot (m+n-3)$

~~75q^2~~

$k \cdot k-1 \quad 4, 0$
 $\left. \begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \right\}$

3.

$\begin{cases} m:3 \\ n:3 \end{cases}$

$p=2$

$13 \cdot 4 = (m+n) \cdot (m+n-9)$

$k \cdot k - 9 = 52$

52