



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Мы знаем, что сумма углов выпуклого многоугольника с n сторонами равна $S = 180^\circ(n-2)$.

Сумма же арифметической прогрессии с разностью d , начальным членом a_0 и количеством m равна:

$$S_1 = \frac{2a_0 + d(m-1)}{2} m$$

Заметим, что $m = n$. Рассмотрим два случая:

1) $d = 2^\circ$. Тогда $S_1 = \frac{2 \cdot 143^\circ + 2(n-1)}{2} n = (142+n)n$.

$$S_1 = S \Rightarrow n(142+n) = 180(n-2) \Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = (2 \cdot 19)^2 - 4 \cdot 360 = 4(361 - 360) = 4 \Rightarrow n = \frac{38 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = 18 \end{cases}$$

Отвечая, что найденные n подходят.

2) $d = -2^\circ$. Тогда $S_1 = \frac{2 \cdot 143^\circ - 2(n-1)}{2} n = (144-n)n$.

$$S_1 = S \Rightarrow n(144-n) = 180(n-2) \Rightarrow n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$D = (18 \cdot 2)^2 + 4 \cdot 360 = 4 \cdot (324 + 360) = 4 \cdot 684 \Rightarrow \text{В этом случае } n - \text{ не целое число} \Rightarrow n \text{ не подходит.}$$

Число вершин = числу ребер = количеству углов.

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \quad x, y, z \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow \text{все применённые преобразования корректны}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6 \quad \text{Натуральный логарифм монотонно возрастает, поэтому: } 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 6 \Rightarrow 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 6 = 2 \cdot 3$$

Исходя из того, что $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$, а также из основной теоремы арифметики, получаем:

$$\begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=-2 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-2-3y}{4}$$

Видим, что для целого x y должен быть чётным.

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-2-3y}{4}\right)^2 + y^2 + 1 =$$

$$= \frac{4+12y+9y^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{25y^2+12y+20}{16} - \text{парабола с ветвями вверх}$$

Значит, минимум достигается в вершине \bullet при $y = -\frac{12}{50} = -0,24$

Но нам подходит только $y \in \mathbb{Z}^+$ (и чётное) \Rightarrow проверяем ближайшие значения

$$1) y=0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1,25$$

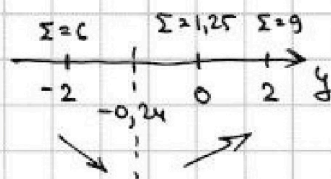
$$2) y=-2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{100 - 24 + 20}{16} = \frac{96}{16} = \frac{24}{4} = 6$$

~~Достигается при $z=1, y=0, x^2 = \frac{5}{4}$~~

$$3) y=2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{100 + 24 + 20}{16} = \frac{25+6+5}{4} = 9$$

Видим, что минимальное значение достигается при $\begin{cases} y=2 \\ z=1 \\ x=1 \end{cases}$ и равно 6

Ответ: 6





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$. Пусть сумма чисел (всех) S , а не выделенных оказались числа a и b .

Тогда $(p-q) \cdot \frac{S}{p+q} = (a-b) \cdot \frac{S}{p+q} = a-b$, что по модулю ≤ 6 (ибо числа последовательные) $\Rightarrow (p+q) : 11$. При этом

~~$p+q = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 11}{p+q}$~~ Остается перебрать простые числа от 2 до $\frac{792}{2} =$

(т.к. $|p-q| \geq 2$) = 396, и найти подходящие p и q . Единствен-

ные значения: $\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases}$. Пусть ~~первое из/среди чисел n .~~

Но

Каждо ~~клетка~~ соответствующее M подобрать не получится; ~~оба~~

Ближайшее значение $M = \{13; 14; 15; 16; 17; 18; 19\}$

Ответ: $M = \{13; \dots; 19\}$

97

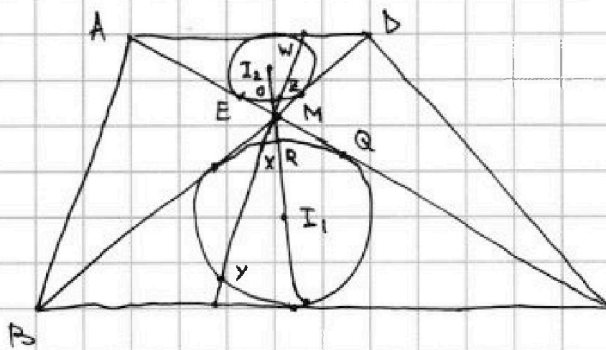


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что картинка в треугольнике AMD ~~равна~~ подобна картинке в треугольнике BMC (как и сами треугольники) с коэффициентом $k = \frac{AD}{BC} = 2$

Иными словами, соотношение

$$\frac{BC}{AD} = \frac{2}{1} = \frac{1}{k}$$

выполняется для \forall двух соответствующих отрезков из треугольников (и их «внутренностей») BMC и AMD. Тогда: $MR = 2MO$;

$$MX = 2MZ; MY = 2MW; r_1 = 2r_2 \text{ (радиусы } \omega_1 \text{ и } \omega_2 \text{)}.$$

Проведём прямые MI_1 и MI_2 . Они обе являются биссектрисами, так как I_1, I_2 — центры вписанных окружностей.

$$\left. \begin{aligned} \text{Тогда } \angle EMI_2 &= \frac{1}{2} \angle AMD \\ \angle QMI_1 &= \frac{1}{2} \angle BMC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Т.к. } \angle AMD = \angle BMC, \angle EMI_2 = \angle QMI_1$$

Получаем, что вертикальные углы равны \Rightarrow Точки I_1, M, I_2 лежат на одной прямой.

Запишем степень точки M относительно ω_1 и ω_2 :

$$\deg_M(\omega_1) = MR(MR + 2 \cdot r_1) = MQ^2 = MX \cdot MY$$

$$\deg_M(\omega_2) = MO(MO + 2 \cdot r_2) = ME^2 = MZ \cdot MW$$

$$\deg_M(\omega_1) = MR(MR + 2r_1) = MX \cdot MY = 2MZ \cdot MW = 10$$

$$I_1 I_2 = r_1 + r_2 + MO + MR = \frac{3}{2} r_1 + \frac{3}{2} MR = \frac{13}{2} \Rightarrow 3r_1 + 3MR = 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из второго уравнения, $MR = \frac{13}{3} - \omega_1$. Тогда, подставив в 1^{ое} уравнение:

$$\left(\frac{13}{3} - \omega_1\right)\left(\frac{13}{3} + \omega_1\right) = 10$$

$$\frac{169}{9} - \omega_1^2 = 10 \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{169-90}{9} = \frac{79}{9} \Rightarrow \omega_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$

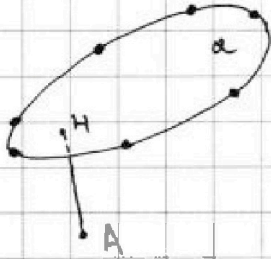


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что если взять любую из пяти вершин, $\notin \alpha$, и любое количество точек в α , получится выпуклая пирамида. (~~2~~) ($\rightarrow 2$)

Действительно, пусть мы взяли точку $A \notin \alpha$. Очевидно, что высота AH полученной пирамиды не равна 0 \Rightarrow пирамида не будет

вырожденной. Также очевидно, что для \forall количества выбранных точек в $\alpha \exists$ построенной на них выпуклой многоугольник, и при том только один (достаточно, пройти в одном направлении по окружности, соединить точки,).

Значит, уже получаем $C_5^1 \cdot (C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7)$ пирамид.

$$5 \left(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7 + C_7^0 - (C_7^0 + C_7^1 + C_7^2) \right) =$$

$$= 5 \left(2^7 - 1 - 7 - \frac{7 \cdot 6}{2} \right) = 5 (128 - 8 - 21) = 99 \cdot 5 = 495$$

Могут ли быть еще пирамиды? Да. Достаточно взять 4 вершины из ~~12~~ точек ~~на плоскости~~ и получится треугольная пирамида. Она не будет вырожденной, ибо, из условия, эти четыре точки не лежат в одной плоскости. Она будет выпуклой, ибо треугольники, один из которых в основании, другие не боковой. \Rightarrow Все такие нам подходят. Их $C_5^4 = 5$.

Если не рассмотреть иные варианты пирамид, то ~~то~~ точки основания не будут лежать в одной плоскости. Действительно, пусть это не так. Тогда, из условия, это плоскость α ~~все~~ ~~на~~ ~~этой~~ ~~стороне~~ ~~была~~ - противоречие.

Отдельно рассмотрим треугольные пирамиды. Их $C_{12}^4 + C_2^4 =$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{24} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} = 5 \cdot 92$$

(все варианты)
(вырожденные в плоскости α)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но мы уже ушли $5 \cdot C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5^2}{6} = 5 \cdot 35$ штук (они входят в 495)

Значит, общее число увеличится на $5(92 - 35) = 5 \cdot 57$. Итого,

$5(92 + 57) = 5 \cdot 156$ вариантов.

Предположим, что есть еще пирамида. Тогда у них в основании как минимум 4 вершины \Rightarrow (из условия) они лежат в плоскости $\alpha \Rightarrow$ мы их уже ушли, противоречие!

Ответ: ~~314~~ 780

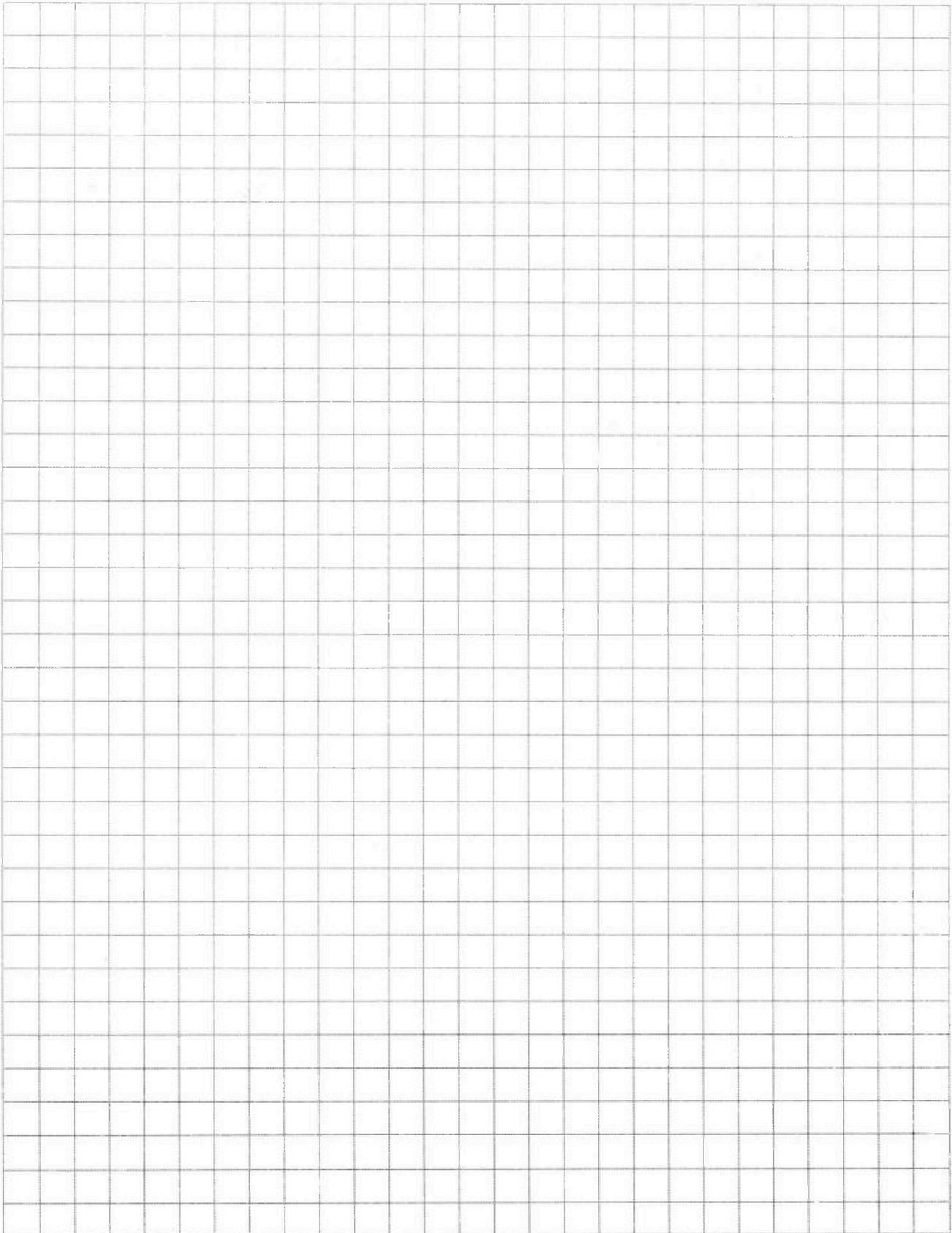


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= 5 - \frac{8}{\sqrt{2}} = 5 - 4\sqrt{2}$$

$$1 - \frac{x^2}{2} \quad \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} > \cos \frac{\pi}{7} < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} > \sin \frac{3\pi}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \quad \cos \left(\frac{6\pi}{14} \right) > 1 - \frac{6\pi^2}{196} \sin \frac{\pi}{14} > 0$$

$$5 - \frac{8}{\sqrt{2}} + 5 - 5 \cdot \frac{6\pi^2}{196}$$

$$10 - \frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{30\pi^2}{196} < 10 - \frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{30 \cdot 3^2}{196}$$

$$10 - \frac{8}{\sqrt{2}} + \frac{1960 - 30 \cdot 9}{196} > 0$$

$$\frac{10(196 - 27)}{196} > \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$14.7$$

$$\frac{5 \cdot 169 - 8}{14 \cdot 7} > \frac{8}{\sqrt{2}} > 0$$

$$5 \cdot 169 \sqrt{2} > 8 \cdot 14 \cdot 7$$

$$25 \cdot 13^4 \cdot 2 > 8^2 \cdot 14^2 \cdot 7^2$$

$$8 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 139 \\ \times 169 \\ \hline 12881 \\ + 28561 \cdot 20 \\ \hline 28561 \cdot 20 \\ + 142805 \\ + 57122 \\ \hline 514025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 49 \\ \hline 288 \\ + 128 \\ \hline 1568 \\ \times 196 \\ \hline 9408 \\ + 14112 \\ + 1568 \\ \hline 307328 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} \right) \cdot \left(5 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} \right)$$

$$< 3 - 2\sqrt{3} + 5 \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} > 0$$

$$\sqrt{\frac{25(2-\sqrt{3})}{4}} > 2\sqrt{3} - 3$$

$$\frac{25(2-\sqrt{3})}{4} > 21 - 12\sqrt{3}$$

$$250 - 25\sqrt{3} > 84 - 48\sqrt{3}$$

$$23\sqrt{3} > 34$$

$$529 \cdot 3 > 456$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 289 \\ \hline 289 \\ + 2890 \\ \hline 1156 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$26b - \frac{13^2}{2} + 26c + 6c^2 = -15$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{5 \cos \frac{\pi}{7}} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$8x + 26x (b+c)^2 - c^2 = \frac{5}{2}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 5 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{0}$$

$$26(b+c) - \frac{13^2}{2} + 6c^2 = -15$$

$$5 + 5(\sin \frac{\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{14}) + \sin \frac{3\pi}{14} - 5 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$26 \sqrt{\frac{5}{2} + c^2} - \frac{13^2}{2} + 6c^2 = -15$$

$$5 + 5 \cdot 2 \cdot \sin(-\frac{\pi}{14}) \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{14} - 5 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$26 \sqrt{\frac{5}{2} + c^2} = \frac{139}{2} - 6c^2$$

$$5 - 10 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{14} - 5 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$26^2 \cdot \frac{5}{2} + 26^2 c^2 = \frac{139^2}{4} - 3 \cdot 139 \cdot 2c^2 + 36c^2$$

$$5 - 10x(\frac{1}{2}x^2) + x - 5(1-2x^2)$$

$$d = \sqrt{\frac{5}{2}} \quad c = \sqrt{10}$$

$$5 - 10x + 20x^3 + x - 5 + 10x^2$$

$$\begin{cases} (a+c+2a+2c) = \frac{13}{2} & 3a+3c = \frac{13}{2} & a = \frac{13}{6} - c \\ a(a+2c) = \frac{5}{2} & a(a+2c) = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x(-9 + 10x + 20x^2) \sqrt{0}$$

$$a(\frac{13}{6} + c) = \frac{5}{2} \quad (\frac{13}{6} - c)(\frac{13}{6} + c) = \frac{5}{2}$$

$$25 + 180 = 205 \quad \frac{5 \pm \sqrt{205}}{20}$$

$$\frac{169}{36} - c^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{169}{36} - \frac{90}{36} = c^2$$

$$\sin \frac{\pi}{7} \cdot 14 < \pi$$



$$\sin \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{14} = \frac{6\pi}{14}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} \Rightarrow \frac{3\pi}{14} - \frac{27\pi^3}{14^3 \cdot 6}$$

$$5 - 4(\frac{3\pi}{14} - \frac{27\pi^3}{14^3 \cdot 6})$$

$$\sin \frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} < 1$$

$$5 - 4 \frac{12\pi}{14} + \frac{27 \cdot 2\pi^3}{14^3 \cdot 3}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} > \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{4\pi}{14}$$

$$\sin(2\alpha + \alpha) = 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \cos \alpha \quad \sin(2\alpha + \alpha) = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \sin \alpha$$

$$\sin \alpha (2(1 - \sin^2 \alpha) + (1 - 2 \sin^2 \alpha)) = \sin \alpha (3 - 5 \sin^2 \alpha)$$

$$5 - 4x(3 - 5x^2) - 4(1 - 2x^2) + 5x$$

$$5 - 12x + 20x^3 - 4 + 8x^2 + 5x = 1 - 7x + 8x^2 + 20x^3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_0

$$180(n-2) = (142+n)n$$

$$n^2 + 142n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$38^2 - 360 = 21 \dots$$

~~$180(n-2) = 143 + 2(n-1)n$~~

$$\frac{143 \cdot 2 \pm 2(n-1)}{2} n = (143+n-1)n$$

$$(142+n)n$$

$$128 - 1 - 7 - \frac{7 \cdot 6}{2} - \frac{7 \cdot 5}{2} = 5 \cdot 99 - 5 \cdot 7$$

$$120 - 21 - 35$$

$$99 - 35 = 64 \quad p - q = b - a \leq 6$$

$$\frac{(144-n)n}{284}$$

$$\frac{143}{141}$$

$$\frac{180(n-2)}{4}$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$\frac{324 + 360 = 684}{324}$$

$$\frac{684}{4} = 26$$

$$\frac{284}{4}$$

$$n(144-n)$$

$$180(n-2)$$

$$(144-n)n = 180(n-2)$$

$$144n - n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$324$$

$$28^2 = 4 \cdot 14^2 = 4 \cdot 196 = 4(200-4)$$

$$\frac{784}{28}$$

$$180(n-2) = \frac{143 + 143 + (n-1)2}{2}$$

$$n = (143+n-1)n = (142+n)n$$

$$142n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_2 = 19 \pm 1 \Rightarrow n = 20; 18.$$

$$178 - 1 - 7 - \frac{7 \cdot 6}{2} - \frac{7 \cdot 5}{2}$$

$$120 - 21 - 35$$

$$99 - 35 = 64$$

$$p - q = b - a \leq 6$$

$$n = (143+n-1)n = (142+n)n$$

$$18(20-1)^2 = 400 - 40$$

$$\frac{1}{0} \frac{a}{0} \frac{6}{0} \frac{7}{0} \frac{8}{0}$$

$$(S-a)^2 - (S-b)^2 = 792$$

$$\uparrow$$

прос

$$(a+b)(a-b) = 792$$

$$(a-b)(a+b) = 792$$

$$(b-a)(2S-a-b) = 792$$

$$\sqrt{\frac{792}{12}} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{11}$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p, q \geq 21$$

$$p+q = 22$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 6$$

$$z=1; \quad 4x+3y+3=1$$

$$4x+3y = -2$$

$$x = \frac{-2-3y}{4}$$

$$\frac{25y^2 + 12y + 1}{16}$$

$$\frac{20}{16} \quad \frac{100 + 24 + 20}{16} = \frac{96}{16}$$

$$792 \begin{array}{r} | 2 \\ 396 | 2 \\ 198 | 2 \\ 99 | 9 \\ 11 | 11 \end{array}$$

$$792 = 2^3 \cdot 9 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} \pm 1 \\ \pm 2 \\ \pm 3 \\ \pm 4 \\ \pm 6 \\ \pm 9 \\ \pm 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2 \\ 0 \\ 2 \end{array}$$

$$\frac{-12}{50} \quad 0$$

$$\frac{20}{16} \quad \frac{100 + 24 + 20}{16} = \frac{96}{16}$$

$$28^2 = 4 \cdot 14^2 = 4(200-4)$$

$$\frac{784}{28}$$

$$180(n-2) = \frac{143 + 143 + (n-1)2}{2}$$

$$n = (143+n-1)n = (142+n)n$$

$$142n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_2 = 19 \pm 1 \Rightarrow n = 20; 18.$$

$$(S-a)^2 - (S-b)^2 = 792$$

$$\uparrow$$

прос

$$(a+b)(a-b) = 792$$

$$(a-b)(a+b) = 792$$

$$(b-a)(2S-a-b) = 792$$

$$\sqrt{\frac{792}{12}} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{11}$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p, q \geq 21$$

$$p+q = 22$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q)$
 $p, q \geq 21$
 $p+q \geq 22$
 $2^3 \cdot 3^2 - 11$
 $23 \ 29 \ 31 \ 37 \ 41 \ 43 \ 47 \ 53 \ 59 \ 61 \ 67 \ 71 \ 73 \ 79 \ 83$
 $8 \ 93 \ 97 \ 101 \ 103 \ 107 \ 109 \ 113 \ 117 \ 121 \ 127$
 127
 131
 137
 $149 \ 152 \ 162$
 198
 210
 224
 252
 268
 $(101-97)(101+97) = 4 \cdot 202 = 808$

$\frac{n+n+6}{2} \cdot 7 = (n+3)7$

$\begin{cases} 7n+21 - (n+a) = 101 \\ 7n+21 - (n+a+6) = 97 \end{cases}$

$7n+21-n-a=101 \rightarrow 6n-a=80$

$6n-a=80$

$n = \frac{80+a}{6}, a < a+6 \leq 6$

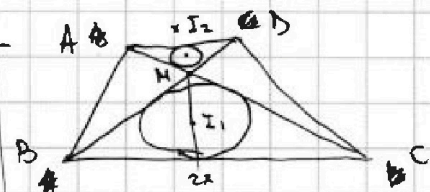
$n = \frac{84}{6} = 14, a=4$

14 15 16 17 18 19 20

$34 \cdot 3 + 17 = 119$

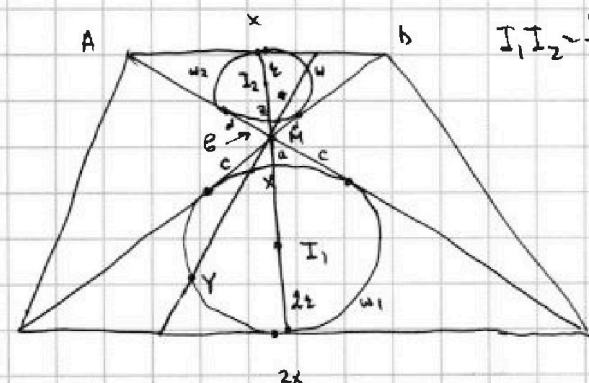
$5 \cdot 99 = \frac{92+64}{156}$

$5 \cdot 30 + 5 \cdot 84$



$(b+r)^2 - r^2 = \frac{5}{2}$
 $(a+2r)^2 - 4r^2 = 10$

$(b-a-r)(a+b+3r) + 3r^2 = \frac{5}{2} - 10 = -\frac{15}{2}$
 $(b-a-r) \cdot \frac{13}{2} + 3r^2 = -\frac{15}{2}$
 $(b-a-r) \cdot 13 + 6r^2 = -15$
 $(b - \frac{13}{2} + b + 2r)13 + 6r^2 = -15$



$I_1 I_2 = \frac{13}{2}, MZ \cdot MY = 5$

$\frac{MY}{2} = \frac{5}{2}$

$d^2 = b(b+2r) = MZ \cdot (MZ + MY)$
 $c^2 = a(a+2r) = MY \cdot (MZ + MY) = 10$
 $3r + a + b = \frac{13}{2} \quad dMZ$

$(dc)^2 = ab(a+2r)(b+2r) = 5MX(MZ+MY)$

$d^2 = (b+2r)b$
 $c^2 = a(a+2r)$
 $a^2 r^2 = 5MX \cdot MY$

$\begin{cases} b(b+2r) = \frac{5}{2} \\ a(a+2r) = 10 \\ 3r+a+b = \frac{13}{2} \end{cases}$
 $b^2 + 2br + r^2 - r^2 = \frac{5}{2}$
 $(b+r)^2 - r^2 = \frac{5}{2}$
 $(a+2r)^2 - (2r)^2 = 10$
 $9r^2 + a^2 + 4r^2 + 6ar + 6br + 2ab = 169$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

V - знак сравнения двух чисел.

$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ (Слева и справа можно прибавлять любое число, от этого сравнение не изменится)

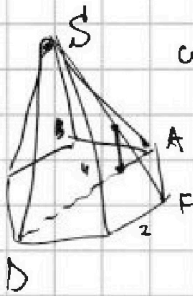
~~$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \vee 0$~~

$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \vee 0$

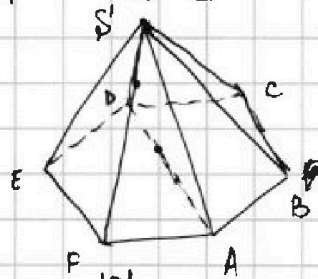
Заметим, что $\sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{3\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin \frac{\pi}{14} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{14} \right) = \cos \frac{6\pi}{14} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\pi}{14} \cdot 6 \right)^{2n} \cdot \frac{1}{(2n)!}$

Известное разложение в ряд Тейлора.



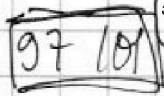
$\cos \frac{\pi}{7} < \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$p+q \leq 2^3 \cdot 3^2 = 11$
 $6^2 \cdot 2 = 11$
 $72 = 36 \cdot 2$

$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 9 \cdot 11$

$\frac{n+n+6}{2} \cdot 7 = 7(n+3)$



- 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29
- 31 37 41 43 47 53 59 61 67
- 71 73 83 97 101 103 107 109

$7(n+3) - n - a = 97 \quad 13 \quad 14 \dots$

$6n - a = 76$

$6n = \frac{76+a}{6} = \frac{78}{6} = 13$

- 13 14 15 16 17 18 19

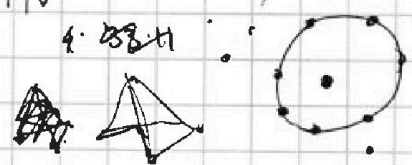
$4 \cdot 16 = 112$

$11 \cdot 5 \cdot 9 = 35$

$4 \cdot (11 \cdot 3 \cdot 10)$

$5(99-7) = 5 \cdot 2$

$\frac{330}{36}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

