

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

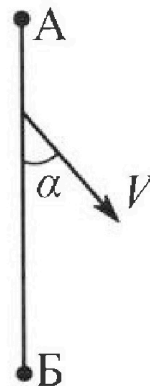
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

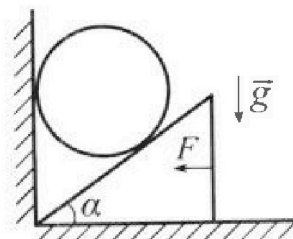
3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис.). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

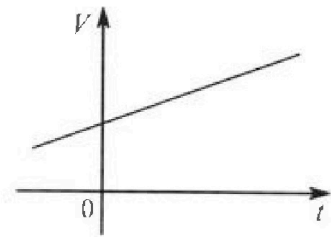


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

- Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



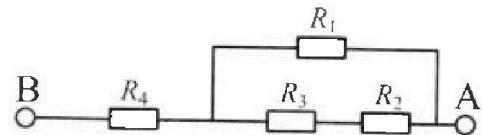
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

- Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
- Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

- Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



- Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
- На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

$$\frac{0,04}{0,8} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-1} = 0,05$$

$$\frac{m}{\rho} = 0,05 \text{ см}^3$$

$$\frac{5}{100} = t \cdot \frac{0,12 \cdot 0,05}{100}$$

$$0,05 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-4}}{100} = 60 \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 10^{-5} = 6 \cdot 10^{-4}$$

$$60 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3$$

$$6 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$$

$$6 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3$$

$$6 \text{ мм}^3$$

$$400 - 225 = 175$$

$$\frac{175}{432}$$



1 2 3 4 5 6 7

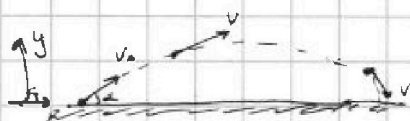
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0,5 \text{ c}$ $t_2 = 1,5 \text{ c}$ $\alpha = 90^\circ$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $T = ?$ $R = ?$ $L = ?$

Решение:



Пусть в t_1 и t_2 мячике см. V , а в начале V_0 , который направлен под α к горизонту.

По ЗСЭ если в t_1 он на h_1 , а в t_2 на h_2 :

$$mgh_1 + \frac{v^2 m}{2} = \frac{v_0^2 m}{2} + mgh_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \text{ (0 по м. зрения на земле)}$$

\Rightarrow Пусть ось ox направ. прав., ось $oy \perp ox \Rightarrow y(t) = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{g t^2}{2}$, а $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \Rightarrow$ т.к. V направлено под 90° от точки t_1 до t_2 , то $|v_y(t_1)| = |v_x(t_2)|$, а $|v_y(t_2)| = |v_x(t_1)|$

$$\Rightarrow v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow |v_y(t_1)| = |v_x(t_2)|, \text{ а } v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - gt$$

$$\Rightarrow v_0 \sin(\alpha) - g t_1 = g t_2 - v_0 \sin(\alpha) \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) = g \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Заметим, что $v_y(T) = 0 \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) = gT \Rightarrow T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ c}$

Тогда $t_n = 2T = t_1 + t_2$ - время полета, т.к. $v_y(t_n) = v_0 \sin(\alpha) - g t_n = 0$

$$\Rightarrow x(t_n) = L = v_0 \cos(\alpha) t_n = \frac{v_0 \cos(\alpha) (t_1 + t_2)}{1}$$

$$\text{т.к. } v_y(t_1) = v_x(t_2) \Rightarrow v_0 \sin(\alpha) - t_1 g = v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{g(t_1 + t_2)}{2} - t_1 g \right) t_n = g \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} \cdot (t_1 + t_2)$$

\Rightarrow т.к. в малой сур. высшей м. мало ускор. по сур., но

его ускорение, направл. сверху: $g = \frac{v_x^2(T)}{R}$

$$\text{(в высшей м. } \vec{g} \perp \vec{V}(T)) \Rightarrow R = \frac{v_0^2 \cos^2(\alpha)}{g} = \frac{\left(g \frac{t_1 + t_2}{2} - t_1 g \right)^2}{g}$$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2$$

Ответ: $T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ c}$ $L = g \cdot \frac{(t_2 - t_1)(t_1 + t_2)}{2} = 10 \text{ м}$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2 = 2,5 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

23H где шаг в направлении на x :

$$0 = N_1 - N \sin(\alpha) \Rightarrow N_1 = N \sin(\alpha) = mg \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = \sin(\alpha + \alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2} \sin(2\alpha) \Rightarrow N_{\max} = \frac{mg}{2} \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Ответ: $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} H$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2H \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$H = h \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{2} h = \frac{4}{3} = 0,2 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

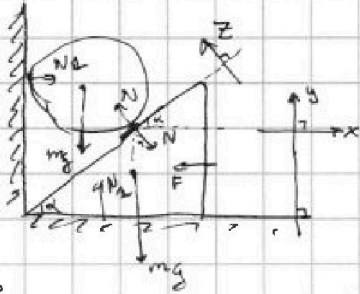
СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

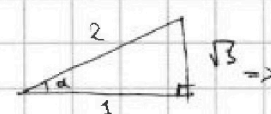
Дано: $F = \sqrt{3} mg$; $m = 0,4 \text{ кг}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $\alpha - ?$
 $H - ?$ $h = 0,15 \text{ м}$ $N_1 - ?$ $a_{\text{max}} - ?$ $N_{\text{max}} - ?$

Решение:



1) Р. для куска на x и z осей мая: $x - F - N \sin(\alpha)$ (конец)

$y - mg = N \cos(\alpha)$ (шар)

$\Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan(\alpha) = \sqrt{3}$ 

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$

Пусть шар и кусок движутся. Их шар скажем без трения от куска, но в горизонтальном направлении $a_{\text{шар}} = a_{\text{кусок}}$. Пусть $a_{\text{шар}} - \text{уч. шар}$, $a_{\text{кусок}} - \text{уч. кусок} \Rightarrow a_{\text{шар}} \text{ парал. земле}$, $a_{\text{кусок}} \text{ парал. накл.} \Rightarrow a_{\text{кусок}} \sin(\alpha) = a_{\text{шар}} \cos(\alpha)$
 $\Rightarrow a_{\text{шар}} = a_{\text{кусок}} \tan(\alpha)$. Поскольку, шар ускоряется только по вкл. скажем и вниз.

2) Р. для шара в пр. на y и z осей для x:

кусок: $N_2 \sin(\alpha) = m a_{\text{кусок}} \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{m a_{\text{кусок}}}{mg - m a_{\text{шар}}}$

$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\frac{1}{\tan(\alpha)}}{\frac{g}{a_{\text{шар}}} - 1} \Rightarrow \frac{1}{\tan^2(\alpha)} = \frac{g}{a_{\text{шар}}} - 1 \Rightarrow \frac{g}{a_{\text{шар}}} = 1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)}$

$\Rightarrow \frac{g}{a_{\text{шар}}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow N_2 = m \cdot \frac{a_{\text{шар}}}{\sin(\alpha)} = \frac{a_{\text{шар}}}{\tan(\alpha) \sin^2(\alpha)} \cdot m =$
 $= \frac{g \sin(\alpha)}{\tan(\alpha)} m = g \cos(\alpha) m$; $a_{\text{шар}} = g \sin^2(\alpha)$

Пусть шар перед ударом о пол у шара была скорость $v_x \Rightarrow$

$\Rightarrow H = \frac{v_x^2}{2 a_{\text{шар}}}$; $h = \frac{v_x^2}{2g} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{g}{a_{\text{шар}}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$

~~Пусть $N = g \cos(\alpha) m \Rightarrow N_{\text{max}} = g m$ при $\alpha = 0$~~
~~Объем $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$~~
 ~~$H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)} = h \cdot \frac{4}{3} = 0,2 \text{ м}$~~
 ~~$a_{\text{шар}} = 0$, тогда $N_{\text{max}} = mg$~~
 ~~$N_1 = mg \cos(\alpha) = \frac{mg}{2}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $m = 0,042$ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ $L = 100 \text{ мм}$
 $\beta = 1,12$ $\rho = 0,82 \text{ г/см}^3$ $V(t) = ?$
 $t_1 = 50^\circ\text{C}$ $t_2 = 40^\circ\text{C}$ $|\Delta V| = ?$ $S = ?$

Решение:

Уз. газ. $V(t_0) = \frac{\rho m}{\rho}$; $V(t_{100}) = \beta \frac{\rho m}{\rho} \Rightarrow$

$\Rightarrow V(t) = b + a t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\rho m}{\rho} = b + a t_0 \\ \beta \frac{\rho m}{\rho} = b + a t_{100} \end{cases}$

$\Rightarrow (\beta - 1) \frac{\rho m}{\rho} = a (t_{100} - t_0) \Rightarrow a = \frac{(\beta - 1) \rho m \cdot 1}{t_{100} - t_0}$

$b = \frac{\rho m}{\rho} - a t_0 = \frac{\frac{\rho m}{\rho} t_{100} - \frac{\rho m}{\rho} t_0 - \beta \frac{\rho m}{\rho} t_0 + \frac{\rho m}{\rho} t_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\rho m t_{100} - \beta \rho m t_0}{\rho (t_{100} - t_0)}$

$\Rightarrow V(t) = \frac{\rho m t_{100} - \beta \rho m t_0}{\rho (t_{100} - t_0)} + t \cdot \frac{(\beta - 1) \rho m}{\rho (t_{100} - t_0)}$

$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) m}{\rho (t_{100} - t_0)}$

Заметим, что $S L = V(t_{100}) - V(t_0) = (t_{100} - t_0) \frac{(\beta - 1) m}{\rho (t_{100} - t_0)} = \frac{(\beta - 1) m}{\rho}$

$\Rightarrow S = \frac{(\beta - 1) m}{\rho L}$

Ответ: $V(t) = \frac{m}{\rho} \cdot \left(\frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0} \right) + t \cdot \frac{m}{\rho} \cdot \left(\frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \right)$

$|\Delta V| = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) m}{\rho (t_{100} - t_0)} = 0,6 \text{ см}^3$

$S = \frac{(\beta - 1) m}{\rho L} = 0,06 \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

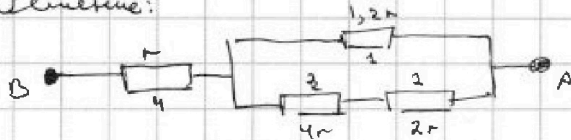
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $R_1 = 1,2r$ $R_2 = 2r$ $R_3 = 4r$ $R_4 = r$ $r = 5 \text{ Ом}$ $I = 4 \text{ А}$

$R_{\text{зв}} = ?$ $P_{\text{max}} = ?$ $P_{\text{min}} = ?$

Решение:



Заметим, что R_3 и R_2 подключены параллельно, с ними последовательно соединены R_1 , а со всей группой параллельно соединены $R_4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow R_{\text{зв}} = R_4 + \frac{(R_3 + R_2) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_{\text{зв}} = r + \frac{6r \cdot 1,2r}{7,2r} = r + r = 2r = 10 \text{ Ом}$$

По 3-й теореме Джексона: $P_i = Q_i I_i$ где i -то сопротивление

т.е. $Q_i = I_i R_i \Rightarrow P_i = I_i^2 R_i \Rightarrow P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$.

$I_4 = I$ т.к. R_4 подключен последовательно ко всей ост.

$I_3 = I_2$, т.к. они подключены параллельно, а также:

P $I_3 (R_3 + R_2) = I_3 (R_1)$, т.к. напр. при напр. соед. в ветвях равны \Rightarrow , а также $I_3 + I_1 = I \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_3 = 1,2r = I, \quad 1,2r \Rightarrow I_3 \cdot 5 = I_1 \Rightarrow I_1 = I_3 = \frac{I}{5}; \quad I_2 = \frac{5I}{6}$$

$$\Rightarrow P_4 = I^2 r$$

$$P_3 = \frac{I^2}{36} \cdot 4r$$

$$P_2 = \frac{I^2}{36} \cdot 2r$$

$$P_1 = \frac{36 I^2}{49} \cdot 1,2r = \frac{43,2}{49} I^2 r$$

$$P_1 = \frac{25}{36} I^2 \cdot 1,2r = \frac{30}{36} I^2 r \Rightarrow P_2 = \frac{I^2}{18} r \text{ мин.}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{43,2}{49} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36} \right) I^2 r = \frac{98,2}{49} I^2 r$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{36}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36} \right) I^2 r = 2 I^2 r$$

Ответ: $R_{\text{зв}} = 2r = 10 \text{ Ом}$; $P = 2 I^2 r = 160 \text{ Вт}$

$P_{\text{min}} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{70}{9} \text{ Вт}$ на 2-ой резисторе



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

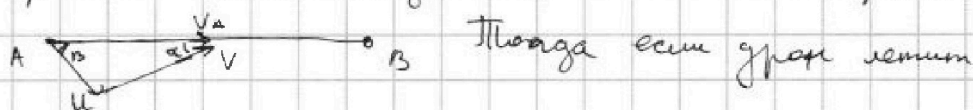
Дано: $T_0 = 200$ с, $S = 2$ км, $\sin(\alpha) = 0,8$, $V = 15$ м/с, $V - ?$, $T_{\perp} - ?$, $\alpha_{\min} - ?$
 $T_{\min} - ? \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = 0,6$

Решение:

П.к. аппарат проходит $2S$ за T_0 с const. скоростью U , но $2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

П.к. аппарат летит по прямой, но и ветер постоянный, но $V_A = \text{const}$.

П.к. $U > V$, но аппарат пока запуском ветра, чтобы он летел по прямой AB . Тогда $\vec{V}_A = \vec{U} + \vec{V}$ сонаправлена с AB :



пог углов β к AB : $u \sin(\beta) = V \sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{V}{u} \sin(\alpha)$

$$\Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{u^2} \sin^2(\alpha)} = \frac{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{u}$$

$$\Rightarrow V_A = u \cos(\beta) + V \cos(\alpha) = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\perp} = \frac{S}{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha)}$$

Заметим, что $V_A = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \leq \sqrt{u^2} + V \sin(\alpha)$, а $V_A = u + V$ достигается при $\alpha = 0$

Заметим, что если лететь из $B \rightarrow A$, то

$V_{A2} = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} - V \cos(\alpha)$, т.к. $\alpha \rightarrow 180^\circ + \alpha$ при полете из $B \rightarrow A$ (ветер зует относительно $B \rightarrow A$ в обратн. сторону)

$$\Rightarrow T = S \cdot \left(\frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_{A2}} \right) = S \cdot \frac{2 \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{u^2 - V^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\min} \text{ при } \sin^2(\alpha) \text{ макс } \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow T_{\min} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - V^2}}$$

Ответ: $U = \frac{2S}{T_0} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$T_{\perp} = \frac{S}{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha)} = \frac{2000 \text{ м}}{20 + \sqrt{400 - 225}} = 80 \text{ с}$$

$$T_{\min} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - V^2}} = \frac{2 \cdot 2000}{5 \cdot \sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с при } \alpha = 90^\circ$$

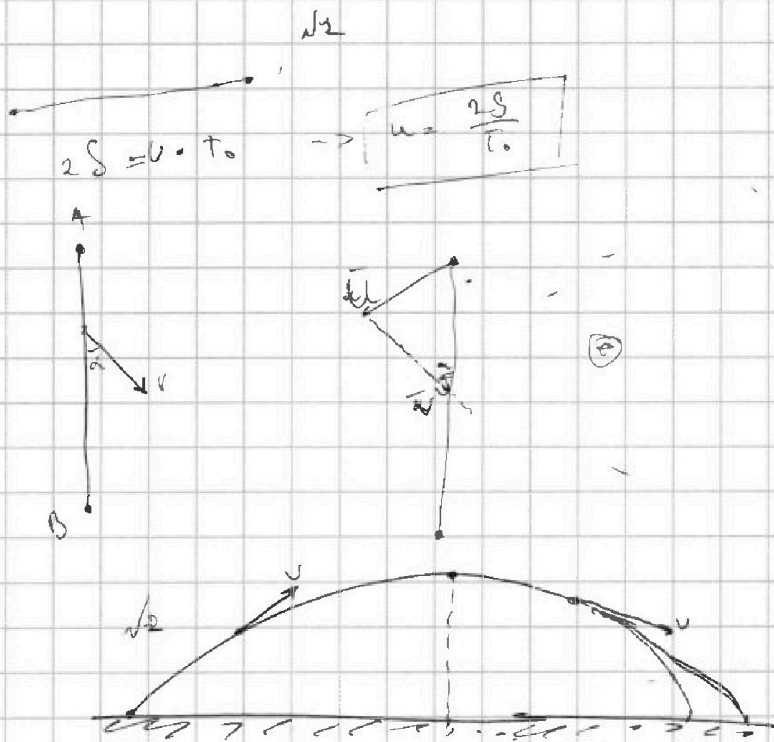


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

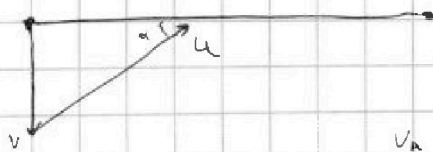
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

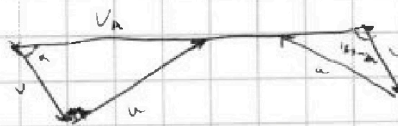


$$\sin(\alpha) = \frac{v}{u}$$

$$= \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$$



$$\frac{1}{g}(\alpha) = \frac{u}{v}$$



$$\frac{S}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$

$$\sqrt{v^2 + u^2}$$

$$u^2 = v^2 + V_A^2 - 2 \cos(\alpha) v V_A$$

$$V_A = 2 \cos(\alpha) v + \sqrt{2 \cos(\alpha) v^2 + u^2 - v^2}$$

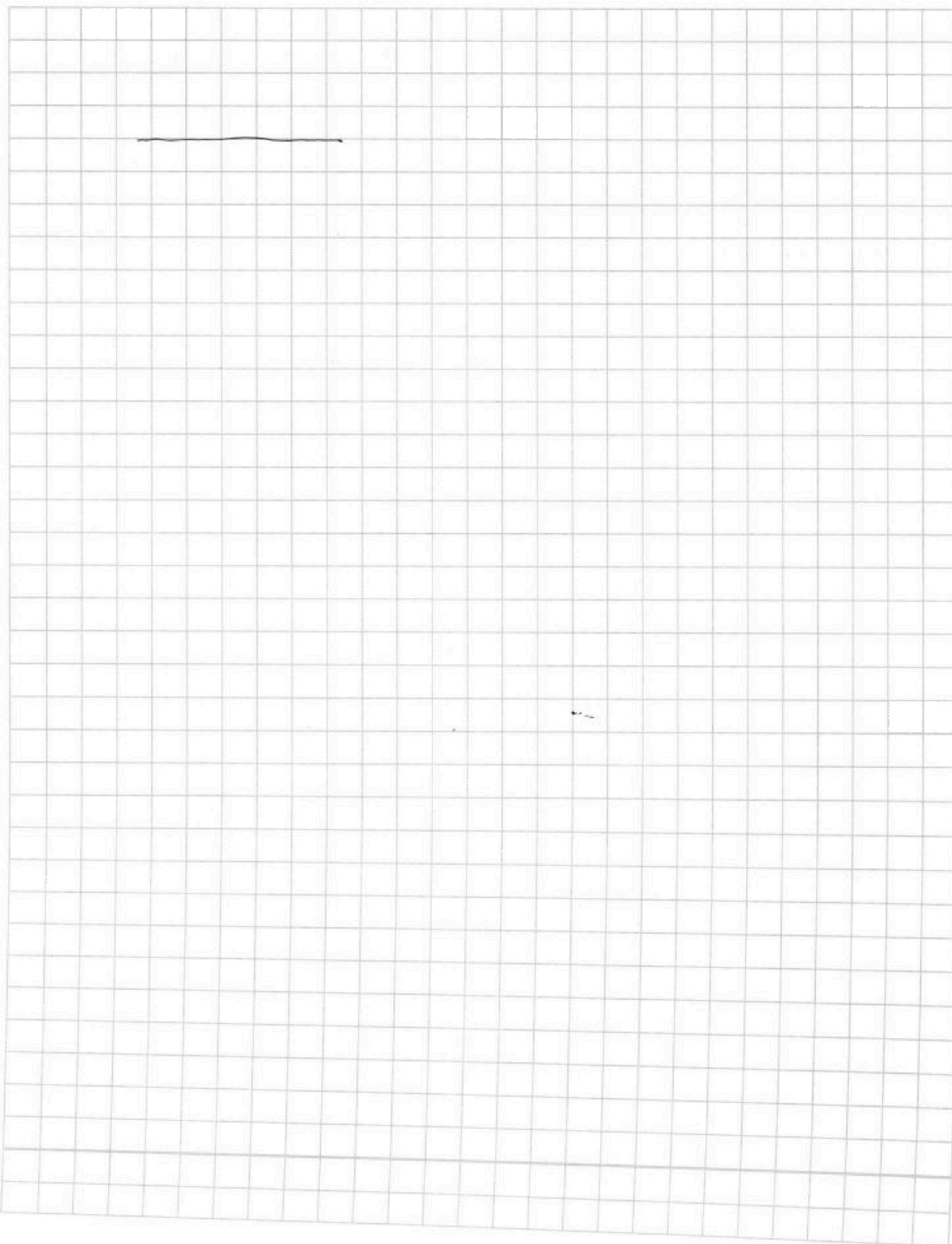


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

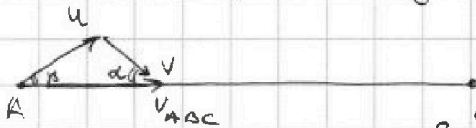
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $T_0 = 200 \text{ с}$, $S = 2 \text{ км}$, $U = ?$; $\sin(\alpha) = 0,8$, $V = 15 \text{ м/с}$;
 $\alpha_{\min} = ?$, $t_{\min} = ?$

Решение: Так как аппарат пролетает $2S$ за T_0 с постоянной скоростью U , то:

$$2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

В случае с ветром, т.к. аппарат всегда летит по прямой, то его $\vec{v}_{ABC} = \vec{V} + \vec{U}$ должна быть сонаправлена с AB :



Тогда продолжим

конец полета будем $t = \frac{S}{v_{ABC}}$. Пусть угол между

лучем β и AB . Тогда $U \cos(\beta) + V \cos(\alpha) = v_{ABC}$, а $V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$, т.к. v_{ABC} сонапр. с AB . \Rightarrow

$$\Rightarrow v_{ABC}^2 = U^2 \cos^2(\beta) + V^2 \cos^2(\alpha) + 2UV \cos(\beta) \cos(\alpha)$$

$$\text{а } U^2 \sin^2(\beta) = V^2 \sin^2(\alpha) \Rightarrow v_{ABC}^2 = U^2 - V^2 \sin^2(\alpha) + U^2 \cos^2(\beta) + 2UV \cos(\beta) \cos(\alpha) = U^2 + V^2 (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + 2UV \cos(\alpha)$$

Тогда для того, чтобы T было мин. нужно максимизировать v_{ABC} . Т.к. из уравнения $V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$ берем, следовательно, то понятно, что лучшей макс. v_{ABC}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА .

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0,5 \text{ c}$; $t_2 = 1,5 \text{ c}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$; $2\beta = 90^\circ$

$|v_1(t_1)| = |v(t_2)|$, где $v(t)$ — функция вектора скорости по времени. $t = ?$, $L = ?$, $R = ?$

Решение: Траектория полета:

Пусть v_0 — скорость в нач. м.,
 α — угол \vec{v}_0 с горизонтальной.



$$\Rightarrow v_x(t) = v_0 \cos(\alpha), \quad v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - tg$$

$$\Rightarrow |v(t)| = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = v_0 \sqrt{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) + t^2 g^2 - \frac{2 \sin(\alpha) t g}{v_0}}$$

$$= v_0 \sqrt{1 + \frac{t^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t g}{v_0}} \Rightarrow |v(t_1)| = |v(t_2)| \text{ из условия, возведем:}$$

$$v_0 \sqrt{1 + \frac{t_1^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t_1 g}{v_0}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t_2^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t_2 g}{v_0}} \Rightarrow t_1^2 g^2 - t_2^2 g^2 =$$

$$= 2 \sin(\alpha) g (t_1 - t_2) \frac{1}{v_0} \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin(\alpha) \frac{1}{v_0}$$

$$= 2 \sin(\alpha) g (t_1 - t_2) v_0 \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin(\alpha) v_0$$

Итак же угол, на