



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим 2 случая: когда наша прогрессия возрастает, и когда убывает.

$$1. a_1 = 132, a_2 = 134, \dots, a_n = 132 + 2(n-1)$$

$$S_n = \frac{(132 + 132 + 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$132n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0 \Rightarrow D = 48^2 - 4 \cdot 360 = 2304 - 1440 = 964 = 31^2$$

$$n_1 = \frac{48 - 31}{2} = 9 \quad n_2 = \frac{48 + 31}{2} = 40 \quad 40 > 9$$

След-но в этом случае макс. кол-во вершин многоугольника равно 40, так как многоугольникам выпуклым и 40 вершин быть не может, иначе макс. угол =  $132 + 2 \cdot 39 > 180^\circ$

$$2. a_1 = 132, a_2 = 130, \dots, a_n = 132 - 2(n-1)$$

$$S_n = \frac{(132 + 132 - 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$132n - n^2 = 180n - 360 \Rightarrow n^2 + 48n - 360 = 0$$

$D = 48^2 - 4 \cdot (-360) = 2304 + 1440 = 3744$ ,  $\sqrt{D}$  иррационален  $\Rightarrow$  это уравнение не имеет целых корней  $\Rightarrow$  многоугольник возможно построить только в первом случае  $\Rightarrow$  макс. кол-во вершин - ~~40~~ 9

~~Ответ: Максимальное число вершин этого многоугольника 40~~

Ответ: Максимальное число вершин многоугольника 9





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z =$$

$$= \ln(25^x 75^y 125^z) = \ln 45 \Rightarrow 25^x 75^y 125^z = 45$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5 \cdot 3^2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$$

$$\text{Если } x^2 + y^2 + z^2 = 4, \text{ то } x, z = 0 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^2 \cdot 3^2 > 45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 4 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$$

$$\text{Пример, когда } x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$$x = 0, y = 2, z = -1. \quad 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^{4-3} \cdot 3^2 = 5 \cdot 3^2 = 45$$

$$\text{Ответ: } x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$$

равенство, например при  
 $x = 0; y = 2; z = -1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что разность любых 2 <sup>различных</sup> элементов  $M$  - натуральные числа от 1 до 6.

$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q)$ .  $p$  и  $q$  <sup>суммы элементов</sup>  $M$  <sup>мощности 6</sup>  $\Rightarrow$  пересекаются по 5 элементам, т.к.  $p$  и  $q$  различны.  $\Rightarrow$  Если  $M = \{a_1, a_2, \dots, a_7\}$ , то

$p - q = a_i - a_j$ , поскольку все остальные элементы сумм будут у них равны.  $\Rightarrow p - q \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Если  $p - q = 2$ , то  $p + q = \frac{180}{p-q} \Rightarrow 2 \Rightarrow (p-q) + (p+q) = 2 \Rightarrow 2p = 2$

Противоречие.  $\Rightarrow p - q \in \{2, 4, 6\}$ .  $p, q \in \mathbb{N}$

Если  $p - q = 4$ , то  $p + q = \frac{180}{4} = 45 \Rightarrow (p-q) + (p+q) = 49 \Rightarrow 2p = 49 \Rightarrow p = 24.5$

$q \geq p - 4 = 20.5 = 21$ . Противоречие.

Если  $p - q = 6$ , то  $p + q = 30 \Rightarrow 2p = 36 \Rightarrow p = 18$ . Противоречие  $\Rightarrow$

$\Rightarrow p - q = 2$ .  $\Rightarrow p + q = 45 \Rightarrow 2p = 51 \Rightarrow p = 25.5$ ;  $q = 23$  - odd

простое число. Пусть  $a_7 > a_6 > a_5 > a_4 > a_3 > a_2 > a_1$ .  $\Rightarrow$

$a_1 + a_2 + \dots + a_6 \leq q < p \Rightarrow \frac{(a_1 + a_6) \cdot 6}{2} < 25.5 \Rightarrow 6a_1 < 25.5 \cdot 2 < \frac{258}{6}$   
 $a_1 < \frac{256}{6} \Rightarrow a_1 \leq \frac{252}{6} = 42$   
( $a_1 \in \mathbb{N}$ )

Заметим, что  $p > q \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_6$

$a_2 + \dots + a_7 > p > q \Rightarrow (p+q) + a_2 + \dots + a_6 > p > q$

Пусть  $a_1 < 42 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_6 \leq \frac{(41 + 25) \cdot 6}{2} = 87 \cdot 3 = 261 < p - 6$   
Противоречие  $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 42; a_2 = 43; \dots; a_7 = 48$

$$42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48 = 271$$

$$42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48 = 269$$

Ответ:  $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$



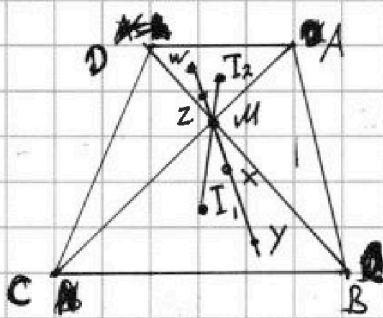


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4

$$AD \parallel BC \Rightarrow \angle MDA = \angle MBC$$

$$\angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle BMC$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{BM}{DM} = \frac{CM}{AM} \quad \frac{BC}{AD} = 2$$

$$BM = 2DM, \quad CM = 2AM$$

Рассмотрим диаметр окружности с центром в M

и касательную  $w_1$ . Тогда  $B \rightarrow D, C \rightarrow A, M \rightarrow M \Rightarrow \triangle BMC \rightarrow \triangle AMD \Rightarrow w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow I_1 \rightarrow I_2 \Rightarrow I_1, M, I_2$  коллинеарны.

$$MI_1 = 2MI_2 \quad 3MI_2 = 8 \quad (I_1, I_2 = 8) \Rightarrow MI_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

$$w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow MY \rightarrow MW, MX \rightarrow MZ \Rightarrow MX = 2MW, MX = 2MZ$$

$$MX \cdot MX = 2MZ \cdot MX = 2 \cdot 9 = 18.$$

дег  $w_1, M = MI_1^2 - r_1^2$ , где  $r_1$  - радиус  $w_1$ , но дег  $w_1, M$  не зависит от выбора прямой  $\Rightarrow$  дег  $w_2, M = MX \cdot MX = MI_1^2 - r^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 18 = \frac{256 - r^2}{9} \Rightarrow r^2 = \frac{256 - 18 \cdot 9}{9} = \frac{256 - 162}{9} = \frac{94}{9} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: радиус  $w_2$  равен  $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$4 \cos \frac{3\pi}{7} = 4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4 \cos \left( 2 \cdot \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( \cos^2 \frac{3\pi}{14} - \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) =$$

$$= 4 - 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \sin \frac{9\pi}{14} = 4 \sin \left( 3 \cdot \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{14} \right)$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 - 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{14} \vee 9$$

$$P(x) = 8x^3 + 8x^2 - x \vee 9 \quad P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad P\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right)$$

$$P'(x) = 16x^2 + 8 \Rightarrow \text{вершина параболы } m = -2 \Rightarrow P(x) \text{ возр. при } x \in [-2; +\infty)$$

$$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{4} \text{ . На } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \sin x \text{ возр. } \Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} P\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2} P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4\sqrt{2} - 1) < \frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4 \cdot 1,5 - 1) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 9 < 9, \text{ т.к. } \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что любые 4 точки, не лежащие в одной плоскости образуют выпуклую пирамиду, поэтому способов выбрать пирамиду из 4 точек можно считать как количество способов выбрать 4 точки <sup>любым</sup> как во сколько выбрать 4 точки, лежащие в одной плоскости.

След-но всего таких пирамид  $C_{12}^4 - C_8^4$ .

Если в основании лежит пирамиды лежит  $n$ -угольник, где  $n > 3$ , то все эти  $n$  точек лежат в одной плоскости. Альтерн в 2. Тогда всего таких пирамид  $C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + C_8^6 \cdot 4$  (Способы выбрать точки для основания + способы выбрать вершину пирамиды)

След-но всего пирамид  $C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8) = C_{12}^4 - C_8^4 + 4(2^8 - C_8^0 - C_8^1 - C_8^2 - C_8^3) = C_{12}^4 - C_8^4 - 4(C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + C_8^3)$

Заметим, что никакие 3 точки из этих 12 не лежат на одной прямой. В самом деле любые 3 все точки в 2 лежат на одной пр.  $\Rightarrow$  никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Искать какие-то 3 точки, не все из которых лежат в 2, как минимум. Тогда возьмем какую-то 4 точку из тех, что не лежат в 2. Уже на эти 4 точки лежат в одной плоскости, отсюда от 2. Противоречие.  $\Rightarrow$  все пирамиды это мы описали, выпуклые.

Всего их  $C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8)$

Ответ: Всего таких пирамид  $(C_{12}^4 - C_8^4) + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что  $x^2 + y^2 + z^2 > 5$ . Пусть  $x^2 + y^2 + z^2 < 5$ .  
 Если среди них есть только модуль 2, то тогда  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , причем остальные равны нулю.  
 Тогда  $2 \ln 125 > 2 \ln 75 > 2 \ln 25 = \ln 625 > \ln 45$ .  
 Рассмотрим случай, когда  $|x|, |y|, |z| \leq 1$ .  
 Тогда возр. функ.  $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$ .  
 $\ln 25 = 2 \ln 5$ ;  $\ln 75 = \ln 3 + \ln 25 = 2 \ln 5 + \ln 3$ ;  
 $\ln 125 = 3 \ln 5$ ;  $\ln 45 = 2 \ln 3 + \ln 5$   
 Если  $z = -1$ , то  $x \ln 25 + y \ln 25 + z \ln 125 \leq \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2 \ln 3 + \ln 5 = \ln 45$   
 Если  $z = 0$ , то  $x, y \neq 0$  ( $\ln 75 > \ln 45$ ;  $\ln 25 < \ln 45$ ;  $0 < \ln 45$ ;  
 отриц. число  $< \ln 45$ ).  $\ln 45 > 0$ .  $\ln 75 > \ln 25 \Rightarrow \ln 75 y = 1$   
 Если  $x = 1$ , то  $\ln 75 + \ln 25 > \ln 75 > \ln 45$ . Если  $x = -1$ , то  $\ln 75 - \ln 25 = \ln 3 < \ln 45$ .  
 Если  $z = 1$ , то если  $x = -1$  и  $y = -1$ , то получаем с  $z = -1$  раньше,  
 это получим отриц. значение.  $\ln 75 \ln 125 - \ln 25 - \ln 75 =$   
 $= \ln 125 - \ln 15$ .  $125 < 15$ . Если  $y = 1$ , то  $\ln 125 + \ln 75 + x \ln 25 \geq$   
 $\ln 125 + \ln 75 - \ln 25 > \ln 125 > \ln 45$ .  
 Если



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = 2x \ln 5 + y \ln 25 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = (2x + 4y + 3z) \ln 5 + y \ln 3 = \ln 45 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

Докажем, что  $\max_{(x,y,z)} \frac{2x+4y+3z}{x+y+z} \geq 2$ , причем  $|x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$

$\ln$  возр. функция  $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$ . Если  $z = -1$ , то  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 \leq \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2 \ln 5 + \ln 3 = \ln 45$ .

Если  $z = 0$ , то есть 2 случая: Если  $x, y$  одного знака, то  $x, y = 1$ , иначе  $x \ln 25 + y \ln 75 < 0 \Rightarrow 4 \ln 5 + \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$ , но  $4 \ln 5 + \ln 3 > 3 \ln 5 + 2 \ln 3 > \ln 45$ . Если  $x, y$  разных знаков, то м.к.  $\ln 75 > \ln 25 \Rightarrow y = 1, x = -1 \Rightarrow \ln 40 \ln 5 + \ln 3 > 2 \ln 5 + \ln 3$   
Противоречие.  $\Rightarrow z \neq 0$

Если  $z = 1$ , то  $x, y < 1$ , м.к.  $\ln 125 + \ln 75 + \ln 25 > \ln 125 + \ln 25 - \ln 75 = 3 \ln 5 - \ln 3$   
 $2 \ln 5 > 3 \ln 5 - \ln 3 \vee 2 \ln 3 > 3 \ln 5 - \ln 3$   
 $2 \ln 5 < \ln 27$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$



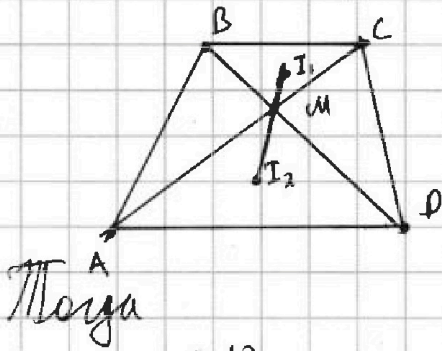
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4



$$BC \parallel AD \Rightarrow \angle DBC = \angle BDA;$$

$$\angle AMD = \angle BMC \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \quad \angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$$

Рассмотрим высоту с верш.  $\frac{1}{2}$  и центром в  $M$ .

$$C_{12}^{12} - 4$$

$$C_{12}^3 - 4$$

$$4(C_{12}^{12} + C_{12}^{11} + \dots + C_{12}^3) = 4 \cdot (2^{12} - C_{12}^2 - C_{12}^1 - C_{12}^0) =$$

$$= 4 \cdot (2^{12} - 79) = 2^{14} - 316 + C_4^5 \cdot 12$$

$$(C_{12}^3 \cdot 9 - C_{12}^4) + C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + C_8^6 \cdot 4 + C_8^7 \cdot 4 + C_8^8 \cdot 4$$

$$4 \cdot 2^8 = C_8^3 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0$$

$$C_{12}^3 \cdot 9 + 2^8 - 233$$

$$C_{12}^3 \cdot 8 + 2^8 - 13$$

$$93 \quad \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{6}$$

$$2 \cdot 11 \cdot 10$$

$$220$$



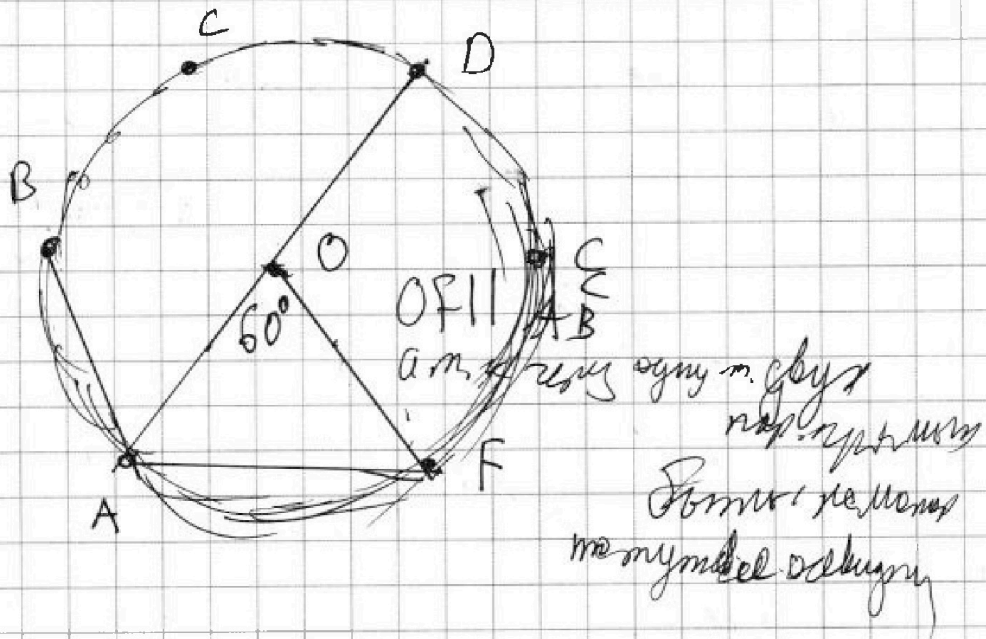


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$MZ \cdot KMZ = 9$   $MZ \cdot MY =$   
 $KMZ^2 = 9$   
 $KMI + MI^2 = 8$   
 $(K+I)MI = 8$   
 $MZ \cdot MW = MI^2 - r^2$   
 $MX \cdot MY$   
 $MI =$   
 $\therefore MI = \frac{8}{3}$   
 $4,5 = \frac{64}{9} - r^2$   
 $7 \frac{1}{9} = r^2$   
 $2 \frac{1}{3} = r$   
 $2,5 + \frac{1}{9} = r^2$   
 $2,5 + \frac{2}{9} = r^2$   
 $\frac{47}{18} = r^2$

$C_4^3 \cdot 12 + C_4^4 \cdot 12$   $MZ = 2MX$   
 $MX \cdot MY = 4,5$

$\frac{x}{25} + \frac{y}{75} + \frac{z}{125} + \ln 25 + \ln 75 + \ln 125 =$   
 $= \ln 45$

	$2 \ln 3 + \ln 5$		1	0	111
$2 \ln 5$	$\ln 3 + 2 \ln 5$	$3 \ln 5$	0	10	110
<del>76</del> $\approx 46,5$	$2 \ln 3 + 4 \ln 5$	$-3 \ln 5$	0	0	11
5					

$\ln 25 + \ln 75 + \ln 125$   
 $7 \ln 5 + \ln 3 \vee 2 \ln 3 + \ln 5$   
 $3 \ln 5 - \ln 3 \vee 2 \ln 3 + \ln 5$   
 $4 \ln 5$   
 $2 \ln 3 \vee 3 \ln 3$   
 $\ln 25 \vee \ln 27$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ ИЗ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} \frac{6\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4 \left( \cos^2 \frac{3\pi}{14} - \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right)$$

$$9 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin 3x = \sin(2x+x) = \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos x^2 - \cos^2 x \sin x + \sin^3 x = \sin^3 x - 2 \sin x \cos^2 x =$$

$$= 2 \sin^3 x - \sin x$$

$$9 \vee 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - 7 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$9 \vee \sin \frac{3\pi}{14} \left( 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{3\pi}{14} - 7 \right) \quad 8x^2 + 8x - 7$$

$$\frac{7\pi \cdot 3\pi}{6 \vee \frac{7\pi}{14}} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 \quad x \in \left[ 0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4\sqrt{2} - 7) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} (10 - 1) \quad 16x + 8 = 0$$

$$-2 \quad 9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1,3 \quad 0,7 \quad 2,1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + 2y \ln 25 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$(2x + 2y + 3z - 1) \ln 5 = (2 - y) \ln 3 + 2z \ln 5$$

$$\frac{x}{25} + \frac{y}{75} + \frac{z}{125} = \frac{1}{45}$$

$$\begin{aligned} p - q &= 6 \\ p + q &= 180 & p &= 93 \\ 2p &= 186 \end{aligned}$$

$$45x + 15y + 9z = 25$$

$$\begin{aligned} p - q &= 3 & p - q &= 5 \\ p + q &= 360 & z & \\ 2p &= 363 \end{aligned}$$

$$15x + 5y + 3z = \frac{25}{3}$$

$$\frac{x}{25} + \ln 25 + \frac{y}{75} + \ln 75 + \frac{z}{125} + \ln 125$$

$$(p - q)(p + q) = 1080$$

разность двух чисел - то есть отсюда  
 $p + q > p - q$

$$a_1 + (2a_1 + 6) \cdot 76$$

$$6a_1 + 15 < 271 \quad 270 \quad 2$$

$$7a_1 + 21 < k \quad 852 \quad 27 \quad 3$$

$$89 \cdot 3 = 267$$

$$91 \cdot 3 = 273$$

$$261$$

$$p - q = 2$$

$$p + q = 540$$

$$2p = 542$$

$$p = 271 \quad q = 269$$

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$132 + 130 + 128 + \dots + (132 - n - 2n) \quad (n-2)^2 = n^2 - 4n + 4$$

$$\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{n(132 + 132 - 2n + 2)}{2} = 180(n-2)$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$266 - 2n \quad n(133 - n) = 180(n-2)$$

$$2209 - 1440 = 768$$

$$133n - n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 47n - 360 = 0$$

$$1209 - 4 \cdot 360$$

$$180 \cdot 6 = 1080$$

$$\begin{aligned} p - q &= 4 \\ p + q &= 270 \\ 2p &= 274 \\ p &= 137 \\ q &= 133 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 132 + 130 &= 262 \\ + 128 &= 390 \\ + 126 &= 516 \\ + 124 &= 640 \\ + 122 &= 762 \\ + 120 &= 882 \\ + 118 &= 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 343 \\ \quad 7 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 1440 \\ \hline 961 \end{array} \quad 31^2$$

$$132 + 134 + \dots + (132 + 2n - 2) \quad S = 312$$

$$\frac{(132 + 132 + 2n - 2)n}{2} = 180(n-2)$$

$$\frac{(262 + 2n)n}{2} = 131n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$7^2 - 4 \cdot 360$$

$$\frac{49 - 31}{2} = \frac{49 + 31}{2}$$

40 бермин