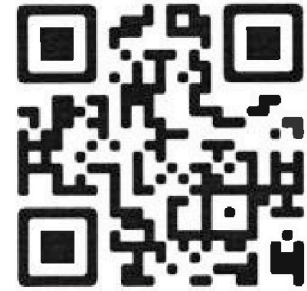




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 15



- [3 балла] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4x^2 - (4a + 8)x + a^2 + 4a = 0$ имеет два действительных корня, которые отличаются ровно в 5 раз?
- [5 баллов] Дан треугольник ABC такой, что $AB = 30$, $BC = 24$, $AC = 18$. На стороне BC отмечено последовательно 23 точки: B_1, B_2, \dots, B_{23} так, что эти точки разбивают BC на 24 единичных отрезка. Аналогично, на стороне AC отмечено последовательно 17 точек: A_1, A_2, \dots, A_{17} так, что эти точки разбивают AC на 18 единичных отрезков. Сколько существует треугольников с площадью 11 и вершинами, которые выбираются из точек $A, A_1, A_2, \dots, A_{17}, B, B_1, B_2, \dots, B_{23}, C$?
- [4 балла] AH – высота равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). Точка M – середина стороны AB . Из точки M опущен перпендикуляр MK на сторону AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AH = MK$, и $AK = 5$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из пяти подряд идущих натуральных чисел, выбираются четвёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из четвёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 240$.
- [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC площади 80 вписан в окружность с центром O , а AA_1 , BB_1 и CC_1 – его высоты. Найдите площадь треугольника BOA_1 , если площади треугольников COB_1 и AOC_1 равны 12 и 20 соответственно.
- [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{a^3}{b} - 2ab = 4, \\ \frac{b^3}{a} - 3ab = 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Компания владеет тремя заводами, производящими некоторые приборы. Затраты на поддержание заводов в рабочем состоянии везде одинаковы, а вот затраты непосредственно на производство продукции разные. Выпуск q ($q \in \mathbb{N}$) приборов в месяц потребует на первом заводе $2q^2$ тыс.руб., на втором заводе $2q^2 + 2q$ тыс.руб., и на третьем $2q^2 - q$ тыс.руб. Каждый завод может выпускать до 100 приборов в месяц. Как нужно распределить производство продукции между заводами, чтобы за месяц выполнить с наименьшими затратами заказ на 250 приборов?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - (4a+8)x + a^2 + 4a = 0$$

Пусть первый корень: $x_1 = t \Rightarrow$ второй корень $x_2 = 5t$

~~4t^2 - (4a+8)t + a^2 + 4a = 0~~

$$x_2 = 5t \Rightarrow 100t^2 - (4a+8) \cdot 5t + a^2 + 4a = 0 \quad \ominus$$

$$4t^2 - (4a+8)t - 100t^2 + 5t(4a+8) = 0$$

$$\cancel{4t^2 - 8t} - 96t^2 + 4t(4a+8) = 0$$

1) $t = 0 \Rightarrow$ ур. не имеет корни $x_1 = 0$
 $x_2 = 0 \Rightarrow$ только один корень

\Rightarrow не подходит

$$2) t \neq 0 \Rightarrow -96t^2 + 4t(4a+8) = 0 \quad | : t \neq 0$$

$$-96t + 4(4a+8) = 0$$

$$-24t + 4a + 8 = 0$$

$$-6t + a + 2 = 0$$

$$a = 6t - 2$$

$$\Rightarrow 4t^2 - (4(6t-2)+8)t + (6t-2)^2 + 4(6t-2) = 0$$

$$\underline{4t^2} - \underline{24t^2} + \underline{8t^2} - \underline{8t} + \underline{36t^2} - \underline{24t} + \underline{4} + \underline{24t} - \underline{8} = 0$$

$$\cancel{4t^2} \quad \cancel{8t^2} \quad \cancel{24t} \quad \cancel{24t} \quad \cancel{4} \quad \cancel{-8} \Rightarrow 16t^2 - 4 = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \pm \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{1}{2} : a = 3 - 2 = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = -\frac{1}{2} : a = -3 - 2 = -5$$

Ответ: $a = -5$ или $a = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB^2 = 30^2 = 900$$

$$BC^2 = 24^2 = 576$$

$$AC^2 = 18^2 = 324$$

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = 30^2 = 900 \\ BC^2 = 24^2 = 576 \\ AC^2 = 18^2 = 324 \end{array} \right\} \Rightarrow AB^2 = 900 = 576 + 324 = BC^2 + AC^2$$

\Rightarrow по теореме, обратной теореме Пифагора: $\triangle ABC$ - прямоугольный с $\angle C = 90^\circ$

~~Пусть вершины прямоугольника так, что A_i лежит между~~
Рассмотрим треугольник образованный вершинами A_i, B_j и C ,

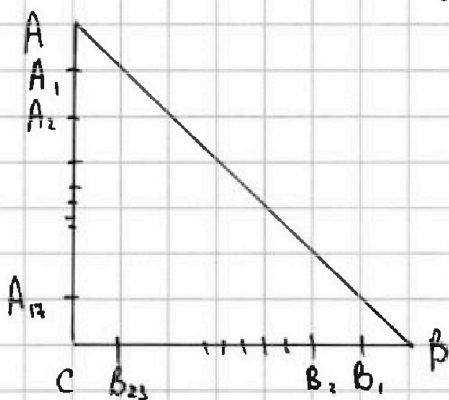
Если A_i это A , то $i=0$, если B_j это B , то $j=0$

$\triangle A_i B_j C$ - прямоугольный с $\angle C = 90^\circ \Rightarrow S_{\triangle A_i B_j C} = \frac{A_i \cdot B_j \cdot C}{2}$

~~Пусть~~ Пусть вершины прямоугольника так что A_1 лежит между

A и A_2 , A_2 лежит между A_1 и A_3 и т.д., B_1 лежит между

B и B_2 , B_2 лежит между B_1 и B_3 и т.д.



$$\Rightarrow A_i C = 18 - i$$

$$B_j C = 24 - j$$

$$\Rightarrow \frac{(18-i)(24-j)}{2} = S_{\triangle A_i B_j C}$$

Рассмотрим при каком паре $(i; j)$

$$S_{\triangle A_i B_j C} = 11: \frac{(18-i)(24-j)}{2} = 11$$

$$(18-i)(24-j) = 22$$

$$22 = 1 \cdot 22 = 2 \cdot 11 = 11 \cdot 2 = 22 \cdot 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $j, i \in \mathbb{Z}$ и $j, i \geq 0$, то возможны 4 случая:

$$1) \begin{cases} 18 \cdot i = 1 \Rightarrow i = 17 \\ 24 \cdot j = 122 \Rightarrow j = 2 \end{cases} \Rightarrow \Delta A_{17} B_2 C$$

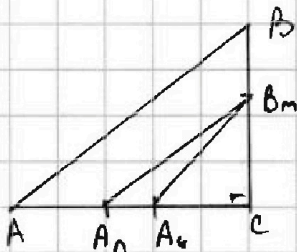
$$2) \begin{cases} 18 \cdot i = 2 \Rightarrow i = 16 \\ 24 \cdot j = 11 \Rightarrow j = 11 \end{cases} \Rightarrow \Delta A_{16} B_{11} C$$

$$3) \begin{cases} 18 \cdot i = 11 \Rightarrow i = 7 \\ 24 \cdot j = 2 \Rightarrow j = 22 \end{cases} \Rightarrow \Delta A_7 B_{22} C$$

$$4) \begin{cases} 18 \cdot i = 21 \Rightarrow i = 7 - 6 \Rightarrow i < 0 \Rightarrow \text{не может быть} \\ 24 \cdot j = 21 \Rightarrow j = 23 \end{cases}$$

\Rightarrow Возможны 3 треугольника: $\Delta A_{17} B_2 C$; $\Delta A_{16} B_{11} C$; $\Delta A_7 B_{22} C$

Соединив ^{соединив} ~~соединив~~ 2 точки A_n и A_k треугольник можно поделить, соединив их с B_m и с C ($C - A_n - A_k \Rightarrow \Delta A_n A_k C$ и т.д.)



$$\Rightarrow S_{\Delta A_n A_k B_m} = \frac{B_m C \cdot A_n A_k}{2}$$

$$B_m C = 24 - m$$

$$A_n A_k = k - n$$

$$\Rightarrow \frac{(24 - m)(k - n)}{2} = 11 \Rightarrow (24 - m)(k - n) = 22$$

Возможны 4 случая:

$$1) \begin{cases} 24 - m = 1 \Rightarrow m = 23 \\ k - n = 22 \Rightarrow k = 22 + n \Rightarrow k > 22 \Rightarrow A_k \text{ не существует} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 24 - m = 2 \Rightarrow m = 22 \\ k - n = 11 \Rightarrow k = 11 + n \Rightarrow k \in [11; 17], n \in [0; 6] \end{cases} \Rightarrow \text{возможно 7 треугольников}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \left\{ \begin{array}{l} 24 - m = 11 \Rightarrow m = 13 \\ k - n = 2 \Rightarrow k = n + 2 \Rightarrow k \in [2; 15], n \in [0; 13], \text{ где каждого } k - \text{одно значение} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

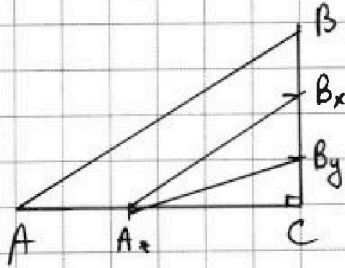
\Rightarrow возможно 16 треугольников

$$4) \left\{ \begin{array}{l} 24 - m = 2 \Rightarrow m = 22 \\ k - n = 1 \Rightarrow k = n + 1 \Rightarrow k \in [1; 17], n \in [0; 16], \text{ где каждого } k - \text{одно значение} \end{array} \right\}$$

\Rightarrow возможно 17 треугольников

\Rightarrow возможно 40 треугольников в виде $A_1 A_2 B_m$

Соединив 2 точки B_x и B_y треугольник не получится в том случае, если соединит их с A_2 ($C - B_x - B_y \Rightarrow \Delta B_x B_y C$ - нет)



$$\Rightarrow S_{\Delta A_2 B_x B_y} = \frac{A_2 B_x \cdot B_x B_y}{2} = 11$$

$$B_x B_y = y - x$$

$$A_2 C = 18 - z$$

$$\Rightarrow \frac{(18-z)(y-x)}{2} = 11 \Rightarrow (18-z)(y-x) = 22$$

Возможна 4 случая:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} 18 - z = 1 \Rightarrow z = 17 \\ y - x = 22 \Rightarrow y = 22 + x \Rightarrow y \in [22; 23], x \in [0; 1], \text{ где каждого } x - \text{одно значение } y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

\Rightarrow возможно 2 треугольника

$$2) \left\{ \begin{array}{l} 18 - z = 2 \Rightarrow z = 16 \\ y - x = 11 \Rightarrow y = 11 + x \Rightarrow y \in [11; 23], x \in [0; 1], \text{ где каждого } x - \text{одно значение } y \end{array} \right\} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
9 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow Возможно 13 треугольников

3) $\left. \begin{array}{l} 18 - z = 11 \Rightarrow z = 7 \\ \text{так } y - x = z \Rightarrow y = x + z \rightarrow y \in [0; 23], x \in [0; 7], \text{ для каждого } y - \text{одно} \\ \text{значения } x \end{array} \right\} \Rightarrow$

\Rightarrow Возможно 22 треугольника

4) $\left\{ \begin{array}{l} 18 - z = 22 \Rightarrow z = -4 < 0 \Rightarrow \text{не может быть} \\ y - x = 1 \end{array} \right.$

\Rightarrow Возможно 37 треугольников вида $A_2 B_x C_y$

\Rightarrow Всего $3 + 37 + 40 = 80$ треугольников. может быть с площадью 11

Ответ: 80 треугольников



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ MK \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \parallel MK \left. \vphantom{\begin{array}{l} BD \perp AC \\ MK \perp AC \end{array}} \right\} \Rightarrow MK - \text{средняя линия } \triangle ABD \Rightarrow AK = KD = 5$
 $MP - \text{средняя } AB$

$$\Rightarrow AD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 2AD = 20$$

$\triangle ABC$ - прямоугольный \Rightarrow по т. Пифагора: $AC^2 = BC^2 + AB^2$

$$400 = x^2 + (\sqrt{100 + 3x^2} + \sqrt{25 + x^2})^2$$

$$400 = x^2 + 100 + 3x^2 + 100 + 4x^2 + 4\sqrt{2500 + 75x^2 + 100x^2 + 3x^4}$$

$$400 = 8x^2 + 200 + 4\sqrt{2500 + 75x^2 + 3x^4}$$

$$200 - 8x^2 = 4\sqrt{2500 + 175x^2 + 3x^4}$$

$$50 - 2x^2 = \sqrt{2500 + 175x^2 + 3x^4}$$

$$2500 + 4x^4 - 100x^2 = 2500 + 175x^2 + 3x^4$$

$$x^4 - 275x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 275) = 0$$

$$x \neq 0 \Rightarrow x^2 - 275 = 0 \Rightarrow x^2 = 275$$

$$AB = \sqrt{25 + 275} = \sqrt{300} = 20\sqrt{3} = BC$$

$$P = AB + BC + AC = 20\sqrt{3} + 20\sqrt{3} + 20 = 20 + 40\sqrt{3}$$

2) $\triangle ABC$ - прямоугольный \Rightarrow т.Ковалева с т.В

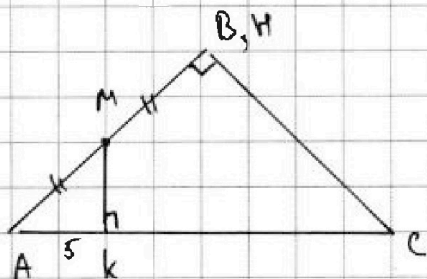


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

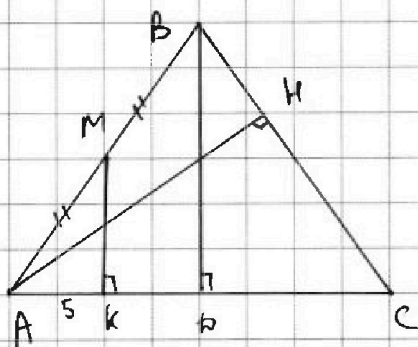


$$AM > MK \Rightarrow BM + AM > MK \Rightarrow AB > MK \Rightarrow AK > MK$$

$$\Rightarrow AK > MK \Rightarrow \text{не является} \Rightarrow$$

$\triangle ABC$ - не прямоугольный

3) $\triangle ABC$ - остроугольный



$$\text{Пусть } MK = AH = y$$

$\triangle AKM$ - прямоугольный \Rightarrow по т. Пифагора:

$$AM^2 = AK^2 + MK^2 = 25 + y^2$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{25 + y^2}$$

$$M - \text{середина} \Rightarrow AM : BM = \frac{1}{2} AB$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{25 + y^2} = BC$$

По т. Пифагора для $\triangle ABK$:

$$AB^2 = BK^2 + AK^2$$

$$4 \cdot (25 + y^2) = BK^2 + 25 \Rightarrow BK^2 = 100 + 3y^2 \Rightarrow BK = \sqrt{100 + 3y^2}$$

$$HK = BC - BK = 2\sqrt{25 + y^2} - \sqrt{100 + 3y^2}$$

Проведем высоту BD ~~в~~ $\triangle ABC$ $\Rightarrow BD$ - медиана, $BD \perp AC$

$$\Rightarrow AD = DC$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ MK \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \parallel MK \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow MK - \text{средняя линия } \triangle ABD$$

ТМ - середина AB $\Rightarrow AK = KD = 5$

$$\Rightarrow AD = AK + KD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 2AD = 20$$

$\triangle AKC$ - прямоугольный \Rightarrow по т. Пифагора: $AC^2 = AK^2 + KC^2$

$$400 = y^2 + (2\sqrt{25+y^2} + \sqrt{100+3y^2})^2$$

$$400 = y^2 + 100 + 4y^2 + 100 + 3y^2 - 4\sqrt{(25+y^2)(100+3y^2)}$$

$$200 - 8y^2 = -4\sqrt{2500 + 100y^2 + 75y^2 + 3y^4} \quad | : (-4) \neq 0$$

$$2y^2 - 50 = \sqrt{2500 + 175y^2 + 3y^4}$$

$$2500 + 4y^4 - 200y^2 = 2500 + 175y^2 + 3y^4$$

$$y^4 - 375y^2 = 0$$

$$y^2(y^2 - 375) = 0$$

$$y \neq 0 \Rightarrow y^2 - 375 = 0 \Rightarrow y^2 = 375$$

$$AB = 2\sqrt{25+375} = 2\sqrt{400} = 40 = BC$$

$$P = AB + BC + AC = 40 + 40 + 20 = 100$$

Периметр равен

Ответ: $\sqrt{100}$ или $20 + 40\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $M = \{a+2; a+1; a; a-1; a-2\}$

Возможны 45 вариантов сумм:

$$1) S_1 = a+2+a+1+a+a-1 = 4a+2$$

~~$$S_1 = a+2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 3 \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow 4a+2 \neq 2 \Rightarrow 4a+2 \geq 12, 4a+2 \geq 2$$~~

$\Rightarrow 4a+2$ - не простое \Rightarrow не подходит

$$2) S_2 = (a+2)+(a+1)+(a)+(a-2) = 4a+1$$

$$3) S_3 = (a+2)+(a+1)+(a-1)+(a-2) = 4a$$

$a \neq 0 \Rightarrow 4a : 4 \Rightarrow S_3$ - не простое \rightarrow не подходит

$$4) S_4 = (a+2)+(a)+(a-1)+(a-2) = 4a-1$$

$$5) S_5 = (a+1)+(a)+(a-1)+(a-2) = 4a-2$$

$$a \geq 3 \Rightarrow 4a-2 \geq 10 \Rightarrow 4a-2 \neq 2 \text{ так как } \left. \begin{matrix} 4a-2 \geq 10 \\ 4a-2 \geq 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 4a-2 \text{ - не простое}$$

$\Rightarrow S_5$ - не простое \Rightarrow не подходит

\Rightarrow Пусть p и q подходят только 2 суммы $S_2 = 4a+1$ и $S_4 = 4a-1$

$$\left. \begin{matrix} p^2 - q^2 = 240 \Rightarrow p^2 - q^2 \geq 0 \Rightarrow p^2 > q^2 \\ p, q > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow p > q$$

$$\begin{matrix} p = 4a+1 \Rightarrow p^2 = 16a^2 + 8a + 1 \\ q = 4a-1 \Rightarrow q^2 = 16a^2 - 8a + 1 \end{matrix}$$

$$p^2 - q^2 = 16a^2 + 8a + 1 - 16a^2 + 8a - 1 = 16a = 240 \Rightarrow a = 15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow M = \{13; 14; 15; 16; 17\}$$

$$\text{Ответ: } M = \{13; 14; 15; 16; 17\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a приборов - выпустил I завод, b - II завод, c - III завод
 \Rightarrow ~~250 - a - b~~ - III завод
 $c = 250 - a - b$

\Rightarrow Затраты: $2a^2 + 2b^2 + 2b + \dots$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2b + 2c^2 - c$$

$$a + b + c = 250$$

~~2a^2 + 2b^2 + 2b + 2c^2 - c~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{a^3}{b} - 2ab = 4 \\ \frac{b^3}{a} - 3ab = 8 \end{cases}$$

ОДЗ: $a, b \neq 0$

Пусть $\frac{a^2}{b^2} = x$, $ab = y \Rightarrow x, y \neq 0$

$$\frac{a^3}{b} = \frac{a^2}{b^2} \cdot ab = xy$$

$$\frac{b^3}{a} = \frac{b^2}{a^2} \cdot ab = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy - 2y = 4 = y(x-2) & (1) \\ \frac{y}{x} - 3y = 8 = y\left(\frac{1}{x} - 3\right) & (2) \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)}, \quad \frac{y(x-2)}{y\left(\frac{1}{x} - 3\right)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{x-2}{\frac{1}{x} - 3}$$

$$\Rightarrow 2x - 4 = \frac{1}{x} - 3$$

$$x \neq 0 \Rightarrow 2x - 4 = \frac{1}{x} - 3 \quad | \cdot x$$

$$2x^2 - 4x = 1 - 3x$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$2 - 1 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \Rightarrow (1-2)y = -y = 4 \Rightarrow y = -4$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2} - 2\right)y = -\frac{5}{2}y = 4 \Rightarrow y = -\frac{8}{5}$$

$$1) x = 1, y = -4: \frac{a^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) a = b \Rightarrow y = ab = b^2 = -4 \Rightarrow \text{не может быть}$$

$$b) a = -b \Rightarrow y = -b^2 = -4 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$b = 2: a = -2 \Rightarrow (2; -2) - \text{решение}$$

$$b = -2: a = 2 \Rightarrow (-2; 2) - \text{решение}$$

$$2) x = -\frac{1}{2}, y = -10$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{не может быть}$$

$$\text{Ответ: } (-2; 2) \text{ и } (2; -2)$$

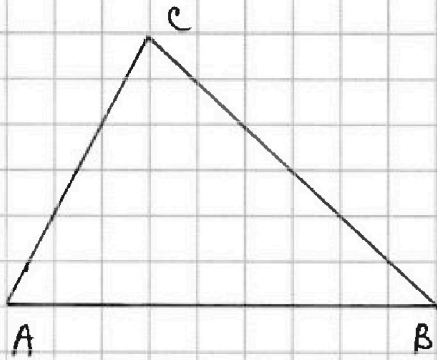


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \frac{a^3}{b} - 2ab = 4 \\ \frac{b^3}{a} - 3ab = 8 \end{cases} \begin{array}{l} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{array}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c}{d}; ab = d \quad \begin{array}{l} c \neq 0 \\ d \neq 0 \end{array}$$

$$\frac{a^2}{b^2} \cdot ab = \frac{a^3}{b} = cd$$

$$\frac{b^2}{a^2} \cdot ab = \frac{b^3}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\begin{cases} cd - 2cd = 4 \\ \frac{d}{c} - 3d = 8 \end{cases}$$

$$(c-2)d = 4 \quad | c \neq 2$$

$$d = \frac{4}{c-2}$$

$$\frac{4}{c^2-2c} - 3 \frac{4}{c-2} = 8$$

$$\frac{4 - 12c - 16c^2 + 16c}{c(c-2)} = 0$$

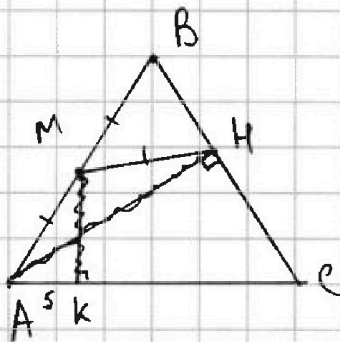
$$\frac{16c^2 + 16c - 8}{c(c-2)} = 0$$

$$\frac{8(c^2 + 2c - 1)}{c(c-2)} = 0$$

$$c \neq 0 \Rightarrow c^2 + 2c - 1 = 0$$

$$c \neq 2$$

$$\Rightarrow c = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$



$$c = -1 - \sqrt{2}; d = \frac{4}{-3 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(\sqrt{2} - 3)}{-(2-9)} = \frac{4(\sqrt{2} - 3)}{7}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c}{d} = -1 - \sqrt{2}$$

$$ab = \frac{4(\sqrt{2} - 3)}{7}$$

$$a^2 b^2 = \frac{16}{49} (\sqrt{2} - 3)^2$$

$$a^4 = (-1 - \sqrt{2}) (\sqrt{2} - 3)^2 \frac{16}{49}$$

$$= (-1 - \sqrt{2}) (9 - 6\sqrt{2}) \frac{16}{49} = (-1 - 5\sqrt{2}) \frac{16}{49}$$

$$3\sqrt{2} = 1$$

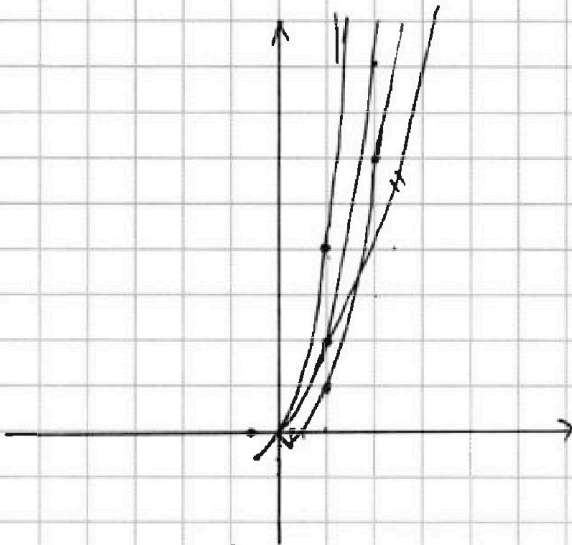


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

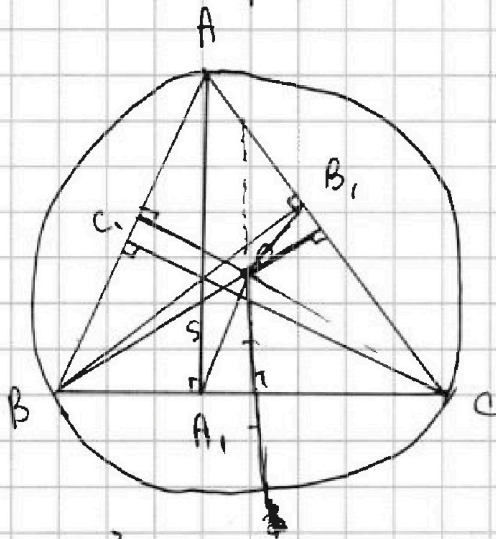


$$\frac{2}{\sqrt{4}} - 1$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$8^{-2}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 576 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

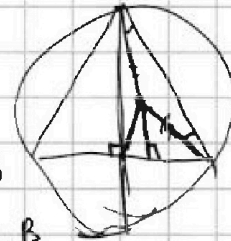


$$S_{\triangle OBA_1} = \frac{S_{\triangle OBC}}{2} \cdot BA_1$$

$$BA_1 = \frac{2S_{\triangle A_1AB}}{AA_1}$$

$$S_{\triangle A_1AB} = \frac{S_{\triangle ABC}}{2} \cdot AB$$

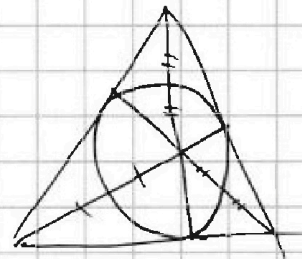
$$S_{\triangle OBA_1} = \frac{2S_{\triangle ABC} \cdot AB}{AA_1^2}$$



$$AA_1^2 = 160 \rightarrow AA_1 = 4\sqrt{10}$$

$$R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S} = \frac{AB}{\text{since } AC} = \frac{AB \cdot BB_1}{AC}$$

$$\frac{S_{\triangle OBA_1}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{A_1B}{A_1C}$$



$$29^2 + 99$$

$$29^2 - 9$$

$$29^2$$

$$\sqrt{\frac{R + OA_1 + BA_1}{2}}$$



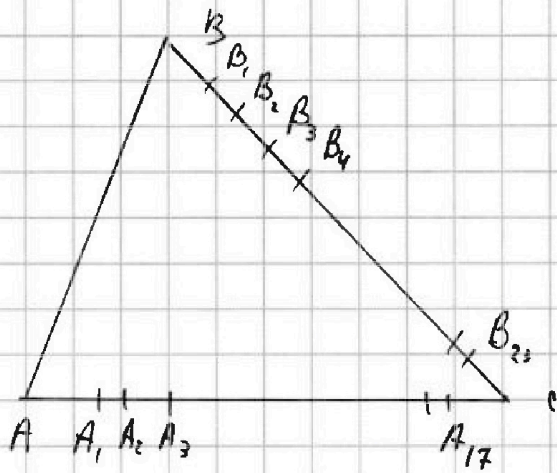
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6-3



A; B; C

$$\frac{(24-j)(18-i)}{2} = 11$$

$$(24-j)(18-i) = 22$$

$$24-j = 1 : 18-i = 22$$

$$j = 23 \quad i = 4$$

$$24-j = 2 : 18-i = 11$$

$$j = 22 \quad i = 7$$

$$24-j = 11 : 18-i = 2$$

$$j = 13 \quad i = 16$$

$$24-j = 22 : 18-i = 1$$

$$j = 2 \quad i = 17$$

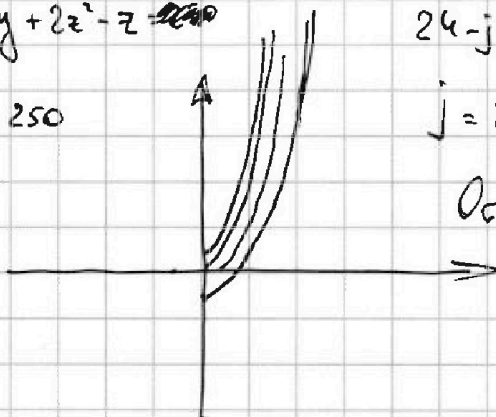
- I - $2q^2$
- II - $2q^2 + 2q$
- III - $2q^2 - 9$

$-\frac{2}{4}$
 $\frac{1}{4}$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - z = 200$$

$$x + y + z = 250$$

III 200



Ответ: 4

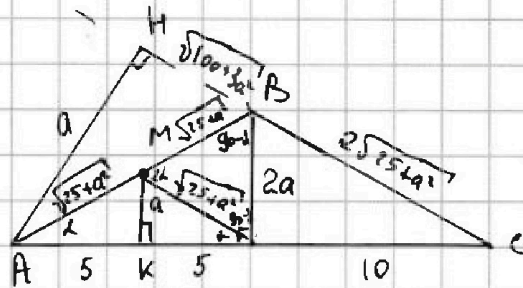
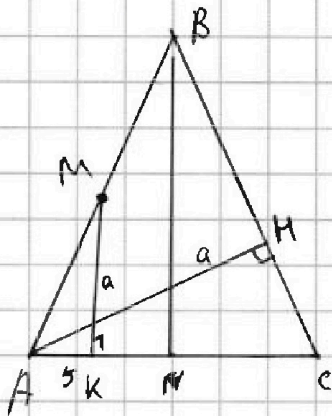


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P = 4\sqrt{25+a^2} + 20 =$$

$$= 4\sqrt{400} + 20 = 100$$

$$100 + 4a^2 - a^2$$

$$2a = \frac{1}{2}\sqrt{\quad}$$

$$25 + a^2 + 25 + a^2 - 2\cos\alpha \cdot (25 + a^2) = 4a^2$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{2a}{2\sqrt{25+a^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{10}{2\sqrt{25+a^2}}$$

$$2\cos\alpha \cdot (25 + a^2) = 50 - 2a^2$$

$$\cos\alpha = \frac{25 + a^2}{25 + a^2}$$

$$\sin 2\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{25 + a^2}{25 + a^2}\right)^2} =$$

$$a^2 + 100 + 3a^2 + 100 + 4a^2 + 4\sqrt{(100 + 3a^2)(25 + a^2)}$$

$$= 400$$

$$\sqrt{\frac{(25 + a^2)^2 - (25 + a^2)^2}{(25 + a^2)^2}} =$$

$$2a^2 + 200 + 4\sqrt{2500 + 175a^2 + 3a^4} = 400$$

$$\sqrt{2500 + 175a^2 + 3a^4} = 50 - 2a^2$$

$$= \sqrt{\frac{+2a^2(50)}{(25 + a^2)^2}} = \frac{10a}{25 + a^2}$$

$$2500 + 175a^2 + 3a^4 = 2500 + 4a^2 - 200a^2$$

$$375a^2 - a^4 = 0 \Rightarrow a^2(a^2 - 375) = 0 \Rightarrow a = \sqrt{375} = 5\sqrt{15}$$

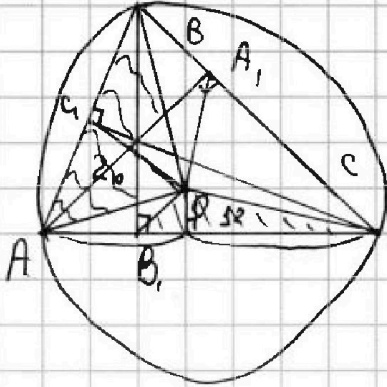


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$OB = OA = OC = \frac{abc}{4S}$$

$$M = \{a-2; a-1; a; a+1; a+2\}$$

$$(p-q)(p+q) \cdot 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$p-q \geq 2$$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑥
- ⑦

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 4a+2 \\
 S_2 &= 4a+1 \\
 S_3 &= 4a \\
 S_4 &= 4a-1 \\
 S_5 &= 4a-2
 \end{aligned}$$

$p-q \div 2, p+q \div 2$

	1	2	3	4	5
1	-	1	2	3	4
2		-	1	2	3
3			-	1	2
4				-	3
5					-

$$1) p = S_1; q =$$

$$(4a+2 - 4a-1) \cdot (4a+2 + 4a+1)$$

$$\begin{aligned}
 f_{a+3} \\
 f_{a+1} \\
 f_{a-1} \\
 f_{a-3}
 \end{aligned}$$

$$1 (f_{a+3}) = 240$$

$$f_{a-4} = 30$$

$$\begin{aligned}
 f_{a+2} \\
 f_a \rightarrow S_2 + S_4 \rightarrow a=15 \\
 f_{a-2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_{a+2} \\
 f_{a-1}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17}$$