МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 1080$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{9\pi}{14}$ или $3\sin\dfrac{3\pi}{14} - 4\cos\dfrac{3\pi}{7}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 4 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

~~Разобьем~~ Рассмотрим 2 случая: когда наша прогрессия возрастает, и когда убывает.

1. $a_1 = 132,\ a_2 = 134, \ldots,\ a_n = 132 + 2(n-1)$

$$S_n = \frac{(132 + 132 + 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$131n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \Rightarrow D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 2401 - 1440 = 961 = 31^2$$

$$n_1 = \frac{49-31}{2} = 9 \quad n_2 = \frac{49+31}{2} = 40 \quad 40 > 9$$

След-но в этом случае макс. кол-во вершин многоугольника равно 40. Но наш многоугольник выпуклый и 40 вершин быть не может, иначе max угол $= 132 + 2 \cdot 39 > 180$

2. $a_1 = 132,\ a_2 = 130, \ldots,\ a_n = 132 - 2(n-1)$

$$S_n = \frac{(264 - 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$133n - n^2 = 180n - 360 \Rightarrow n^2 + 47n - 360 = 0$$

$D = 47^2 - (360) \cdot 4 = 2209 - 1440 = 769$. $\sqrt{D}$ иррационален $\Rightarrow$ это уравнение не имеет целых корней $\Rightarrow$ многоугольник возможно построить только в первом случае $\Rightarrow$ макс. кол-во вершин – 9

~~Ответ: Максимальное число вершин у этого многоугольника 40~~

Ответ: Максимальное число вершин у многоугольника 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z =$

$= \ln(25^x 75^y 125^z) = \ln 45 \Rightarrow 25^x 75^y 125^z = 45$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ $\quad 5^{2x+2y+3z}\cdot 3^y = 5\cdot 3^2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x^2+y^2+z^2 \geq 4$

Если $x^2+y^2+z^2 = 4$, то $x, z = 0 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z}\cdot 3^y = 5^2\cdot 3^2 > 45 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 > 4 \Rightarrow x^2+y^2+z^2 \geq 5$

Пример, когда $x^2+y^2+z^2 = 5$

$x = 0,\ y = 2,\ z = -1.$ $\quad 5^{2x+2y+3z}\cdot 3^y = 5^{4-3}\cdot 3^2 = 5\cdot 3^2 = 45$

Ответ: $x^2+y^2+z^2 \geq 5$

равенство, например при $x = 0;\ y = 2;\ z = -1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что разность любых 2 различных элементов M – натуральные числа от 1 до 6.

$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q)$. p и q суммы элементов подмножества M мощности 6 $\Rightarrow$ они пересекаются по 5 элементам, т.к. p и q различны. $\Rightarrow$ Если $M = \{a_1; a_2; \ldots; a_7\}$, то

$p - q = a_i - a_j$, поскольку все остальные элементы сумм будут у них равны. $\Rightarrow p - q \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Если $p-q \not\vdots\, 2$, то $p+q = \frac{1080}{p-q} \Rightarrow \vdots\, 2 \Rightarrow (p-q)+(p+q) \not\vdots\, 2 \Rightarrow 2p \not\vdots\, 2$

Противоречие. $\Rightarrow p - q \in \{2, 4, 6\}$. $p, q \in \mathbb{N}$

Если $p-q=4$, то $p+q = \frac{1080}{4} = 270 \Rightarrow (p-q)+(p+q) = 274 \Rightarrow 2p = 274 \Rightarrow p = 137 \Rightarrow$

$q = p - 4 = 133 = 7 \cdot 19$ – не простое. Противоречие.

Если $p-q=6$, то $p+q = 180 \Rightarrow 2p = 186 \Rightarrow p = 93 \,\vdots\, 3$. Противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow p - q = 2. \Rightarrow p+q = 540 \Rightarrow 2p = 542 \Rightarrow p = 271$; $q = 269$ – оба простые числа. Пускай ~~$a_7 > a_6$~~ $a_7 = a_6 + 1 = a_5 + 2 = \ldots = a_1 + 6$. $\Rightarrow$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_6 \le q < p \Rightarrow \frac{(a_1 + a_1 + 5) \cdot 6}{2} < 271 \Rightarrow 6a_1 < 256 < \frac{258}{6}$

$a_1 < \frac{256}{6} \Rightarrow a_1 \le \frac{252}{6} = 42$ $(a_1 \in \mathbb{N})$

Заметим, что ~~$p > q \ge a_1 + a_2 + \ldots + a_6$~~

$a_2 + \ldots + a_7 \ge p > q \Rightarrow (6 + a_1) + a_2 + \ldots + a_6 \ge p > q$

Пускай $a_1 < 42 \Rightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_6 \le \frac{(41 \cdot 2 + 5) \cdot 6}{2} = 87 \cdot 3 = 261 < p - 6$

Противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 42; a_2 = 43; \ldots a_7 = 48$

$42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48 = 271$

$42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48 = 269$

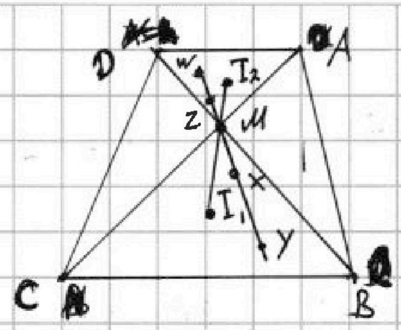
Ответ: $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Задача 4

$AD \parallel BC \Rightarrow \angle MDA = \angle MBC$

$\angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle BMC$

$\frac{BC}{AD} = \frac{BM}{DM} = \frac{CM}{AM}$ $\quad \frac{BC}{AD} = 2$

$BM = 2DM;\ CM = 2AM$

Рассмотрим гомотетию с центром в M и коэф. $-\frac{1}{2}$. Тогда $B \to D;\ C \to A;\ M \to M \Rightarrow \triangle BMC \to \triangle AMD \Rightarrow \omega_1 \to \omega_2 \Rightarrow I_1 \to I_2 \Rightarrow I_1, M, I_2$ коллинеарны.

$MI_1 = 2MI_2$ $\quad 3MI_2 = 8\ (I_1I_2 = 8) \Rightarrow MI_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$

$\omega_1 \to \omega_2 \Rightarrow MY \to MW;\ MX \to MZ \Rightarrow MX = 2MW;\ MX = 2MZ$

$MX \cdot MX = 2MZ \cdot MX = 2 \cdot 9 = 18.$

$\deg_{\omega_1} M = MI_1^2 - r_1^2$, где r_1 - радиус ω_1, но $\deg_{\omega_1} M$ не зависит от выбора прямой $\Rightarrow \deg_{\omega_1} M = MX \cdot MY = MI_1^2 - r^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 18 = \frac{256}{9} - r_1^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{256}{9} - 18 = \frac{256}{9} - \frac{162}{9} = \frac{94}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$

Ответ: радиус ω_1 равен $\frac{\sqrt{94}}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} \vee 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}$

$4\cos\frac{3\pi}{7} = 4\cos\frac{6\pi}{14} = 4\cos\left(2\cdot\frac{3\pi}{14}\right) = 4\left(\cos^2\frac{3\pi}{14} - \sin^2\frac{3\pi}{14}\right) = 4\left(1 - 2\sin^2\frac{3\pi}{14}\right) =$
$= 4 - 8\sin^2\frac{3\pi}{14}$

$4\sin\frac{9\pi}{14} = 4\sin\left(3\cdot\frac{3\pi}{14}\right) = 4\left(2\sin^3\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{3\pi}{14}\right)$

$5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} \vee 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 - 8\sin^3\frac{3\pi}{14} + 4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 3\sin\frac{3\pi}{14}$
$- 4 + 8\sin^2\frac{3\pi}{14}$

$8\sin^3\frac{3\pi}{14} + 8\sin^2\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{3\pi}{14} \vee 9$

$\sin\frac{3\pi}{14}\left(8\sin^2\frac{3\pi}{14} + 8\sin\frac{3\pi}{14} - 1\right) \vee 9$

$P(x) = 8x^2 + 8x - 1 \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{14}\,P\left(\sin\frac{3\pi}{14}\right) \vee 9$ $\quad P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > P\left(\sin\frac{3\pi}{14}\right)$

$P'(x) = 16x + 8 \Rightarrow$ вершина параболы в т. $-2 \Rightarrow P(x)$ возр. при $x \in [-2; +\infty)$

$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$. На ~~пр~~ $[0; \frac{\pi}{2}]$ $\sin x$ возр. $\Rightarrow \sin\frac{3\pi}{14} < \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\frac{3\pi}{14}\,P\left(\sin\frac{3\pi}{14}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}\,P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(4 + 4\sqrt{2} - 1\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}\left(4 + 4\cdot 1{,}5 - 1\right) =$
$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 9 < 9$, т.к. $\frac{\sqrt{2}}{2} < 9 \Rightarrow 5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} > 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}$

Ответ: $5 - 4\sin\frac{9\pi}{14} > 3\sin\frac{3\pi}{14} - 4\cos\frac{3\pi}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что любые 4 точки, не лежащие в одной плоскости образуют выпуклую пирамиду, поэтому способов выбрать пирамиду из 4 точек можно посчитать как количество способов выбрать 4 точки минус кол-во способов выбрать 4 точки, лежащие в одной плоскости.
След-но всего таких пирамид $C_{12}^4 - C_8^4$.

Если в основании ~~лежит~~ пирамиды лежит n-угольник, где $n > 3$, то все эти n точек лежат в одной плоскости $\Rightarrow$ лежат в α. Тогда всего таких пирамид $C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + \ldots + C_8^8 \cdot 4$ (способы выбрать точки для основания $\cdot$ способы выбрать вершину пирамиды)

След-но всего пирамид $C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \ldots + C_8^8) =$
~~$= C_{12}^4 - C_8^4 + 4(2^8 - C_8^3 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0) = C_{12}^4 - C_8^4 - 4(C_8^3 + C_8^2 + C_8^1 + C_8^0) + C_2^{10}$~~

Заметим, что никакие 3 точки из этих 12 не лежат на одной прямой. В самом деле ~~любые 3~~ все точки в α лежат на одной окр. $\Rightarrow$ никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Пускай какие-то 3 точки, не все из которых лежат в α, коллинеарны. Тогда возьмем какую-то 4 точку из тех, что не лежат в α. ~~Т.к. по~~ эти 4 точки лежат в одной плоскости, отличной от α. Противоречие. $\Rightarrow$ все пирамиды, что мы описали, выпуклые.
Всего их $C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \ldots + C_8^8)$

Ответ: Всего таких пирамид
$(C_{12}^4 - C_8^4) + 4(C_8^4 + C_8^5 + \ldots + C_8^8)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Ои~~

Задача 2

Докажем, что $x^2+y^2+z^2 \geqslant 5$. Пускай $x^2+y^2+z^2<5$. Если среди них ~~есть~~ число модулем 2, то тогда $x^2+y^2+z^2=4$, причем остальные равны нулю. Но $2\ln 125 > 2\ln 75 > 2\ln 25 = \ln 625 > \ln 45$.

Рассмотрим случай, когда $|x|; |y|; |z| \leqslant 1$.

$\ln$ возр. функ. $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$.

$\ln 25 = 2\ln 5$; $\ln 75 = \ln 3 + \ln 25 = 2\ln 5 + \ln 3$; $\ln 125 = 3\ln 5$. $\ln 45 = 2\ln 3 + \ln 5$

Если $z=-1$, то $x\ln 25 + y\ln 25 + z\ln 125 \leqslant \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2\ln 3 + \ln 5 = \ln 45$

Если $z=0$, то $x, y \neq 0$ ($\ln 75 > \ln 45$; $\ln 25 < \ln 45$; $0 < \ln 45$; отр. число $< \ln 45$). $\ln 45 > 0$; $\ln 75 > \ln 25 \Rightarrow$ ~~ln 75~~ $y=1$ ~~Если~~ Если $x=1$, то $\ln 75 + \ln 25 > \ln 75 > \ln 45$. Если $x=-1$, то $\ln 75 - \ln 25 = \ln 3 < \ln 45$.

Если $z=1$, то если $x=-1$, и $y=-1$, то по случаю с $z=-1$ получим, что получится отр. значение. ~~ln 75~~ $\ln 125 - \ln 25 - \ln 75 = \ln 125 - \ln 1875 < 0$. Если $y=1$, то $\ln 125 + \ln 75 + x\ln 25 \geqslant \ln 125 + \ln 75 - \ln 25 > \ln 125 > \ln 45$.

Если

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = 2x\ln 5 + y\ln 25 + y\ln 3 + 3z\ln 5 = (2x+2y+3z)\ln 5 + y\ln 3 = \ln 45 = 2\ln 3 + \ln 5$

Докажем, что $\max(|x|,|y|,|z|) \geq 2$. Пускай $|x| \leq 1$; $|y| \leq 1$; $|z| \leq 1$

$\ln$ возр. функция $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$. Если $z = -1$, то $x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 \leq \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2\ln 5 + \ln 3 = \ln 45$.

Если $z = 0$, то есть 2 случая: Если x, y одного знака, то $x, y = 1$, иначе $x\ln 25 + y\ln 75 < 0 \Rightarrow 4\ln 5 + \ln 3 = 2\ln 3 + \ln 5$, но $4\ln 5 + \ln 3 > 3\ln 5 + 2\ln 3 > \ln 45$. Если x, y разных знаков, то т.к. $\ln 75 > \ln 25$ $y = 1$; $x = -1 \Rightarrow 0\ln 5 + \ln 3 \neq 2\ln 3 + \ln 5$

Противоречие. $\Rightarrow$

Если $z = 1$, то $x, y < 1$, т.к. $\ln 125 + \ln 75 + \ln 25 > \ln 125 + \ln 75 - \ln 25 > \ln 125 + \ln 25 - \ln 75 = 3\ln 5 - \ln 3$

$3\ln 5 - \ln 3 \vee 2\ln 3 + \ln 5$

$2\ln 5 \vee 3\ln 3 \qquad \ln 25 < \ln 27$

$25^x 75^y 125^z = 45$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

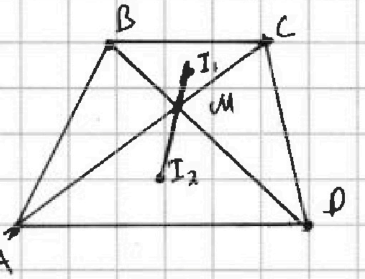
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$BC \parallel AD \Rightarrow \angle DBC = \angle BDA$;

$\angle AMD = \angle BMC \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$

$\frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$ $\angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$



1) Рассмотрим гомотетию с коэф. $-\frac{1}{2}$ и центром ~~вто~~ в точке M.

Тогда

$\cancel{C_{12}^{12} \cdot 4}$

$4(C_{12}^{12} + C_{12}^{11} + \dots + C_{12}^{3}) = 4\cdot(2^{12} - C_{12}^{2} - C_{12}^{1} - C_{12}^{0}) = 4\cdot(2^{12} - 79)$

$\cancel{C_4^3 \cdot 12}$

$2^{14} - 316 + C_4^3 \cdot 12$

$(C_{12}^3 \cdot 9 - C_8^4) + C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + C_8^6 \cdot 4 + C_8^7 \cdot 4 + C_8^8 \cdot 4$

$4 \cdot 2^8 - C_8^3 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0$

56 28 9

37

93

$\frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}}{\cancel{6}}$

$C_{12}^3 \cdot 9 + 2^8 - 233$

$C_{12}^3 \cdot 8 + 2^8 - 13$

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{24}$

$\frac{12\cdot 11\cdot 10}{6}$

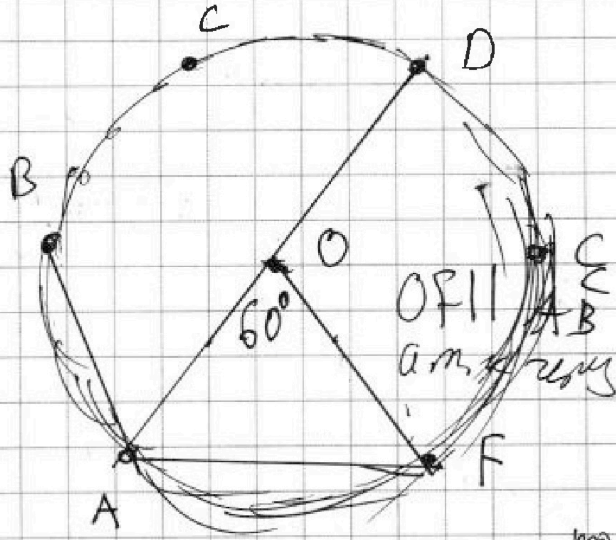
$2 \cdot 11 \cdot 10$

220

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$OF \parallel AB$

а т.к. через одну т. двух пер. прямых быть не может то тупые одинаковы

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\cancel{MZ\cdot KMZ=9}$ $MZ\cdot MY=$

$K\,\cancel{MZ^2=9}$

$\cancel{KMI+MI}=8$

$\cancel{(K+1)MI}=8$

$\cancel{MZ\cdot MW}=MI^2-r^2$

$MX\cdot MY$

$\cancel{MI_1}$

$MI=\frac{8}{3}$

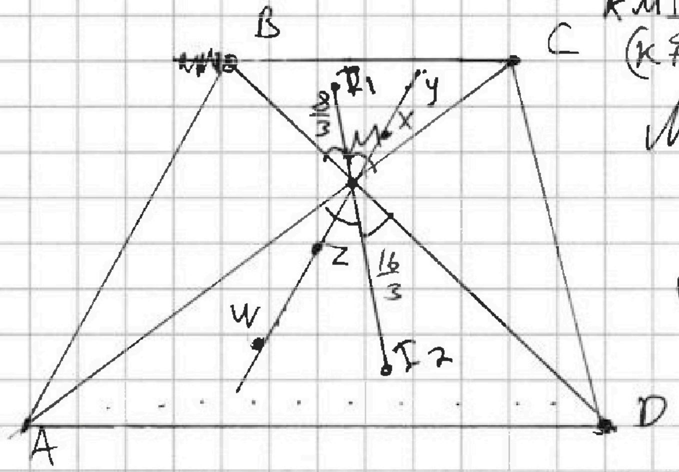
$4{,}5=\frac{64}{9}-r^2$

$7\frac{1}{3}-r^2$

$2{,}5+\frac{1}{9}=r^2$

$2{,}5+\frac{2}{18}$

$\frac{47}{18}=r^2$



$MZ=2MX$

$MX\cdot MY=4{,}5$

$C_4^3\cdot 12+C_4^4\cdot R$

$\frac{x}{25}+\frac{y}{75}+\frac{z}{125}+\ln 25+\ln 75+\ln 125=$

$=\cancel{\ln}\ \frac{1}{45}$

$2\ln 3+\ln 5$

1 0 0 111

0 1 0 110

0 0 1 11

$2\ln 5$ $\ln 3+2\ln 5$ $3\ln 5$

$\cancel{-4l}$ $2\ln 3+4\ln 5$ $-3\ln 5$

$\cancel{=4\ln 5}$

$.5$

$\ln 25^0+\ln 75^0+\ln 125^0$

$7\ln 5+\ln 3 \vee 2\ln 3+\ln 5$

$3\ln 5-\ln 3 \vee 2\ln 3+\ln 5$

$\cancel{4\ln 5}$

$2\ln 5 \vee 3\ln 3$

$\ln 25 \vee \ln 27$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5-4\sin\frac{9\pi}{14} \vee 3\sin\frac{3\pi}{14}-4\cos\frac{6\pi}{14}$

$4\cos\frac{6\pi}{14}=4\left(\cos^2\frac{3\pi}{14}-\sin^2\frac{3\pi}{14}\right)=4\left(1-2\sin^2\frac{3\pi}{14}\right)$

$9-4\sin\frac{9\pi}{14} \vee 8\sin^2\frac{3\pi}{14}-3\sin\frac{3\pi}{14}$

$\sin 3x=\sin(2x+x)=\sin 2x\cdot\cos x-\cos 2x\cdot\sin x=$

$=2\sin x\cos x^2-\cos^2 x\sin x+\sin^3 x=\sin^3 x-\cancel{2}\sin x\cos x^2=$

$=2\sin^3 x-\sin x$

$9 \vee 8\sin^3\frac{3\pi}{14}+8\sin^2\frac{3\pi}{14}-7\sin\frac{3\pi}{14}$

$9 \vee \sin\frac{3\pi}{14}\left(8\sin^2\frac{3\pi}{14}+8\sin\frac{3\pi}{14}-7\right)$ $\quad 8x^2+8x-7$

$\frac{\pi}{6} \vee \frac{3\pi}{14} \quad 7\pi \vee 9\pi \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad 1 \quad x\in\left[0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(4+4\sqrt{2}-7\right) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}(101)$ $\quad 16x+8=0$

-2

$9\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2{,}1$

$\cancel{1{,}5}\ 0{,}7(\cdot 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x\ln 25 + y\ln 75 + z\ln 125 = \ln 45$

$2x\ln 5 + 2y\ln 5 + y\ln 3 + 3z\ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5$

$3{,}5\sqrt{2}\ \vee\ \sqrt{5}$

$(2x + 2y + 3z - 1)\ln 5 = (2-y)\ln 3$ $12{,}25$

$p-q=6$

$p+q=180$ $p=93$

$2p=186$

$u'v + uv'$

$\frac{x}{25} + \frac{y}{75} + \frac{z}{125} = \frac{1}{45}$

$45\cdot 25$

$45x + 15y + 9z = 25$

$15x + 5y + 3z = \frac{25}{3}$

$p-q=3$ $p\cdot q = \frac{5}{2}$

$p+q=360$

$2p=363$

$\frac{x}{25} + \ln 25 + \frac{y}{75} + \ln 75 + \frac{z}{125} + \ln 125$

1, 2, 3, 4, 5, 6

$(p-q)(p+q) = 1080$

Разность их сумма + удвоенная сумма четырех двух каких-то чисел. Отсюда

$p+q > p-q$

273

$a_1 + \frac{(2a_1 + 5)\cdot 6}{2}$

$6a_1 + 15 < 271$

$6a_1 < 256$

$7a_1 + 21 - k$

$a_1 \le \frac{252}{6} =$ 42

$89\cdot 3 = 267$

$91\cdot 3 = 273$

261

1080	2
540	2
270	2
135	5
27	3
9	3
3	3
1	

$p-q=2$

$p+q=540$

$2p=542$

$p=271$ $q=269$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$132+130+128+\ldots+(132-2n+2)$ $(n-2)^2=n^2-4n+4$

$\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$ $n\frac{(132+132-2n+2)}{2}=180(n-2)$

$\frac{266-2n}{2}$ $n(133-n)=180(n-2)$

$47\cdot47$: 329, 188, 2209

47^2 $2209-1440=769$

$133n-n^2=180n-360$

$2209-4\cdot360$ $132+2\cdot39$ $n^2+47n-360=0$

$180\cdot6=1080$

$132+130=262$

$p-q=4$
$p+q=270$
$2p=274$
$p=137$
$q=133$

$+128=390$
$+126=516$
$+124=640$
$+122=762$
$+120=882$
$+118=1000$

$343\cdot7=2401$

$2401-1440=961$ 31^2

$132+134+\ldots+(132+2n-2)$ $D=31^2$

$\frac{(132+132+2n-2)n}{2}=180(n-2)$

$\frac{(262+2n)n}{2}=131n+n^2=180n-360$

$n^2-49n+360=0$

$7^4-4\cdot360$

$\frac{49-31}{2}$ $\frac{49+31}{2}$

40 вершин