



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

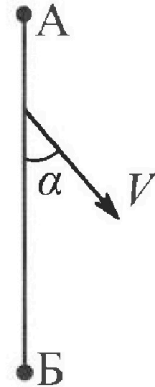


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.

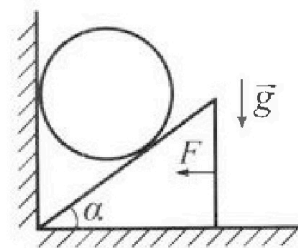


2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

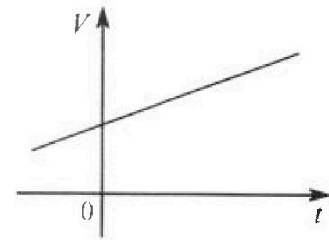


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

- Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



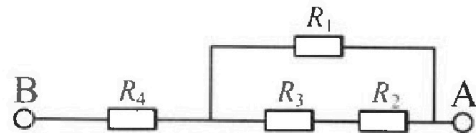
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

- Найдите убыль $|ΔV|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
- Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

- Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



- Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
- На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

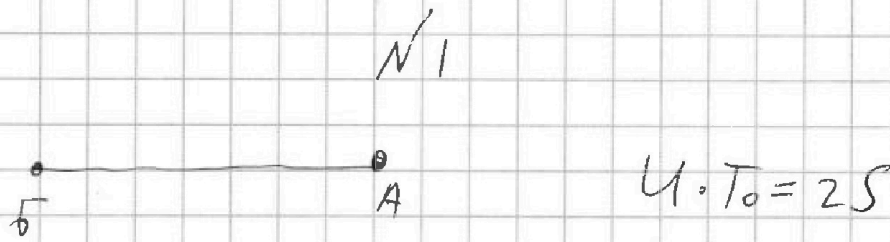


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

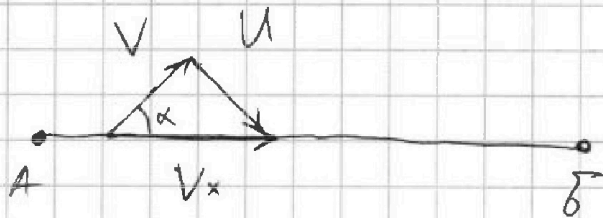
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$U = \frac{25}{T_0} = 20 \frac{m}{c}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,6$$



по теореме косинусов:

$$V^2 + V_x^2 - 2VV_x \cdot \cos \alpha = U^2 = 0$$

$$V_x = \frac{2V \cdot \cos \alpha \pm \sqrt{4V^2 \cos^2 \alpha - 4(V^2 - U^2)}}{2}$$

$$= \frac{2V \cdot \cos \alpha + \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{2} = 25 \frac{m}{c}$$

$$T_1 = \frac{S}{V_x} = \frac{S}{V \cdot \cos \alpha + \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}} = 80 c$$

~~$$T_{min} = \frac{S}{V \cdot \cos \alpha + \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{4000}{5\sqrt{2}} = \frac{800}{\sqrt{2}}$$

$$V \cdot \cos \alpha + \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} \rightarrow \max \Rightarrow T_{min} \rightarrow \min$$

$$\cos \alpha \rightarrow \max \quad \sin \alpha \rightarrow \min$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

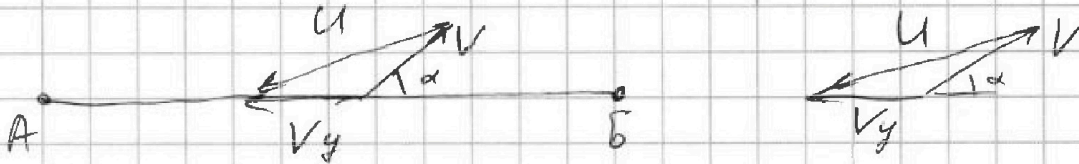


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T_{AB} = \frac{S}{V \cos \alpha + \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2 \alpha}} \quad N1$$



По теореме косинусов:

$$V_y^2 + V^2 + 2V_y \cdot V \cdot \cos \alpha - u^2 = 0$$

$$V_y = -V \cdot \cos \alpha + \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$$

$$T_{BA} = \frac{S}{V_y} = \frac{S}{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \cdot \cos \alpha}$$

$$T_{ABA} = T_{AB} + T_{BA} = 2S \cdot \frac{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - V^2}$$

$$T_{ABA} \text{ min когда } \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2 \alpha} = \text{min}$$

$$\sin \alpha = 1 \quad \alpha = 90^\circ$$

$$T_{\text{min}} = 2S \cdot \frac{1}{\sqrt{u^2 - V^2}} \approx 300 \text{ c}$$

Ответ: $u = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}; T_1 = 800 \text{ с}; \alpha = 90^\circ$

$$T_{\text{min}} \approx 300 \text{ с}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

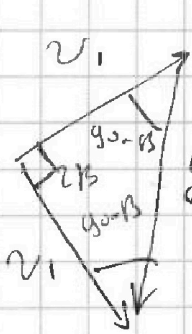
СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha \rightarrow \max$
 $\sin \alpha = 1 \quad \alpha = 90^\circ$
 $T_{A-B-A \min} = 2S \cdot \frac{1}{\sqrt{u^2 - v^2}} \approx 300 \text{ c}$
 Даны: $u = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $T_1 = 80 \text{ c}$; $\alpha = 90^\circ$;
 $T_{A-B-A \min} \approx 300 \text{ c}$

$\sqrt{2}$

нарисуем векторный треугольник



\vec{M} - к треугольнику прямоуголь.

$g(t_2 - t_1)$ или u равнобедренный

$$v_1 = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \approx \frac{g(t_2 - t_1)}{\sin 45^\circ} = \sin \beta$$

$$t_{\text{поворот}} = \frac{t_2 + t_1}{2}$$

в момент t_1 ~~выглядит~~ v_1 направлено под углом 45° к горизонту.

$$v_{1y} = \frac{v_1}{\sqrt{2}} \cdot \sin 45^\circ = g(t_2 - t_1) \cdot \sin^2 \beta$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

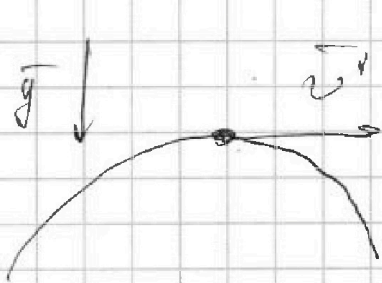
1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА 4 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с}$$

$$L = v_{1r} \cdot 2T = v_1 \cos 45^\circ \cdot 2T = g(t_2 - t_1) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta$$

$$g(t_1 + t_2) = g(t_2^2 - t_1^2) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta = 10 \text{ м}$$



$$R_{кр} = \frac{v_r^2}{g}$$

в вершине параболы $\vec{v} = \vec{v}_r$

$$R_{кр} = \frac{g^2(t_2 - t_1)^2 \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta}{g} = 2,5 \text{ м}$$

Ответ: $T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с}$; $L = g(t_2 - t_1) \cdot \sin 2\beta$

$$\cdot \frac{\sin 2\beta}{2} = 10 \text{ м}; \quad R_{кр} = g(t_2 - t_1)^2 \cdot \frac{\sin^2 2\beta}{4}$$

$$= 2,5 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

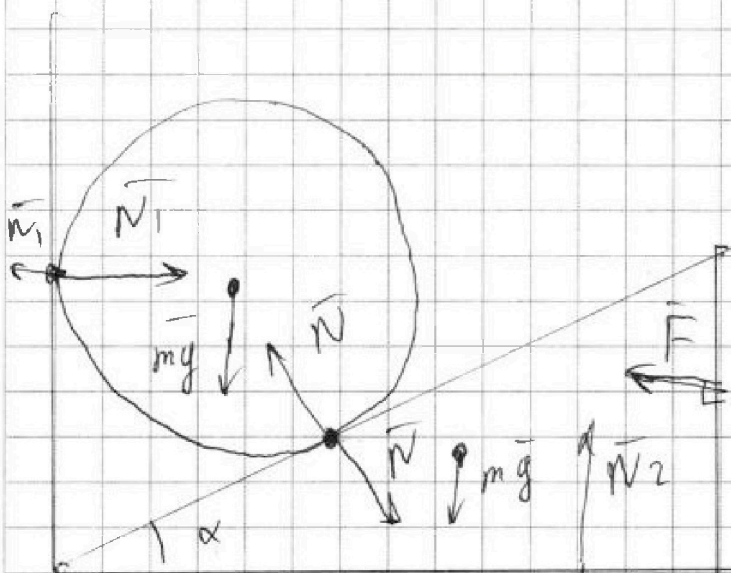


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

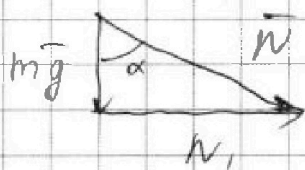
N 3



м. к. системы координат

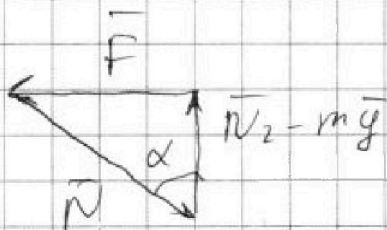
$$\vec{N}_1 + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

$$\vec{F} + \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{N} = 0$$



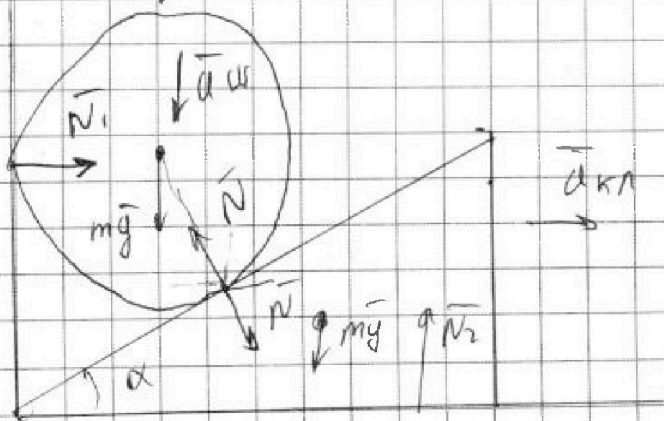
$$N_2 = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$\frac{F}{N} = \sin \alpha$$



$$F = N \sin \alpha = mg \cdot \tan \alpha = mg \sqrt{3}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \quad \alpha = 60^\circ$$



$$m a_{\text{кл}} = N \cdot \sin \alpha$$

$$mg - N \cdot \cos \alpha = m a_{\text{кл}}$$

$$a_{\text{кл}} = a_{\text{кл}} \tan \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m g - \frac{m a_{\text{кр}}}{\text{tg} \alpha} = m a_{\text{кр}} \cdot \text{tg} \alpha \quad N 3$$

$$a_{\text{кр}} = m \left(\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} \right) = \frac{m g \text{tg} \alpha}{m (1 + \text{tg}^2 \alpha)}$$

$$a_{\text{ш}} = \frac{m g \text{tg}^2 \alpha}{m (1 + \text{tg}^2 \alpha)} = \frac{3}{4} g$$

$$H = \frac{a_{\text{ш}} \cdot t^2}{2} \quad v_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \cdot t$$

$$v_{\text{ш}} = \sqrt{2 a_{\text{ш}} \cdot H} \quad h = \frac{v_{\text{ш}}^2}{2g} = \frac{2 a_{\text{ш}} \cdot H}{2g} = \frac{3}{4} H$$

$$H = \frac{4}{3} h = 20 \text{ см}$$

$$N_1 = N \cdot \sin \alpha = m a_{\text{кр}} = \frac{m g \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha} = \frac{3}{4} m g = 1,73 H$$

$$N_1 = \frac{m g}{\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha}} \quad N_1 \rightarrow \max \quad \text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} \rightarrow \min$$

$$\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} \geq 2 \quad \text{tg} \alpha = 1 \quad \alpha = 45^\circ$$

$$N_{1, \max} = \frac{m g}{2} = 2 H$$

$$\text{Данная: } \alpha = 45^\circ; \quad H = \frac{4}{3} h = 20 \text{ см}; \quad N_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} m g$$

$$\text{tg} \alpha = 1; \quad \alpha = 45^\circ; \quad N_{1, \max} = \frac{m g}{2} = 2 H$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$V_{\text{вырвана}}(t) = V_0 + \alpha(t - t_0)$$

$$\frac{V_0 + \alpha(t_{100} - t_0)}{V_0} = \beta = 1 + \frac{\alpha(t_{100} - t_0)}{V_0} \quad \left(\frac{(\beta - 1)V_0}{(t_{100} - t_0)} = \alpha \right)$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho}$$

$$V_{\text{вырвана}}(t) = \frac{m}{\rho} + (t - t_0) \cdot \frac{(\beta - 1) \cdot m}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$= \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{(\beta - 1)(t - t_0)}{(t_{100} - t_0)} \right)$$

$$V_{50} = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{(\beta - 1)(t_{50} - t_0)}{(t_{100} - t_0)} \right) \quad t_{50} = t_1$$

$$V_{40} = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{(\beta - 1)(t_{40} - t_0)}{(t_{100} - t_0)} \right) \quad t_{40} = t_2$$

$$|\Delta V| = V_{50} - V_{40} = \frac{m}{\rho} \frac{(\beta - 1)}{(t_{100} - t_0)} \cdot (t_1 - t_2)$$

$$= 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 = 0,5 \text{ мм}^3$$

$$S \cdot L = V(t_{100}) - V(t_0) = \frac{m}{\rho} (\beta - 1)$$

$$S = \frac{m}{\rho L} (\beta - 1) = 0,05 \text{ мм}^2$$

$$\text{Ответ: } V(t) = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{(\beta - 1)(t - t_0)}{(t_{100} - t_0)} \right); |\Delta V| = 0,5 \text{ мм}^3$$

$$S = 0,05 \text{ мм}^2$$

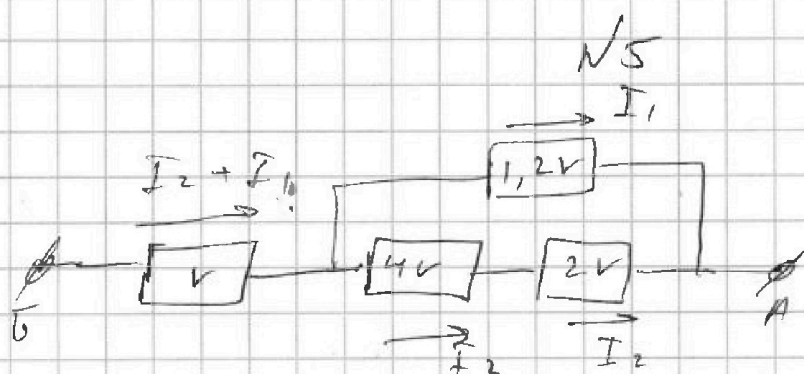


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{экв} = 1 + 1$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{1.2} = \frac{5}{0.5} \quad \cancel{1.2}$$

$$1 = 1$$

$$(R_{экв} = 2) = 10 \Omega$$

$$I_2 + I_1 = I \quad I_1 \cdot 1.2 = 0.5 \cdot I_2$$

$$I_1 = 5I_2 \quad I_1 = \frac{5I}{6} \quad I_2 = \frac{I}{6}$$

$$P = I^2 \cdot 1 + I_1^2 \cdot 1.2 + I_2^2 \cdot 4 + I_2^2 \cdot 2 =$$

$$= I^2 + \frac{5}{6} I^2 + \frac{I^2}{9} + \frac{I^2}{18} = 2 I^2 = 160 \text{ Вт}$$

$$P_{2V} = \frac{I^2}{18} - \min = 4,4 \text{ Вт} \quad \text{на резисторе } 2V$$

$$\text{Ответ: } R_{экв} = 2V = 10 \Omega; P = 2 I^2 = 160 \text{ Вт}$$

$$P_{2V} = P_{\min} = 4,4 \text{ Вт} \quad \text{на резисторе } 2V$$

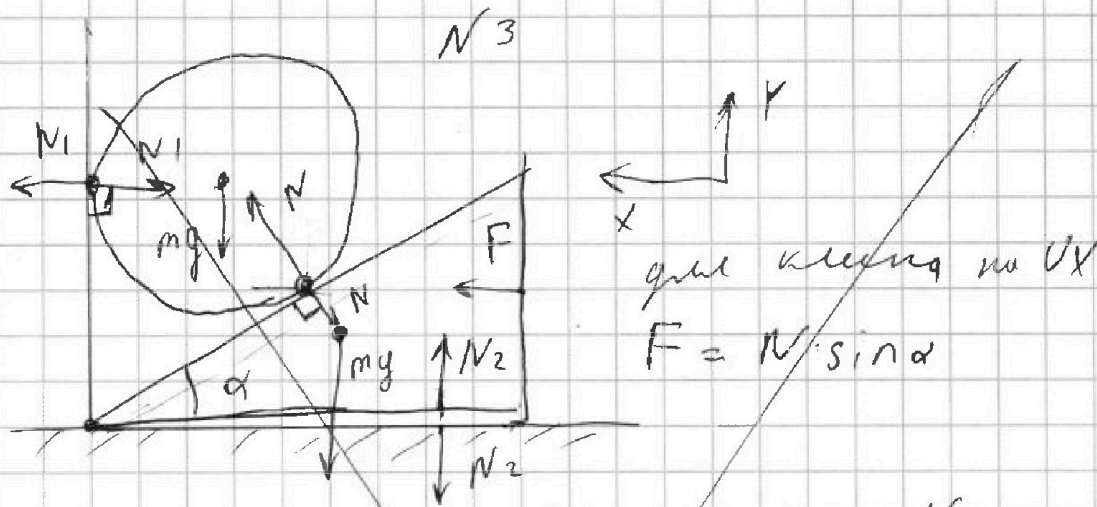


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



где реакция на OX
 $F = N \cdot \sin \alpha$

где реакция на OY : $N \cdot \sin \alpha = N_1$
на OY : $N \cdot \cos \alpha = mg$

$$F = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} mg$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \quad \alpha = 60^\circ$$

Ищем крайнюю силу F :

$$m a_{\text{кр}} = m y \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$a_{\text{кр}} = y \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$a_{\text{шара}} = a_{\text{кр}} \cdot \operatorname{tg} \alpha = y \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$H = \frac{a_{\text{шара}} \cdot t^2}{2}$$

$$v_{\text{шара}} = a_{\text{шара}} \cdot t$$

$$h = \frac{v_{\text{шара}}^2}{g} = \frac{2H a_{\text{шара}}}{g} = \frac{2H y \operatorname{tg}^2 \alpha}{g}$$

$$H = \frac{h}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{h}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten calculations and diagrams for a physics problem. The diagrams show a sphere on an inclined plane and a block on a horizontal surface. The calculations include:

- Force decomposition: $N_1 = mg \cdot \cos \alpha$
- Trigonometric values: $\cos 60^\circ = 0.5$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- Force values: $N_1 = 32.5$, $N_2 = 100$
- Equations of motion: $\vec{F} = \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{N} = 0$, $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{N}_1 = 0$
- Final result: $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$

Handwritten diagrams and equations for a physics problem. The diagrams show a sphere on an inclined plane and a block on a horizontal surface. The calculations include:

- Force decomposition: $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$
- Equations of motion: $\vec{F} = \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{N} = 0$, $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{N}_1 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M2

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с}$$

$50 \cdot 612 = 56$

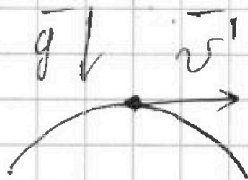
$\frac{30 \text{ м}}{5,8} = 0,05 \text{ с}^3$

50 м^3

$\sin \beta = \cos \beta$
т.к. $\beta = 45^\circ$

$$L = v_{\text{кр}} \cdot 2T = v \cdot \cos 45^\circ \cdot 2T = y(t_2 - t_1) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta$$

$$\cdot (t_1 + t_2) = y(t_2^2 - t_1^2) \cdot \sin^2 \beta \quad 10 \text{ м}$$



$$R_{\text{кр}} = \frac{v'^2}{g} = \frac{v_{\text{г}}^2}{g}$$

В вершине параболы только компо-

нетана $N_{\text{в}}$

$$R_{\text{кр}} = \frac{y^2(t_2 - t_1)^2 \cdot \cos^4 \beta}{g} = \frac{y(t_2 - t_1)^2 \cdot \cos^4 \beta}{\cos^4 \beta}$$

$$= y(t_2 - t_1)^2 \cdot \cos^4 \beta = 2,5 \text{ м}$$

Ответ: $T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ с}$; $L = y(t_2 - t_1)^2 \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos \beta$
 $= 10 \text{ м}$; $R_{\text{кр}} = y(t_2 - t_1)^2 \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta = 2,5 \text{ м}$

