



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма углов ~~равна~~ 180 в выпуклом
многоугольнике равна $180(n-2)$, где
 n - количество вершин.

с другой стороны сумма углов многоуголь-
ника, вычисляется по условию равна
сумме арифметической прогрессии от 143

до $143 + 2n - 2$, где n - количество вершин и

равна
$$\frac{143 + 143 + 2n - 2}{2} \cdot n$$

тогда
$$\frac{286 + 2n - 2}{2} \cdot n = 180(n - 2)$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 37n + 360 = 0$$

$$D = 37^2 - 360 \cdot 4 = 84$$

$$n_1 = \frac{37 + \sqrt{84}}{2}; \quad n_2 = \frac{37 - \sqrt{84}}{2}$$

n_1, n_2 - не натуральные числа, отсюда
такого многоугольника не существует

Ответ: 0.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 3 + z \ln 24 = \ln 6.$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 = \ln 2 + \ln 3 - 2 \ln 3.$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 \cdot (1 - 2).$$

Рассмотрим два случая:

1) $z \neq 1$; тогда

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = \log_2 3 \quad \text{и}$$

$$\frac{4x + 3y + 3z - 1}{1 - z} = \log_2 3$$

в левой части уравнения находится рациональное число, а в правой — нет.

(так, числа x, y и z — целые, а $\log_2 3$ — иррациональное).

2) $z = 1$; тогда

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = 0.$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = 0; \quad z = 1$$

$$4x + 3y + 2 = 0.$$

$$4x + 3y = -2.$$

$$x = \frac{-2 - 3y}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Т.к. наименьшее значение $x^2 + y^2 + z^2$~~

Заметим, что при возрастании модули

y на промежутке $[1; +\infty)$ возрастает и

модуль x , тогда наименьшее x получим

при наименьшем целом y , удовлетворя-

ющем этому уравнению (по модулю). Таким

y будет $y = 2$ ($y = 0, y = 1, y = -1$ и $y = 2$ не

удовлетворяют уравнению целости числа x).

$$\text{тогда } x^2 = \frac{-2 - 6}{4} = -2.$$

Тогда наименьшее значение

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 + 4 + 1 = 9$$

Ответ: 9.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Перепишем условие $p^2 - q^2 = 792$ в

$$\text{виде } (p-q)(p+q) = 792 ; 792 = 2^3 \cdot 9 = 11$$

т.к. левая часть уравнения делится на 2, то

и левая часть уравнения делится на 3, замечаю, что числа $p-q$ и $p+q$ одинаковой четности, перейдем к уравнению в натуральных числах

$$\begin{cases} 4x - 2y = 792 \\ xy = 99 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{каждое из чисел } \frac{p+q}{2} \text{ и } \frac{p-q}{2} \text{ может быть равно} \\ \text{как } 4x, \text{ так и } 2y, \text{ где } x \text{ и } y - \text{ нечетные.} \end{array} \right.$$

решим это уравнение в натуральных числах

будет совокупность (Важно, что $p+q > p-q$).

$$\left. \begin{array}{l} x=11; y=9 \\ x=9; y=11 \\ x=99; y=1 \\ x=1; y=99 \\ x=33; y=3 \\ x=3; y=33 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p+q=44; p-q=10 \\ p+q=36; p-q=22 \\ p+q=66; p-q=12 \\ p+q=196; p-q=4 \\ p+q=396; p-q=2 \\ p+q=132; p-q=6 \end{array} \right\}$$

Замечу, что сумма чисел $p+q \geq 1+2+3+\dots+6+1+3+\dots+7$

(это наименьшая возможная сумма двух чисел)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Потеряно разложение чисел, таким образом определить
нельзя числа $(p+q=86, p-q=12; p+q=132; p-q=6)$
 $(p+q=190; p-q=4); (p+q=396; p-q=2)$. Проверим все
4 случая:

$$\begin{cases} p+q=86 \\ p-q=12 \end{cases}$$

$$2p=98$$

$p=49$ - не простое число

$$\begin{cases} p+q=132 \\ p-q=6 \end{cases}$$

$$2p=138$$

$p=69$ - не простое число

$$\begin{cases} p+q=190 \\ p-q=4 \end{cases}$$

$$2p=194$$

$p=97; \Rightarrow q=93$

$$\begin{cases} p+q=396 \\ p-q=2 \end{cases}$$

$$2p=398$$

$p=199; \Rightarrow q=197$

Зададим множество M в виде $\{a, a+1, a+2, \dots, a+b\}$

тогда сумма всех чисел множества M равна

$\frac{(a+b+1)(b+1)}{2}$, Пусть, найдя первую сумму чисел
 p сумма p , не взяв число $a+d$, а, либо
вторую сумму чисел q не взяв
число $a+d+k$, где $0 \leq d \leq b$ и $0 \leq k \leq b$.

то получим две пары чисел

p и q , составим две системы:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 6a + 21 - a - d = 101 \\ 6a + 21 - a - k = 97 \end{cases}$$

$$k - d = 4 \Rightarrow \begin{cases} k \\ d \end{cases} \cdot k \leq 6 \text{ и } d \leq 6$$

$$\begin{cases} k = 6; d = 2 \\ k = 5; d = 1 \\ k = 4; d = 0 \end{cases}; \text{ проверим все случаи:}$$

$$1) 6a + 21 - 6 = 97$$

$$6a = 76; a = \frac{76}{6} \text{ не натуральное}$$

$$a = \frac{38}{3} \text{ не натуральное}$$

$$2) 6a + 21 - 5 = 97$$

$$6a = 76$$

$$a = \frac{38}{3} \text{ не натуральное}$$

$$3) 6a + 21 - 4 = 97$$

$$6a = 76$$

$$a = \frac{38}{3} \text{ не натуральное}$$

Значит случаи $p = 101$; $q = 97$ не подходят.

$$\begin{cases} 7a + 21 - a - d = 196 \\ 7a + 21 - a - k = 197 \end{cases}$$

$$k - d = 2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} k = 6; d = 4 \\ k = 5; d = 3 \\ k = 4; d = 2 \\ k = 3; d = 1 \\ k = 2; d = 0 \end{cases}$$

Проверим все случаи

~~$k = 6; d = 4$~~ ~~$k = 5; d = 3$~~ ~~$k = 4; d = 2$~~ ~~$k = 3; d = 1$~~ ~~$k = 2; d = 0$~~

$$1) 6a + 21 - 6 = 107$$

$$6a = 86$$

$$a = \frac{43}{3} \text{ не натуральное}$$

$$2) 6a + 21 - 4 = 197$$

$$6a = 176$$

$$a = 29.33$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что остаток k не может быть 5, так как только одно из них имеет нулевой

остаток при делении на 6, тогда $197 - k \equiv 6$.

Тогда $k = 4$; $a \geq 2$; $p \geq 199$; $q \geq 197$; $a \geq 30$.

Значит множество M имеет вид $\{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.

Ответ: $\{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

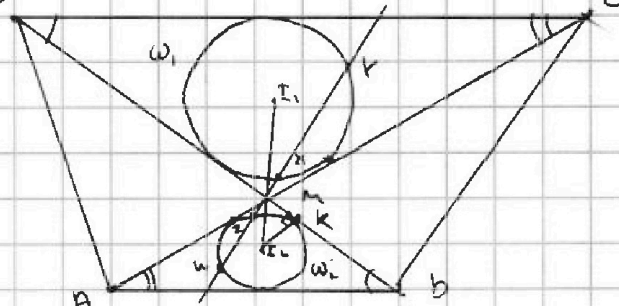
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Даны: $ABCD$ - трапеция $AD \parallel BC$

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}, \quad I_1, I_2 \in I$$

$$MI_1 \cdot MI_2 = 5$$

I_1, I_2 - центры ω_1, ω_2



найти радиус ω_1

Решение:

Заметим, что точки I_1, M и I_2 - лежат на одной прямой, т.к. I_1M и I_2M - биссектрисы вертикальных углов BMC и AMP .

$\triangle MBC$ подобен $\triangle MDA$ по двум углам

$$(\angle MDA = \angle MBC \text{ и } \angle MAD = \angle MCB \text{ как смежные}$$

углы при пересечении двух прямых)

тогда если R_1 и R_2 - соответственно радиусы окружностей ω_1 и ω_2 , то, как радиусы подобных

$$\frac{AD}{BC} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{MW}{MY} = \frac{AD \cdot BC}{BC^2} = \frac{1}{2} \quad (\text{можно}$$

также сказать, что $\triangle MDA \sim \triangle MCB$ по двум

из $\triangle MDA$ соответствием с проектом в точку



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M и коэффициентом $\frac{1}{2}$.

Тогда $MZ \cdot MY = MZ : MW = 2 \cdot MK^2$, где

K - точка касания прямой MO окружности

ω_2 (отсюда точка M принадлежит ω_2)

$$\text{т.к. } \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{1}{2} \text{ и } I_1 I_2 = \frac{13}{2}, \text{ то } MI_1 = \frac{13}{3},$$

$$MI_2 = \frac{13}{6};$$

Тогда в прямоугольном треугольнике MKI_2

найдем катет KI_2 :

$$KI_2 = \sqrt{MI_2^2 - MK^2} = \sqrt{\frac{169}{36} - \frac{25}{10}} = \frac{\sqrt{79}}{2\sqrt{90}} = \frac{\sqrt{710}}{2 \cdot 30}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KI_1 = R_1 = \frac{\sqrt{710}}{90}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{710}}{90}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16x^3 - 12x + 5 \geq 4 - 3x^2 - 5x, \text{ а значит}$$

$$5 - 9 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \geq 4 - 9 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{т.к. } \sin \frac{\pi}{14} > -1,$$

$$\text{Проверим что } \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

т.к. $\sin x$ - возрастающая функция,

~~на промежутке от~~ на промежутке от

$$0 \text{ до } \frac{\pi}{2}, \text{ то } \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} < \frac{1}{4}$$

$$\text{Значит } 5 - 9 \sin^2 \frac{\pi}{14} > 4 - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{Ответ! } 5 - 9 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 4 \cdot \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right), \text{ т.к.}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 4 - 3 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}, \text{ т.к.}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha.$$

каждым членом уравнения

$$5 - 12x + 16x^3 = 4 - 3x^2 - 5x$$

$$16x^3 - 7x + 6x^2 + 1 = 0$$

корень $x = \frac{1}{4}$ угадывается, поделит

$$16x^3 - 7x + 6x^2 + 1 \quad \text{на } x - \frac{1}{4} \quad \text{столбиком,}$$

$$\text{получим } \frac{16x^3 - 7x + 6x^2 + 1}{x - \frac{1}{4}} = 16x^2 + 12x - 4$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right) (16x^2 + 12x - 4) = 0$$

$$\text{корнями уравнения } 16x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$\text{являются числа } x = \frac{1}{4}; x = -1$$

Применим метод интервалов для проверки:



Это значит что при $x > -1$ выражение

$$16x^3 - 7x + 6x^2 + 1 \geq 0 \quad \text{и отсюда: } \underline{\text{ответ}}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала посчитаем кол-во тетраэдров на 4 вершинах

кол-во тетраэдров на 4-х вершинах равно $C_5^3 \cdot 7 + C_{12}^3 \cdot 5$, где

$C_5^3 \cdot 7$ - кол-во способов выбрать тетраэдр с вершиной на плоскости d , а $C_{12}^3 \cdot 5$ - кол-во способов выбрать тетраэдр с вершиной не на плоскости d

все остальные тетраэдры можно посчитать по формуле: ~~$5 \cdot 7 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 7 =$~~

$5 \cdot (7 + 5 + 6 + 7) = 110$ (сначала выбираем вершину не из плоскости

$$5 \cdot (C_7^4 + 5 \cdot C_7^5 + 5 \cdot C_7^6 + 5) = 5 \cdot (C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + 1)$$

(сначала - выбираем вершину не из плоскости

d а потом от 7 до 7 вершин в плоскости d), таким образом искомая величина равна

$$C_5^3 \cdot 7 + C_{12}^3 \cdot 5 + 5 \cdot (C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + 1) = \frac{5! \cdot 7}{3!2!} + \frac{12! \cdot 5}{5!5!} + 5 \left(\frac{7!}{4!3!} + \frac{7!}{5!2!} + 7 + 1 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 195$$

$$q = 197$$

$$b = 206 + 2n - L$$

$$\frac{100}{100} = \frac{100}{100}$$

$$16c^2 - 7c + 8c^2 - 1$$

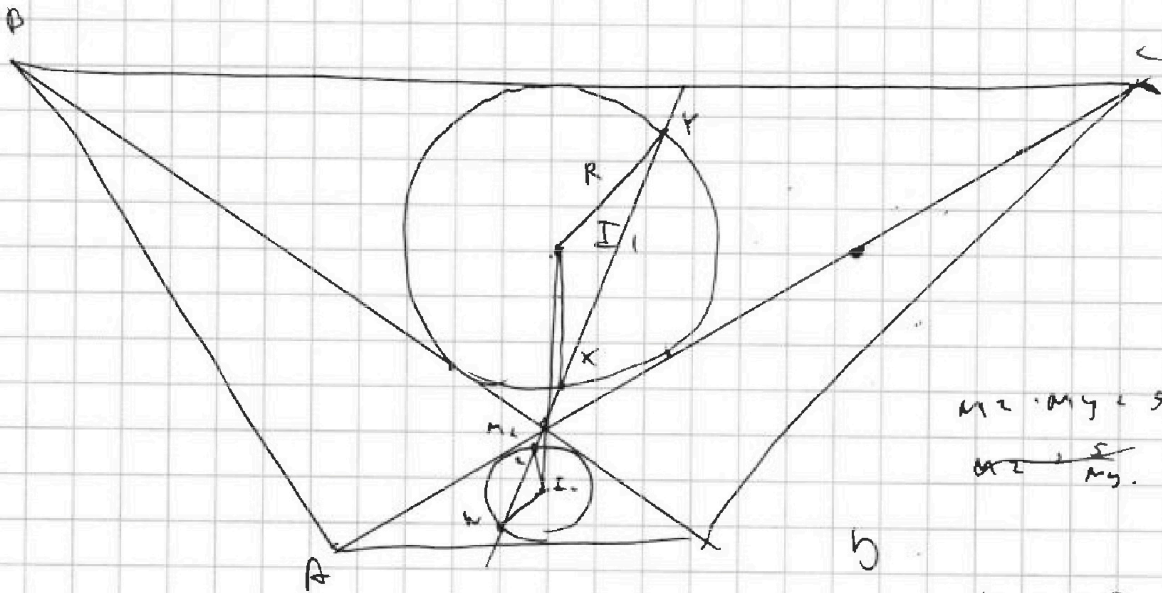
$$c(16c^2 - 7c + 8c^2) \quad 143n + n^2 - n = 130n - 360$$

$$16c^2 < 16$$

$$bc < c$$

$$n^2 - 30n + 360 = 0$$

$$b > 195 \cdot 2^2 = 360 - 4 = 4(19^2 - 360)$$



$$M_2 \cdot M_4 = 5$$

$$M_2 = \frac{5}{M_4}$$

$$13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 =$$

$$\frac{M_2}{M_4} = \frac{1}{2}$$

$$M_2 \cdot M_4 = 2M_2 = 2M_4$$

$$2 \cdot 2M_2 = M_4$$

$$M_2 \cdot M_4 =$$

$$\sqrt{\frac{25}{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{169}{36} = \frac{25}{10} = \frac{169}{36}$$

$$\frac{1690}{360} = \frac{25 \cdot 36}{360} = 25(13 -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 752$$

$$(p - q)(p + q) = 752$$

$$(p - q)(p + q) = 752$$

$$p = 10$$

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

0 неровно не было $a+k$

0 оторвался $a+n$

$$p+q = 86$$

$$p-q = 12$$

$$2p = 98$$

$$p = 49$$

$$p+q = 74$$

$$p-q = 10$$

$$2p = 84$$

$$p = 42$$

$$5a_1 + 2d = 101$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$k = 5$$

$$d = 1$$

$$k = 6$$

$$d = 2$$

$$k = 7$$

$$d = 3$$

$$k = 8$$

$$d = 4$$

$$k = 9$$

$$d = 5$$

$$p+q = 130$$

$$p-q = 8$$

$$2p = 138$$

$$p = 69$$

$$a_1 + 2d = 57$$

$$5a_1 + 10d = 120$$

$$5a_1 + 10d = 120$$

$$792 = 2 \cdot 396$$

$$= 4 \cdot 198$$

$$= 8 \cdot 99 = 2 \cdot 4 \cdot 99$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 9$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 9$$

$$2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 9$$

$$4 \cdot x \cdot 24 = 752$$

$$25 = 99$$

$$x = 11, y = 9$$

$$x = 99, y = 11$$

$$x = 33, y = 3$$

$$111$$

$$44$$

$$396$$

$$77$$

$$77$$

$$77$$

$$77$$

$$77$$

$$p+q = 596$$

$$p-q = 22$$

$$2p = 618$$

$$p = 309$$

$$q = 187$$

$$22 \cdot 27$$

$$11 \cdot 3 = 33$$

$$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$\frac{21}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$x \cdot \ln 2^4 + y \cdot \ln 2^3 + z \cdot \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 2 \cdot 3.$$

$$4x \ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 \cdot (1 - 4).$$

$$\frac{4x \ln 2 + 3z - 1}{1 - 2} = \log_2 3$$

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$4 \cdot \cos \frac{\pi}{14} = 4 \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{14}$$

$$4 - 8 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{14} = 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \cdot$$

$$\sin(2\alpha + \alpha) = 2\sin\alpha \cos\alpha - 3\sin\alpha$$

$$\sin 3\alpha = 4\sin\alpha \cos^2\alpha - 3\sin\alpha$$

$$\sin 3\alpha = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3\sin\alpha = 1 - 3\sin\alpha$$

$$\sin 3\alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) =$$

$$-25 - 12t + 16t^3$$

$$16t^3 - 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 7$$

$$16t^3 - 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 2 + z \ln 24 = 2 \ln 6.$$

$$x + y + z \geq -1$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z(\ln 6 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3.$$

$$\ln 2(4x + 3y)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0.$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = -\ln 3(z - 1).$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = \log_2 3$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = -\frac{\ln 3}{\ln 2} (z - 1).$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = -\log_2 3 \cdot (z - 1).$$

$$\frac{4x + 3y + 3z - 1}{z - 1} = -\log_2 3.$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = -\log_2 3(z - 1)$$

$$7x - 2z = 1$$

$$147 - 15 = 132$$

$$3d = -1 \dots$$

$$5 - 2 \cdot 3^2$$

$$169 - 50 = 119$$

$$1090 - 3825 = -2735$$

$$3^4 \cdot 2 \cdot 5$$

$$360 = \frac{\sqrt{29}}{2590}$$

$$\frac{23 \cdot 50}{2 \cdot 20}$$

$$\log(13^2 - 5 \cdot 2 \cdot 3^4) = \frac{79}{2}$$

$$2x + 3d = 1$$

$$2x = 1 - 3d$$

$$x = \frac{1 - 3d}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

160 м (180(n-2) - сумма длин всех ступеней)

143 + 2

$$\frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$

286 + 2(n-1) / 2 * n = 180(n-2)

143, 145, 147

224

(286 + 2(n-1)) * n = 360(n-2)

- 360n
286n
+ 720

720 = 2 * 360

2 * 4 = 18

18



286n + 2n^2 - 2n = 360n - 720

2n^2 - 76n + 720 = 0

D = 76^2 - 4 * 2 * 720 = 16(19^2 - 360)

$\frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$

n(286 + 2n - 2) = 360(n-2)

286n + 2n^2 - 2n = 360n - 720

2n^2 - 76n + 720 = 0

D = 19^2 - 4^2 - 720 = 2 * 4 * 2(19^2 - 360)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~276 + 2~~

$(6x^3 - 7x + 6x^2 + 1) : (x - \frac{1}{9})$

$$\begin{array}{r} 6x^3 - 7x + 6x^2 + 1 \\ - 6x^2 + 4x^2 \\ \hline 12x^2 - 7x + 1 \\ - 12x^2 + 3x \\ \hline -4x + 1 \\ - 4x + 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x - \frac{1}{9} \\ \hline 6x^2 + 12x - 7 \end{array} \right.$$

$4x^2 + 3x - 1 = 0$

$x_1, x_2 = -\frac{1}{4}$

$\frac{760}{6 \cdot 2} = 10$

$\frac{12!}{3!9!} = 2$

$4x^2 + 3x - 1 = 0$

$6 \cdot 2 \cdot 9 + 16 = 25$

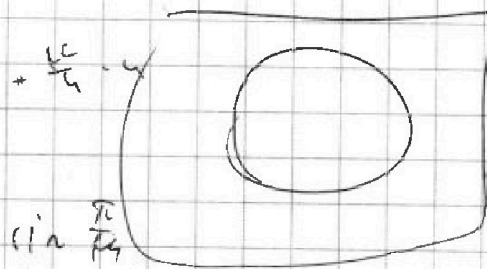
$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{6} = \frac{2}{6}, \frac{-8}{6}$

$x_2 = \frac{-3 - 5}{6} = -1$

$\frac{1}{9} \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2$

$\frac{4}{16}$

$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$



$\sin \frac{\pi}{18} < \frac{\pi}{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4} \quad \sqrt{5} - 12 \sin \frac{\pi}{4} - 16 \sin^3 \frac{\pi}{4}$$

$$4 - (1 - 6c^2 + 7t + 16c^2) \sqrt{0}$$

$$16c^3 + 7t - 6c^2 \sqrt{1}$$

$$c^2 < \frac{1}{8}$$

$$7t < \frac{7}{2}$$

$$* 16c^2 < 2$$

$$16c^3 + 7t \sqrt{1 + 6c^2}$$

$$(16c^3 + 7t) < 2 +$$

$$16c^3 + 7t - 6c^2 - 1 > 0$$

$$4 - 6c^2 - 5t \geq 5 - 4(7t + 16c^3)$$

$$16c^3 - 7t + 6c^2 + 1 > 0$$

7.

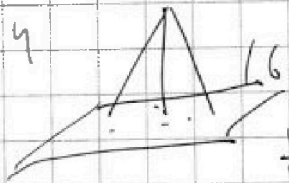
C_2^1

$$t(16c^3 - 7 + 6c^2) \sqrt{-1}$$

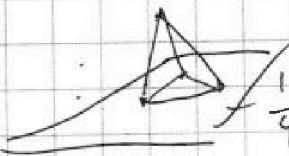
C_2^1

$$5 - 12c + 16c^3 = 4 - 4c^2 - 5t$$

C_2^1



$$16c^3 - 7t + 6c^2 + 1 = 0$$



$$\frac{1}{64} - 16$$

$$\frac{1}{4} - \frac{7}{4} + \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\frac{0}{4} \quad \frac{1}{4} - \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{2}$$

$$\frac{0-1}{3! 2!}$$

$$C_2^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 4 - 0 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad (\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha)$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 4(3\sin \frac{\pi}{14} - 4\sin^3 \frac{\pi}{14})$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - 2) \ln 3.$$

~~$$4x + 3y + 3z - 1 = 1 - 2$$~~

$$4x + 3y + 3z = 2 \quad ; \quad \text{тогда}$$

$$z = 1.$$

24

$$200 + 2(\ln - 1)$$

$$19^2 - 4 - 360 = 92$$

$$= 4(381 - 360) = 84$$

$$\frac{84}{2} = 42$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2}}$$

$$\frac{0,5}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

