



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- X [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- X [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- X [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
- X [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
- X [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
- X [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ln 6 = 2 \ln 2, \text{ аналогично } \ln 8 = 3 \ln 2$$

$$\ln 24 = 3 \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 6 = \ln 2 + \ln 3$$

переходим:

$$4x \cdot \ln 2 + 3y \cdot \ln 2 + 3z \cdot \ln 2 + z \cdot \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

разделим на  $\ln 2$

$$4x + 3y + 3z + z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z) = \log_2 3 (1 - z)$$

слева - целое число, т.к.  $x, y, z$  - целые.  
справа  $\neq$  целое число быть не может,  
но очевидно  $\log_2 3$  - не целое, значит  
 $1 - z = 0 \Rightarrow \boxed{z = 1}$

$$4x + 3y + 3 - 1 = 0$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4x + 2 \equiv -2 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3}$$

пусть  $s$  - целая часть при делении  $x$  на 3

$$\text{Тогда } x = 3s + 1$$

$$y = \frac{-2 - 4x}{3} = \frac{-2 - 4(3s + 1)}{3} = \frac{-2 - 12s - 4}{3} = -2 - 4s$$

чтобы найти наименьшее  $x^2 + y^2 + z^2$   
найдем наименьшее  $x^2 + y^2$  т.к.  $z$  - конст.

$$x^2 + y^2 = 9s^2 + 6s + 1 + 4 + 16s^2 + 16s = 25s^2 + 22s + 5$$

пусть  $f(s) = 25s^2 + 22s + 5$  - это парабола ветвями вверх, наименьшее значение достигается при  $s = -\frac{22}{2 \cdot 25} = -\frac{11}{25}$ .

т.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть меньшее число шестёрки равно  $x$

$$\text{Тогда } M = \{x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6\}$$

пусть  $S_i$  - сумма чисел в шестёрке, не включающей число  $x+i+1$

т. е.  $S_i$  - сумма шестёрки без числа  $x$

Тогда	$S_1 = 6x + 21$	, заметим	$S_1 : 3$
	$S_2 = 6x + 20$		$S_2 : 2$
	$S_3 = 6x + 19$		$S_3 : 2$
	$S_4 = 6x + 18$		$S_4 : 2$
	$S_5 = 6x + 17$		$S_5 : 3$
	$S_6 = 6x + 16$		
	$S_7 = 6x + 15$		

т. к. числа  $S_i > 6$ , то все  $S_i$ , которые делятся на 3 не являются простыми. Тогда рассмотрим простые суммы хотя бы для  $S_3$  и  $S_5$ .

$$\text{Тогда } S_3 = p; S_5 = q$$

$$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = 2(12x + 36) = 729 \text{ очевидно, } x = 30. \text{ Тогда } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

$$\text{Ответ: } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

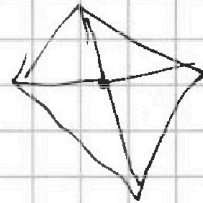
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n$  углов

$$n(180) - 360$$

$$a_1 = 143$$

$$d = 2$$



$$180(n-2)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots = n \cdot a_1 + \dots$$

$$143 + (143+2) + (143+2 \cdot 2) + (143+3 \cdot 2) \dots + (143+(n-1) \cdot 2)$$

$$2(1+2+\dots+(n-1))$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2$$

$$n \cdot a_1 + n(n-1) = 180(n-2)$$

$$180$$

$$142$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$n = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{36}{2} = 18$$

$$143$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$x \cdot \ln 16 = x \cdot \ln(2^4) =$$

$$= 4x \cdot \ln 2$$

$$\ln 24 = \ln(2^3 \cdot 3) =$$

$$= \ln(2^3) + \ln(3) = 3 \ln(2) + \ln(3)$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 32 \\ + 32 \\ \hline 304 \\ 114 \\ \hline 1444 \\ - 1440 \\ \hline 4 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при равенстве

$$Mx \cdot My = (M \pm, +r)(M \pm, -r) = \frac{169}{9} - r^2 = 10$$

$$r^2 = \frac{169}{9} - \frac{490}{9} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{129}{9}} \sqrt{\frac{79}{9}}$$

ответ:  $\frac{\sqrt{79}}{3}$

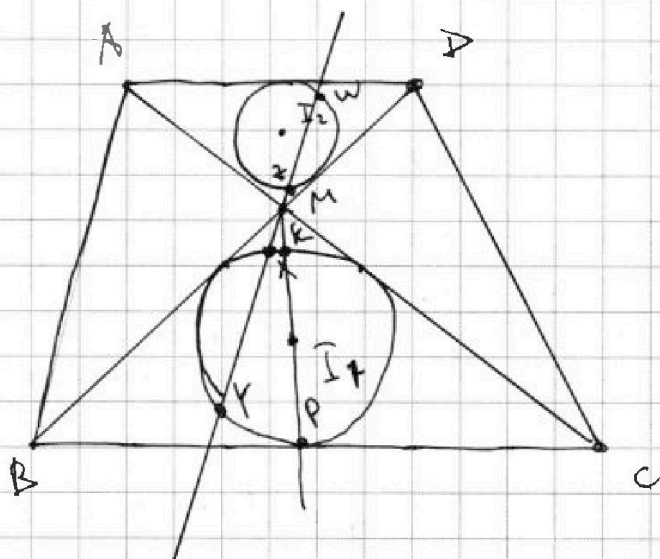


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к.  $\angle MCB = \angle MAD$   
и  $\angle MBC = \angle MDA$   
 $\triangle BMC \sim \triangle MDA$   
и коэф. подобия  
равен двум

проведём преобразование гомотетии с  
коэффициентом ~~2~~ -2 вокруг точки M  
так, что A перейдет в C, D перейдет  
в B, тогда  $\omega_2$  перейдет в  $\omega_1$ , и  
 $I_2$  в  $I_1$ , соответственно. значит элемент  
на  $I_1, I_2$ , и в силу преобразования

$$\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{1}{2} \text{ отсюда } I_1 M = \frac{13}{3}; I_2 M = \frac{13}{6}$$

$$\left( \text{и } I_1 I_2 = \frac{13}{2} \right)$$

также т.к.  $Z$  перешло в X

$$\frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2} \Rightarrow MZ \cdot MY = 5 = \frac{MX \cdot MY}{2}$$

$$MX \cdot MY = 10$$

проведём прямую  $MI_1$ . пусть она  
пересекает  $\omega_1$  в K и P ( $KM < MP$ )

тогда по т.о секущих  $MX \cdot MY = MK \cdot MP$ ,  
также заметим, что  $MK = MI_1 - I_1 K =$   
 $= MI_1 - r$ , а  $MP = MI_1 + I_1 P = MI_1 + r$



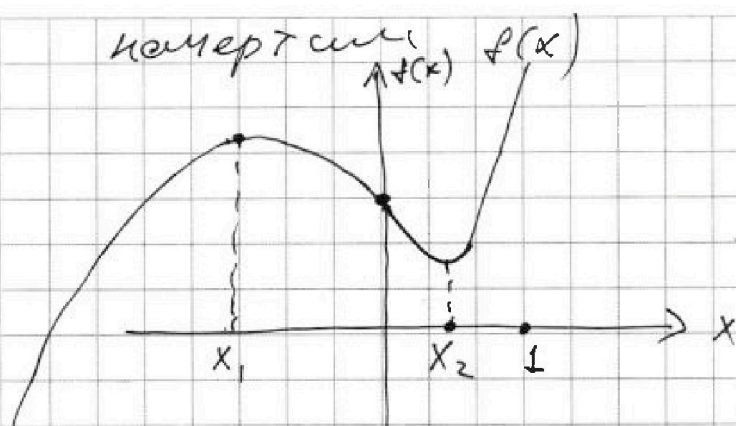


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Локальный минимум будет в точке  $x_2$ , локальный максимум в точке  $x_1$ , эти значения можно найти, решив  $f'(x) = 0$ .

$$f'(x) = 48x^2 + 16x - 7 = 0$$

$$x_1 = \frac{-16 - \sqrt{16 \cdot 16 + 4 \cdot 48 \cdot 48}}{96} = -\frac{7}{12}$$

$$x_2 = \frac{-16 + \sqrt{16 \cdot 16 + 4 \cdot 48 \cdot 48}}{96} = \frac{1}{4}$$

нетрудно понять, что на промежутке  $0 < x < \frac{1}{2}$  значение  $f(x_2)$  — наименьшее из всех значений  $f(x)$ .

$$f(x_2) = 16 \cdot \frac{1}{64} + 8 \cdot \frac{1}{16} - 7 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 0$$

значит если  $x \neq \frac{1}{4}$ , то  $f(x) > 0$  на промежутке  $0 < x < \frac{1}{2}$ .

что значит, что левая часть больше.

~~докажем, что  $x \neq \frac{1}{4}$ . пусть  $\sin B = \frac{1}{4}$~~

~~нарисуем прямоугольный треугольник с катетами 1 и гипотенузой 4~~  
очевидно, что  $x \neq \frac{1}{4}$ . ответ: слева больше.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $\varphi = \frac{\pi}{14}$

преобразуем слева

$$5 - 4 \sin 3\varphi = 5 + 4(4 \sin^3 \varphi - 3 \sin \varphi) =$$

$$= 5 + 16 \sin^3 \varphi - 12 \sin \varphi$$

преобразуем справа

$$4 \cos 2\varphi - 5 \sin \varphi = 4(1 - 2 \sin^2 \varphi) - 5 \sin \varphi = 4 - 8 \sin^2 \varphi - 5 \sin \varphi$$

пусть  $x = \sin \varphi$ .

заметьте, что  $0 < \varphi < \frac{\pi}{6}$ , и т.к. синус на этом промежутке  $\varphi$  монотонно возрастает, то  $\sin(0) < \sin(\varphi) < \sin(\frac{\pi}{6})$ .

т.е.  $0 < x < \frac{1}{2}$

перенесем всё в левую часть. если полученное выражение больше нуля, то ответ будет: слева больше.

$(16 \sin^3 \varphi + 8 \sin^2 \varphi - 7 \sin \varphi + 1)$  подставим  $x$ .  
пусть  $f(x) = 16x^3 + 8x^2 - 7x + 1$

рассмотрим  $g(x) = 16x^2 + 8x - 7$ , т.е.  $f(x) = g(x) \cdot x + 1$ .  
поскольку  $x > 0$ , то на промежутке, где  $g(x)$  монотонно возрастает, также будет монотонно возрастать и  $f(x)$ .

$$g(x) = 0 \text{ при } x_1 = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$

$$x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{2}$$

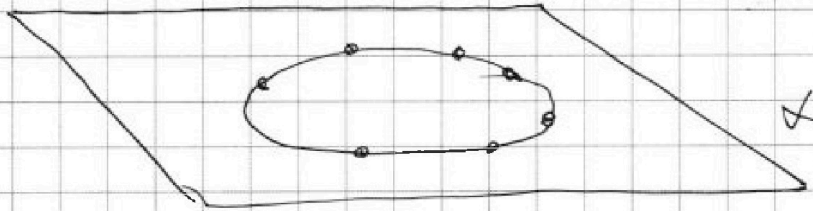
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



есть  $\exists$  две любых 4 <sup>вершин</sup> точек пирамиды в одной плоскости или лежащих в  $\pi$ , то любая плоскость, не являющаяся  $\pi$  содержит меньше 4 точек. другими словами, если мы проведем плоскость через любые три ~~из~~ вершины из пяти не лежащих на  $\pi$ , то в этой плоскости из отмеченных не окажется больше ни одной.

В пирамиде пирамиды с вершинами в отмеченных точках можно разделить на два типа: 1. три <sup>вершин</sup> точки вне плоскости  $\pi$  и одна точка из всех вершин на плоскости  $\pi$ . 2.  $n$  вершин на плоскости  $\pi$  ( $n \leq 4$  и  $n \geq 3$ ) и одна вершина не на плоскости  $\pi$ .

тогда вариантов первого типа будет количество выбора 3 точек из 5 (не из  $\pi$ ) умножить на кол-во вариантов выбора вершины из  $\pi$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в первом типе будет

$$C_5^2 \cdot 7 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 7 = 70 \text{ вариантов}$$

во втором типе вариантов будет столько, сколько способами выбрать  $n$  точек из 4 указанных и 5 вариантов выбора вершины тетраэдра (не пуст).

$$\begin{aligned} \text{Тогда их} & \left( C_4^3 + C_4^4 + C_4^5 + C_4^6 + C_4^4 \right) \cdot 5 = \\ & = \left( \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 1} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 1} + \frac{4 \cdot 3}{2} + 4 + 1 \right) \cdot 5 = \\ & = (7 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 8) \cdot 5 = (14 + 12 + 8) \cdot 5 = 34 \cdot 5 = 170 \end{aligned}$$

$$\text{Всего } 70 + 170 = 240$$

Ответ: 240



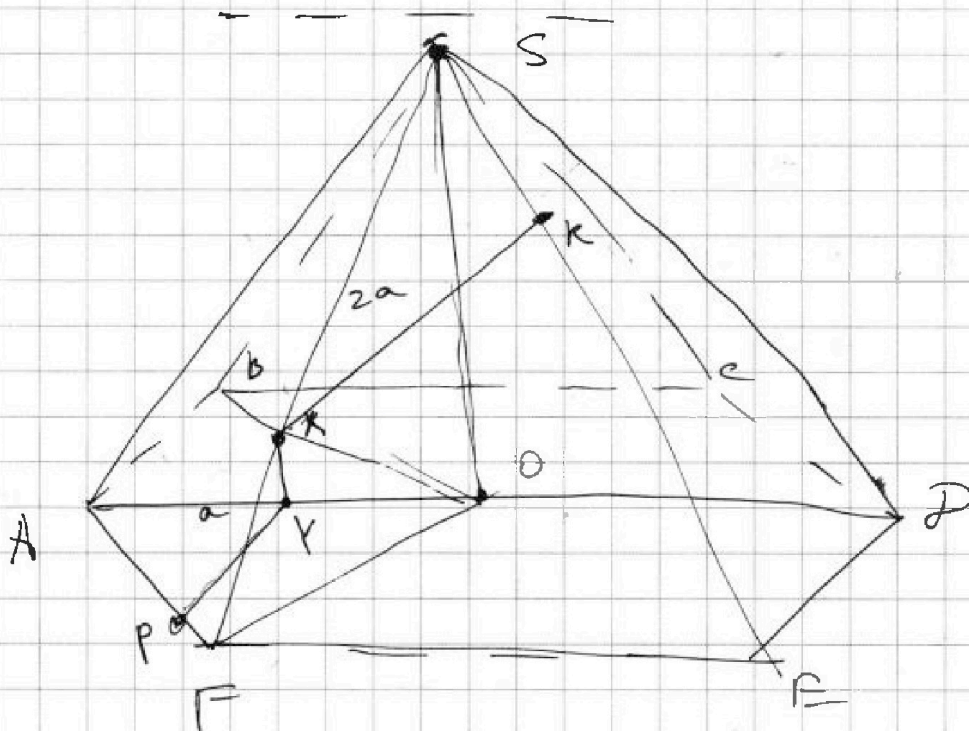


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Будем строить плоскость, параллельную плоскости  $ABS$  на высоте  $a$  с плоскости  $ABC$  в сторону пирамиды. Эта плоскость будет пересекать  $SF$  в единственной точке и  $AD$  в единственной точке. Значит эти пересечения и будут образовывать отрезок  $XY$ . ~~наименьшее~~  
 ~~$XY$  будет тогда~~

Заметим, что  $FC$  — диагональ правильного  $\Delta ABC$  и угол между  $FC$  и  $BC$  равен  $45^\circ$ . Тогда  $FCS$  — правильный треугольник,  $\angle OFS = 60^\circ$ . Заметим, что в процессе линейного увеличения расстояния между плоскостями  $\perp$  и  $ABC$  также линейно увеличивается  $a$ ,  $SX$  и  $AD$  (это можно понять, используя



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т. о. пропорциональных отрезков  
в плоскости  $APB$  или  $SFA$ )  
пусть  $AF = a$ , тогда  $Sx = 2a$  (т.к. увеличение  
линейное нам даст столько точек  
для определения коэффициента, в  
первом случае,  $x = S$  и  $y = F$   $Ag = Sx$ , значит  
свойственный член  $= 0$ , во втором случае  
 $SF = 2a$  при  $x = F$ ;  $y = 0$   $FO \parallel ABC$ , значит  
коэффициент равен 2)

отметим точки  $P$  и  $K$  такие,

что  $PF$  — пересечение  $APB$  и  $\alpha$   
 $xk$  — пересечение  $FSE$  и  $\alpha$   
тогда  $\alpha \angle APF = 60$  (т.к.  $PF \parallel OF \parallel \alpha$ )  
и  $PF = a$   
и  $\angle xke = \angle ASE$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -16x^3 + 8x^2 - 4x + 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$4 - 3 = 1$$

$$\sin 3t = 3\sin t - 4\sin^3 t$$

$$5 + 16x^3 - 12x \sqrt{4 - 8x^2} - 5x \cdot 2\sqrt{2} > 1$$

$$f(x) = 16x^3 - 8x^2 - 4x + 1$$

$$0 < x < \frac{1}{2}$$

$$16x^3 - 8x^2 - 4x$$

$$8 \pm \sqrt{64 + 448}$$

$$\frac{8 \pm \sqrt{512}}{32}$$

$$8 \pm 16\sqrt{2}$$

$$\frac{8 \pm 16\sqrt{2}}{32}$$

$$\frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{4} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1 - 2\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{4}{2}} <$$

$$(1 - 2\sqrt{2}) \sqrt{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - 1 + 1$$

$$16\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$8 < 9$$

$$\frac{1 + 2\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$1 + 2\sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$\frac{8}{32} + \frac{16}{32} - \frac{4}{32} - \frac{1}{2} = 1$$

$$-\frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 16 \\ +28 \\ \hline 128 \\ 32 \\ \hline 448 \\ +64 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$16 \cdot 16 \cdot 2$$

$$\frac{16}{8} - \frac{8}{4} =$$

$$\frac{16}{64} - \frac{8}{16} - \frac{1}{4} + 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L, M = \frac{13}{3} = r + p$$

$$(r+p)(r-p) = Mx \cdot My = 10$$

$$p = \frac{13}{3} - r$$

$$-\frac{13 \pm \sqrt{16 + 84}}{6}$$

$$\frac{13}{3} \left( 2r - \frac{13}{3} \right) = 10$$

$$\frac{26}{3} r - \frac{169}{9} = 10$$

$$\frac{26}{3} r = 10 + \frac{169}{9} = \frac{259}{9}$$

$$r = \frac{259 \cdot 3}{26 \cdot 9} = \frac{259}{72}$$

$$16x^2 + 8x - 7$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$-8 \pm \sqrt{64 + 28 \cdot 16}$$

$$\frac{16x^2 + 8x - 7}{32}$$

$$\frac{16 \cdot 27}{8} + \frac{8 \cdot 9}{4} - \frac{7 \cdot 5}{2} + 1$$

$$\frac{-8 \pm 16\sqrt{2}}{32}$$

$$2 \cdot 27 + 2 \cdot 9 - \frac{21}{2} + 1$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4} + 1$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + 1 > 0$$

$$\frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{4}$$

$$48x^2 + 16x - 7 = 0$$

$$-16 \pm \sqrt{16 \cdot 16 + 3 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 4}$$

$$16 \cdot 6$$

$$3 \cdot 2 \cdot 4$$

$$21$$

$$84$$

$$\frac{259}{9} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

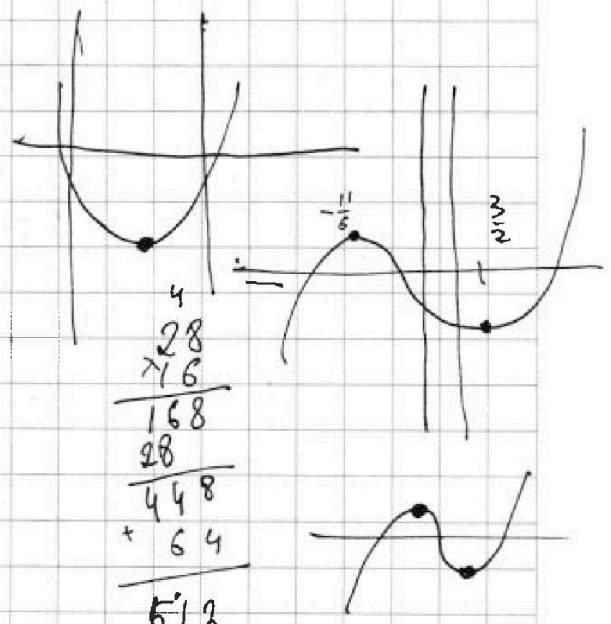
$$\frac{21}{9}$$

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-(\pm 10)}{6}$$

$$2\sqrt{2} \sqrt{1}$$



$$\frac{28}{9}$$

$$\frac{7 \cdot 16}{9}$$

$$\frac{168}{9}$$

$$\frac{28}{9}$$

$$\frac{448}{9}$$

$$+ \frac{64}{9}$$

$$512$$

$$\frac{98}{2} + \frac{16}{2} - 7$$

$$\frac{32-7}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

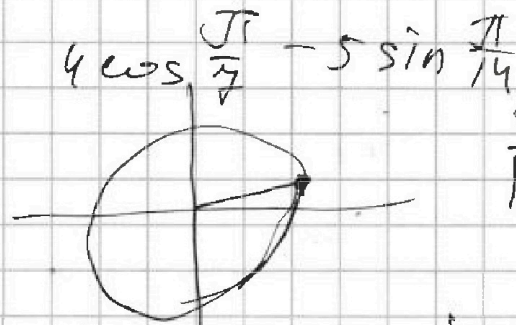
СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{\pi}{14} = \alpha \quad \frac{90}{4}$$

~~$$5 - 4 \sin 3\alpha$$~~



$$\frac{\pi}{14} = 12 \frac{6}{7}$$

$$4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\boxed{4 \cos \alpha - 5 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha = \sin^3 \alpha}$$

$$0 < \sin^2 \alpha < \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad | \quad 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{3}\right) = 0 \quad | \quad 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

~~$$5 - 16 \sin^3 \alpha - 4 \sin \alpha \quad \checkmark$$~~

~~$$5 - 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \quad \checkmark \quad 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$~~

$$| -16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha | \checkmark 0$$

$$| -16 + 8 - 7$$

$$| -\frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4}$$

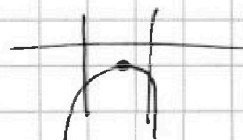
$$| -\frac{16}{8} + \frac{8}{4} - \frac{7}{2} \quad \checkmark 0$$

$$| -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4}$$

$$f(x) = -16x^2 + 8x - 7$$

$$8 \pm \sqrt{64}$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ наиб. знач.}$$



$$1 + \frac{1}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$



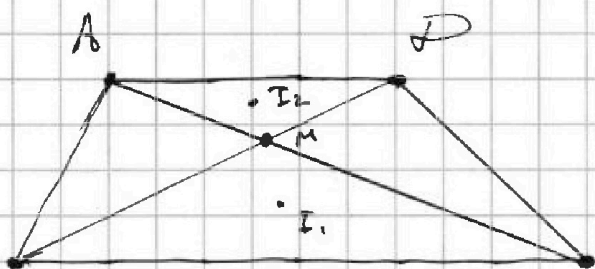


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2MZ = MX$$

$$2MW = MY$$

$$-\frac{1}{4} - \sqrt{2}$$

$$-\frac{1}{4} + \sqrt{2} \quad \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

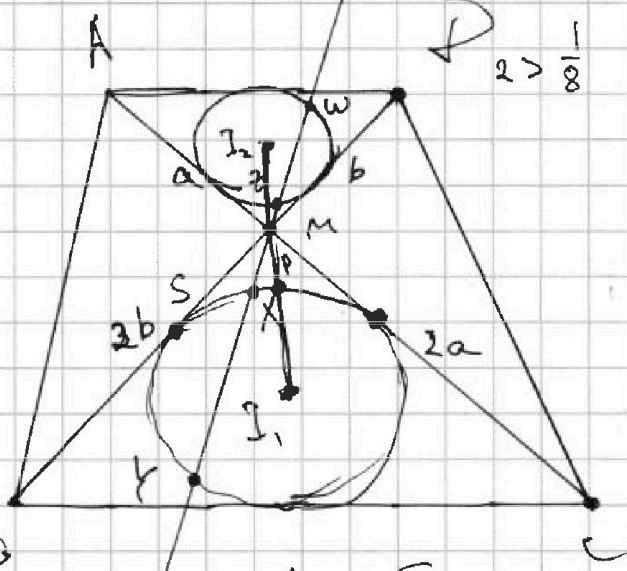
~~$$2MZ \cdot MY = 2MW \cdot MX$$~~

~~$$2MZ \cdot MY = MX \cdot MY$$~~

~~$$MX \cdot MY = \frac{13}{3}$$~~

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$



$I_1, I_2$  проходят через M

$$2AD = BC$$

$$\angle MCB = \angle MAD$$

$$MS^2 = \frac{10}{2}$$

$$MS = \sqrt{\frac{10}{2}}$$

$$w_1 = 2w_2$$

$$2I_2M = I_1M$$

$$I_2M = I_1I_2 - I_1M$$

$$2I_1I_2 - 2I_1M = I_1M$$

$$13 = 3I_1M$$

$$I_1M = \frac{13}{3}$$

$$I_2M = \frac{13}{6}$$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{16 \cdot 4 + 16 \cdot 28}}{32}$$

$$\frac{169}{18}$$

$$\frac{-8 \pm 18\sqrt{32}}{32}$$

$$\frac{-1 \pm 2\sqrt{32}}{4}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также  $x$ , при котором достигается максимум функции на промежутке  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  будет совпадать. (это также можно найти получив большее решение  $f'(x) = 0$ )

минимум  $g(x)$  достигается при  $x_0 =$

$$\frac{\cos \frac{\pi}{84}}{\cos \frac{\pi}{12}} + \frac{\sin \frac{\pi}{84}}{\sin \frac{\pi}{12}} = 16 + 2$$

$$\frac{144 + 2^4}{168}$$

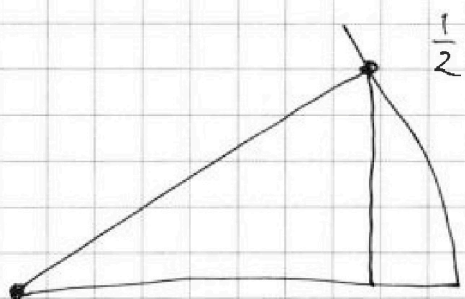
$$\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{t} = \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{12} - \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{2}{168} = \frac{1}{84}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

$$t = 84$$



$$\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} = 2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$$

пусть это равенство

$$\sin \frac{\pi}{14} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{84} \right) = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{84} + \sin \frac{\pi}{84} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

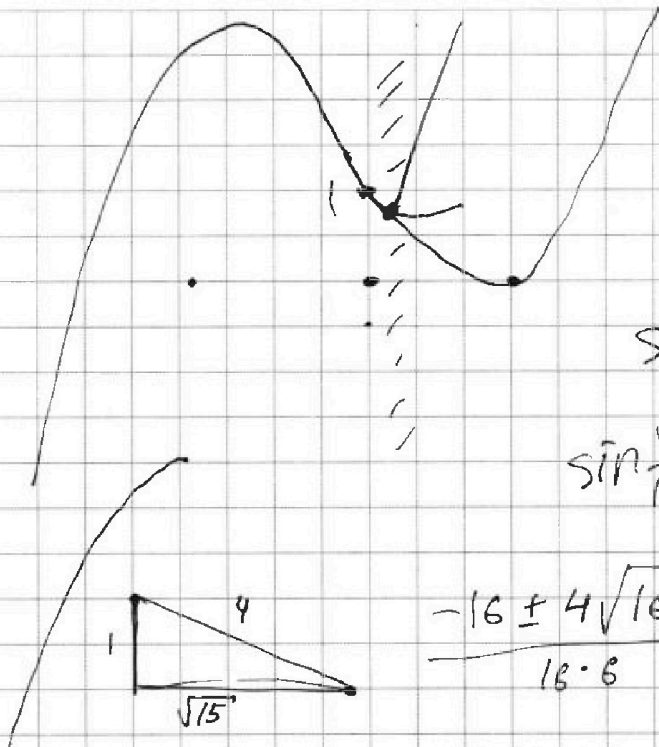


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \frac{\sqrt{15}}{14} \vee \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\sqrt{15}}{14}$$

$$\frac{-16 \pm 4\sqrt{16+84}}{16 \cdot 6}$$

$$\frac{-16 \pm 40}{16 \cdot 6}$$

$$\frac{-4 \pm 10}{4 \cdot 6}$$

$$\frac{-2 \pm 5}{12}$$

$$\frac{3}{12}$$

$$\frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4} + 1$$

$$\frac{-7}{12} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} \stackrel{+1}{=} 0$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} - \frac{7}{4} + \frac{4}{4} = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = z^2$$

4.9

$$x^2 + y^2 = 9s^2 - 12s + 4 + 4 + 16s^2 + 16s$$

11

~~11~~

$$f(s) = 25s^2 - 28s + 8$$



29 - ~~min~~

$$f'(s) = 50s - 28$$

23 - минимум

29

$$s = \frac{28}{50} = \frac{14}{25}$$



52

при  $s = 0$

6. Шестерок

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$z = 1$$

при  $s = 1$

$S_4 = 9$  в некоторой сумме - простое число

найдем  $p$  и  $q$  такие, что

$$p^2 - q^2 = 492$$

$$x = 1$$

$$y = -2$$

$$z = 1$$

$$S_4 = 6$$

$$(p - q)(p + q) = 492 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$$

$$792 : 2$$

$$396$$

$$198 \quad 2$$

$$99 \quad 3$$

$$33 \quad 3$$

$$11$$

$p$  - нечет  
 $q$  - чет

$$6 \cdot 52 = 312$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x \cdot \ln(2) + 3y \cdot \ln(2) + 3z \ln(2) + z \ln(3) = \ln(2) + \ln(3)$$

$$\ln(16) = \ln(2) + \ln(8)$$

$$\ln(8) = \ln(2) + \ln(4)$$

$$\ln(24) = \ln(2) + \ln(12)$$

$$\ln(6) = \ln(2) + \ln(3)$$

~~$$\frac{4}{\ln 2} + \frac{3}{\ln 2} + \frac{3}{\ln 2} + \frac{z}{\ln 3} = \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3}$$~~

$$5 = 3s + 1$$

$$y = \frac{-2 - 4(3s + 1)}{3}$$

$$4x + 3y + 3z + z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$-2 - 12s - 4$$

$$-6 - 12s$$

$$-2 - 4s$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} \cdot (1 - z)$$

$$\log_2 3 (1 - z) - \text{целое}$$

$$z = 1$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + \frac{4 + 16x + 16x^2}{9}$$

~~$$4x + 3y + 3 - 1 = 0$$~~

$$f(x) = 25x^2 + 16x + 4$$

$$4x + 3y = -2$$



$$y = \frac{-2 - 12s + 8}{3}$$

$$y = \frac{-2 - 4x}{3}$$

$$4x + 2 \equiv 3$$

$$x = 3s + 2$$

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} y = 2 - 4s \\ x = 3s - 2 \\ z = 1 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$$

$$S_0 = 7x$$

$$24x + 42 = 49^2$$

$$S_1 = 7x - (x-3) = 6x+3 \quad \div 3$$

~~$$x=42$$~~

$$S_2 = 6x+2 \quad \div 2$$

$$42 \cdot 10 = 24 \cdot x$$

$$S_3 = 6x+1$$

$$x-3 \geq 1$$

$$24 \cdot 30 = 24 \cdot x$$

$$S_4 = 6x \quad \div 6$$

$$\boxed{x \geq 4}$$

$$x=30$$

~~$$S_5 = 6x-1$$~~

$$6x+15$$

$$S_6 = 6x-2 \quad \div 2$$

$$6x+18$$

$$3 \cdot 7 = 21$$

$$S_7 = 6x-3 \quad \div 3$$

$$x, x+1, (x+2), x+3, x+4, (x+5), x+6$$

$$S_0 = 7x + 21$$

$$S_1 = 6x+21$$

$$S_4 = 6x+18$$

$$S_7 = 6x+15$$

~~#~~  
#

1

4

$$x \geq 1$$

$$S_1 = 6x+21 \quad \div 3$$

$$p = 6x+19$$

$$S_2 = 6x+20 \quad \div 2$$

$$q = 6x+17$$

$$S_3 = 6x+19$$

$$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) =$$

$$S_4 = 6x+18 \quad \div 2$$

$$= 2(12x+36) = 4 \cdot 9$$

~~$$S_5 = 6x+17$$~~

$$S_6 = 6x+16 \quad \div 2$$

$$S_7 = 6x+15 \quad \div 3$$

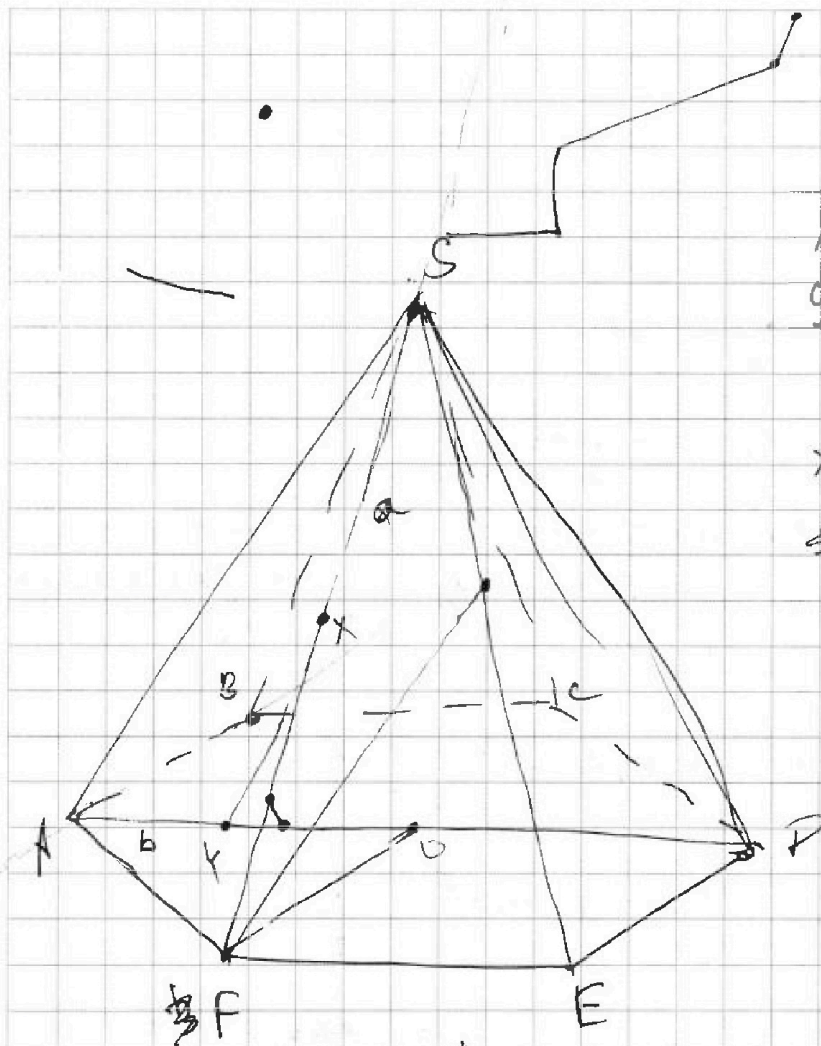


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \rightarrow S \quad 4$$

$$y \rightarrow A$$

$$x \rightarrow F \quad 2$$

$$y \rightarrow 0$$

$$\frac{-360 + \sqrt{36 \cdot 36 + 4 \cdot 36}}{2}$$

$$-360 + 6\sqrt{40}$$

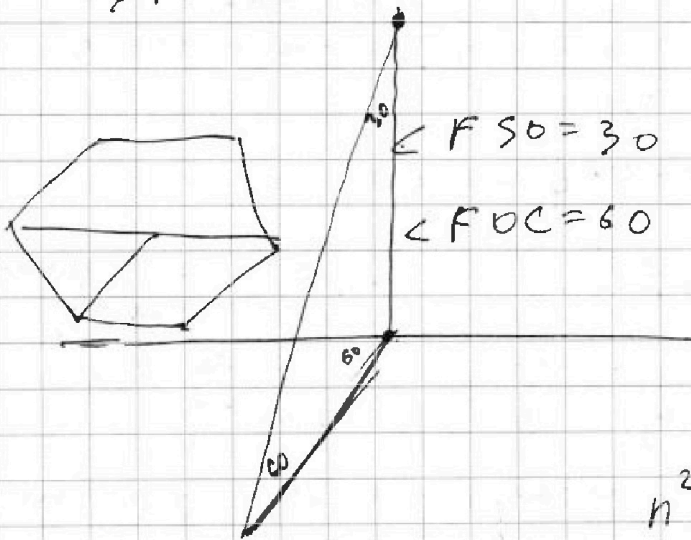
$$a = 26$$

$$KX \perp S$$

$$144n$$

$$143n^2 + n = 180n - 360$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 1$$

$$\frac{16 \cdot 27}{8} + \frac{8 \cdot 9}{4} -$$

$$\sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{27}{2} \quad 5 - \frac{7}{2}$$

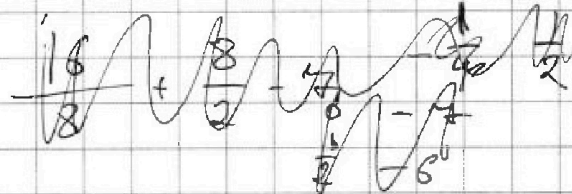
$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{2\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$16x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$\frac{16}{8} + \frac{8}{4} - \frac{7}{2} + 1$$

$$16x^2 + 8x - 7$$



U

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 7 \cdot 16}}{32}$$

64

$$\frac{-8 \pm \sqrt{4 + 28}}{32}$$

$$\frac{-8 \pm 16 \cdot 4\sqrt{2}}{32}$$

$$0 < x < \frac{1}{2}$$

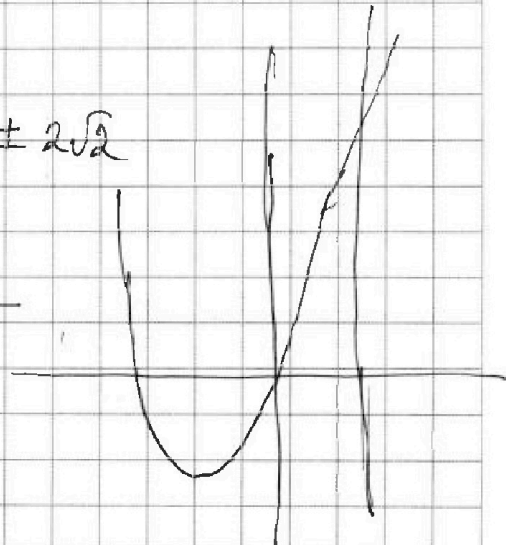
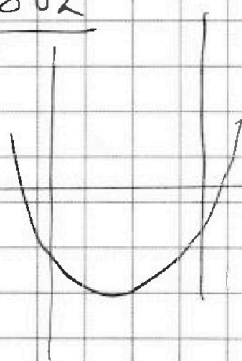
$$4 + 4 - 7 = \frac{-1 \pm 8\sqrt{2}}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \pm 2\sqrt{2}$$

$$\frac{16}{4} + \frac{8}{2} - 7$$

$$\frac{0}{2} - 7$$

1





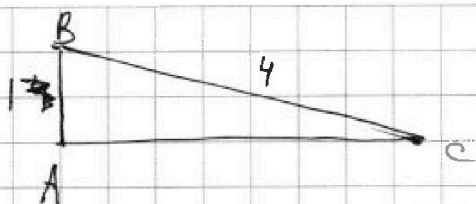
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

3 ИЗ

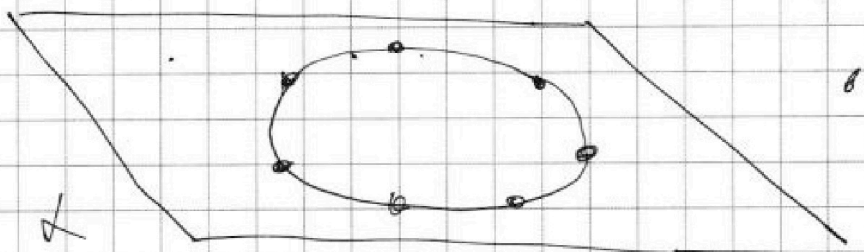
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



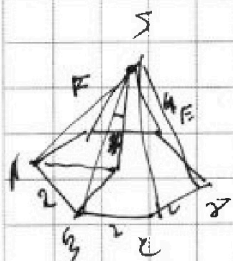
Здесь  $\sin \angle BCA = \frac{1}{4}$ , значит  $\angle BCA = \beta$ , т.к.  $\angle BCA < 90$

Тогда  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{15}$   
по т. косинусов

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos \beta$$



1. основание  
в одной плоскости

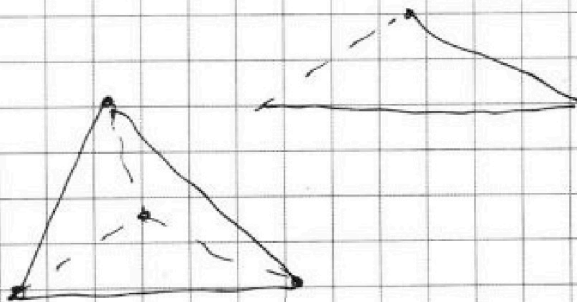


$$C_5^3 \cdot 4 + 5(C_4^3 + C_4^2 + C_4^1 + C_4^0)$$

$$\frac{4!}{3! \cdot 1!}$$

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$





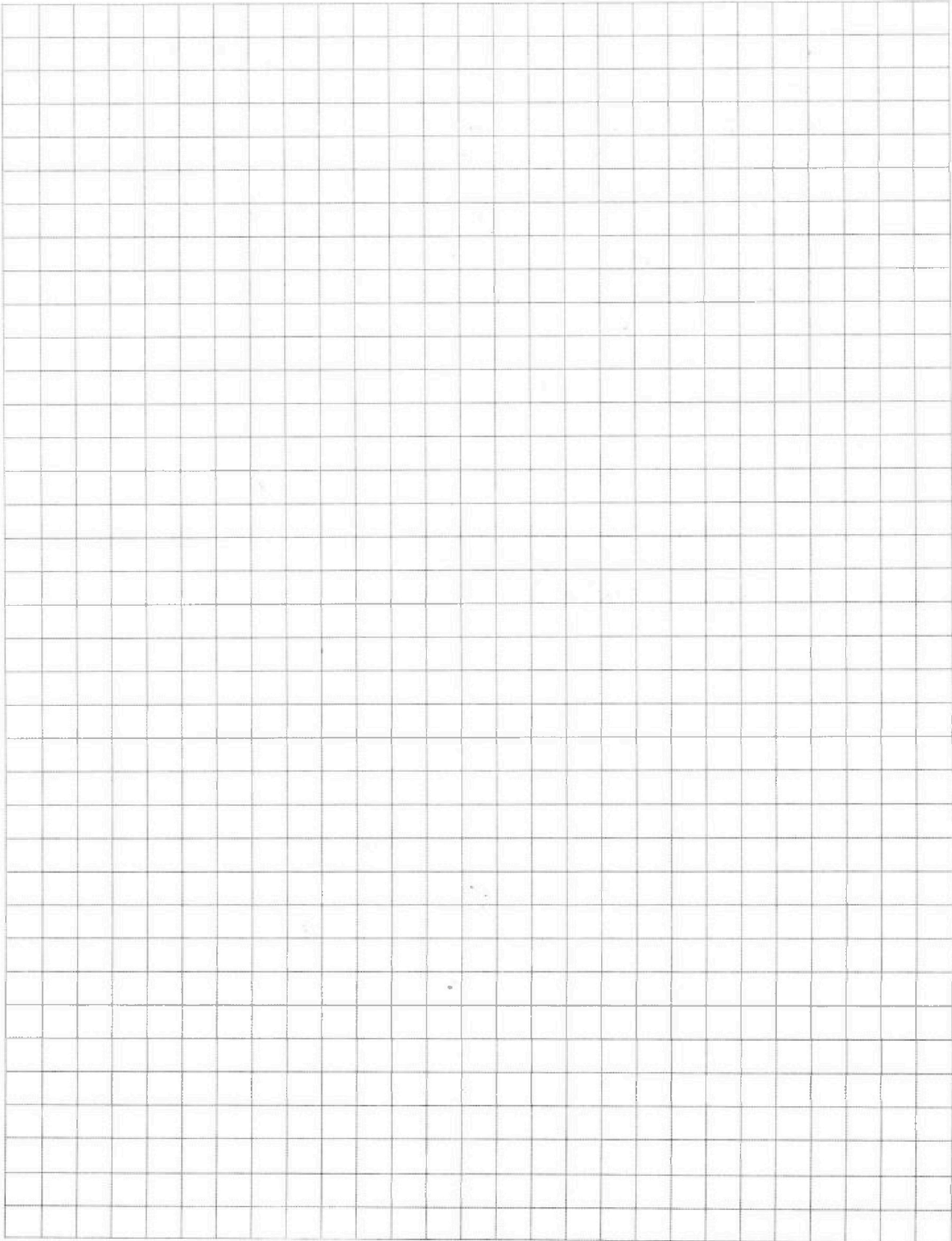


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $n$  вершин.  
тогда сумма углов  $= (n-2) \cdot 180$

запишем сумму прогрессии:

$$143 + (143+2) + (143+2 \cdot 2) + \dots + (143 + (n-1) \cdot 2) =$$
$$= 143 \cdot n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = 143n + n(n-1) = n^2 + 142n$$

приравняем:  $(n-2)180 = 180n - 360 = n^2 + 142n$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 18$$

ответ: 20 вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к.  $s$  - целое, рассмотрим ближайшие целые значения значення  $k$   $s = -\frac{11}{25}$ . В любых других целых значениях  $f(s)$  будет больше.

I при  $s=0$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -2 \\ z &= 1 \end{aligned} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

II при  $s=-1$

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ y &= 2 \\ z &= 1 \end{aligned} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

В I случае ответ меньше, значит это и будет ответ на задачу.

Ответ: 6