



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

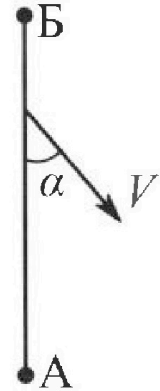


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.
4. Найдите максимальную продолжительность T_{MAX} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



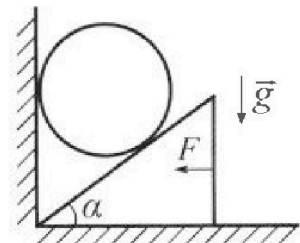
2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.
2. Найдите максимальную высоту H полета.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.



2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.
3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.
4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?
5. Найдите максимальное ускорение a_{MAX} клина.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

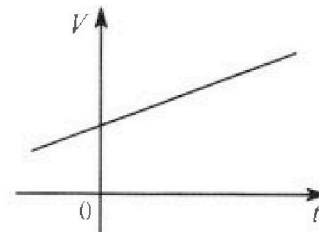
Вариант 09-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

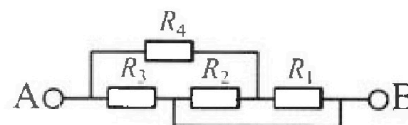


1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $S = 9,6 \text{ км}$ по
углу α за $T_0 = 4 \text{ с}$, тогда его скорость $V = \frac{S}{T_0}$; $V = \frac{9600 \text{ м}}{4 \text{ с}} = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2. Каковы компоненты V_x и V_y скорости V на участке AB , и на
пути BC и CA , если $\sin d = 0,6$, не обязательно решать задачу



монотонно $\cos d = \sqrt{1 - \sin^2 d}$; $\cos d = 0,8$
 $V_x = V \cdot \cos d$; $V_x = 9,6 \cdot 16 = 12,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $V_y = V \cdot \sin d$; $V_y = 9,6 \cdot 16 = 9,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Аналогично всем участкам AB , тогда его скорость в горизонтальном направлении равна $-V_y$ и $9,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

то скорость $V_{\text{гор}} = \sqrt{V^2 - V_y^2}$; $V_{\text{гор}} = \sqrt{24^2 - 9,6^2} = 16 \sqrt{5^2 - 4^2} = 16 \sqrt{3} = 27,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 Тогда, аналогично всем участкам AB со скоростью $V_x = V_x$, время $T_1 = \frac{S}{V_x + V_x}$; $T_1 = \frac{9600 \text{ м}}{12,8 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 12,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{9600 \text{ м}}{25,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 375 \text{ с}$

3. Разберемся с углом d для пути d : $V_x = V \cos d$; $V_y = V \sqrt{1 - \cos^2 d}$
 $V_x = \sqrt{V^2 - V_y^2} = \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}$
 Скорости в одну и в другую сторону $-V_x$ и V_x и V_x и V_x , время $T = \frac{S}{V_x + V_x} + \frac{S}{V_x - V_x} = \frac{2S}{2V_x} + \frac{2S}{V_x - V_x} = \frac{2S}{V_x} + \frac{2S}{V_x - V_x}$
 $T = \frac{2S \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}}{V_x} + \frac{2S}{V_x - V_x} = \frac{2S \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}}{V \cos d} + \frac{2S}{V \cos d - V \sqrt{1 - \cos^2 d}}$
 $T = \frac{2S \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}}{V^2 - V^2} = \frac{2S \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}}{V^2 - V^2}$

Самому лучше решать, угол d - неизвестен, выразим его через известные значения V_x и V_y и V .
 $1 - \cos^2 d = 0$, не так $\sin^2 d = 0$, тогда $d = 0^\circ$, а время $T_{\text{min}} = \frac{2S \sqrt{V^2 - V^2(1 - \cos^2 d)}}{V^2 - V^2} = \frac{2S \cdot V}{V^2 - V^2}$; $T_{\text{min}} = \frac{2 \cdot 9600 \text{ м} \cdot 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{(24 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 - (9,6 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2} = \frac{460800}{576 - 92,16} = \frac{460800}{483,84} = 952,4 \text{ с}$
 $T = \frac{2 \cdot 9600 \cdot 24}{8^2(3^2 - 2^2)} \text{ с} = \frac{460800}{5} \text{ с} = 92160 \text{ с}$

Ответ: 1) $V = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $T_1 = \frac{6000}{3\sqrt{2}8} \text{ с}$; 3) $d = 0^\circ$; 4) $T_{\text{max}} = 1440 \text{ с}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Парча QR-кода недопустима!

~~С той же скоростью $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, не движется относительно δ .
~~Из горизонтальной скорости $v_{гор}$ и вертикальной $v_{вер}$ найдем
 результирующую скорость $v = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$~~~~

~~$h = \frac{v^2}{2g}$; $h = \frac{(\frac{2\sqrt{15}}{3})^2}{2 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 20} = \frac{2}{3} \text{ м}$~~

~~Теперь рассмотрим движение, когда δ не движется:
 тем же образом вычислим высоту h при $v_{гор} = 0$:~~

~~О.х: $N \sin \alpha - N_1 \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{N \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha}$~~

~~О.у: $N_1 \sin \alpha = mg$, $g = \frac{N_1 \sin \alpha}{m} = g \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow g \tan \alpha$~~

~~вычислим угол наклона α : $\sin \alpha = \frac{mg}{N_1}$
 где $N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha}$: $\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$~~

~~$N_1 \sin \alpha = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha} = mg \tan \alpha$~~

~~$N_1 \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = mg \Rightarrow N_1 = mg \cdot \cos \alpha$~~

~~вертикальная составляющая $Q_v = \frac{N_1 \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha \cdot \cos \alpha$; $Q_v = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

~~горизонтальная составляющая $Q_h = g \sin^2 \alpha$; $Q_h = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

~~Можно также найти результирующую $Q = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ при $\alpha = 45^\circ$, вычислив по теореме Пифагора $Q = \sqrt{Q_h^2 + Q_v^2} = \sqrt{2,5^2 + 5^2} = 5,59 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

~~$h = \frac{v^2}{2am}$; $v = \sqrt{2H am}$; $v = \sqrt{2 \cdot 0,84 \cdot 2,5} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$~~

~~Из горизонтальной скорости $v_{гор}$ и вертикальной $v_{вер}$ найдем $h = \frac{v^2}{2g}$; $h = \frac{2^2}{2 \cdot 10} = 0,2 \text{ м}$~~

~~Ем δ не движется, вычислим угол наклона α при $v_{гор} = 0$, когда $Q_h = g \sin^2 \alpha$, $Q_h = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

~~Ответ: 1) $F = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ м}$ 2) $h = 0,2 \text{ м}$ 3) $Q = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ 4) $\alpha = 45^\circ$ 5) $Q_{рез} = 5,59 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Угол α увеличивается, ~~но~~ не longer, значит $\cos \alpha$ уменьшается, значит, $\sin \alpha$ увеличивается
 $q = g \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Найдем максимум ~~функции~~. Пусть $\sin \alpha = x$

$$\sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = x \sqrt{1 - x^2}, \text{ на } x \in [0, 1]$$

$$x \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Пусть } x^2 = k:$$

$$k \sqrt{1 - k} = \frac{1}{2}$$

$D = 1 - 4k^2$, для функции $f(k) = k \sqrt{1 - k}$, мы ее исследуем при $k \in [0, 1]$ с помощью производной, $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$, $\alpha = 45^\circ$ и $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$b = 1 - 4k^2 = 0; \quad k = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{\max} = \frac{g}{2}$$

$$a_{\max} = 5 \frac{m}{s^2}$$

Ответ: 1) $F = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ Н}$; 2) $h = 92 \text{ м}$; 3) $g = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{m}{s^2}$ при $\alpha = 45^\circ$, $a_{\max} = 5 \frac{m}{s^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Зависимость объема от температуры $V(t) = V_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$,
 $V_0 = \frac{m}{\rho}$; диаметр $d = 22 \text{ мм}$; $t_{\text{ис}} = 20^\circ\text{C}$; $t_{\text{ис}} = 20^\circ\text{C}$

$$V(t) = V_0 \cdot \beta = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_{\text{ис}} - t_0)), \text{ откуда } \alpha = \frac{\beta - 1}{t_{\text{ис}} - t_0}, \text{ тогда}$$

$$V(t) = V_0(1 + \alpha \Delta t) = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{\text{ис}} - t_0} (t - t_0) \right)$$

$$\text{Изменение объема } \Delta V = V\left(\frac{t_2}{\text{ис}}\right) - V\left(\frac{t_1}{\text{ис}}\right) =$$

$$= \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{\text{ис}} - t_0} (t_2 - t_0) \right) - \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{\text{ис}} - t_0} (t_1 - t_0) \right) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{\text{ис}} - t_0)} (t_2 - t_1)$$

$$\Delta V = \frac{22 \cdot 9 \cdot 10^{-8}}{7000 \cdot 17,5} = 7^\circ\text{C} = \frac{63}{7000} \text{ мм}^3$$

Если мануальный насос не S см, тогда $S \cdot L = \Delta V \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} =$

$$S = \frac{\frac{63}{7000} \text{ см}^3}{5 \text{ см}} = \frac{63}{175000} \text{ см}^2 = \frac{63}{17500} \text{ мм}^2 = \frac{m(\beta - 1)(t_2 - t_1)}{\rho(t_{\text{ис}} - t_0)L}$$

$$\text{Ответ: } 1) V(t) = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{\text{ис}} - t_0} (t - t_0) \right); 2) \Delta V = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{\text{ис}} - t_0)} (t_2 - t_1) = \frac{63}{7000} \text{ мм}^3$$

$$\text{и } S = \frac{m(\beta - 1)(t_2 - t_1)}{\rho(t_{\text{ис}} - t_0)L} = \frac{63}{17500} \text{ мм}^2$$

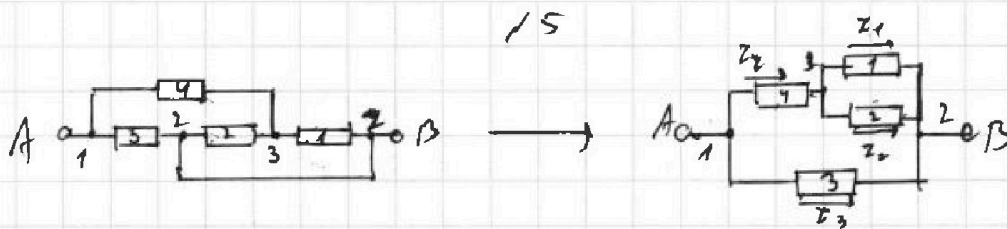


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Перерисуем схему (лучше справа). Преположим внутреннюю часть (1, 2, 3) и резистор (результат 1) - R_1 ; резистор (2) - R_2 (4-3).

Из перерисованной схемы легко увидеть R_2 :

Затем соединим (1) и (2): $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$; $R_{12} = \frac{5 \text{ Ом} \cdot 20 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом}} = 4 \text{ Ом}$

Затем соединим R_{12} и (4): $R_{124} = R_4 + R_{12} = 5 \text{ Ом} + 4 \text{ Ом} = 9 \text{ Ом}$

$R_3 = \frac{R_{124} \cdot R_3}{R_{124} + R_3}$; $R_3 = \frac{9 \text{ Ом} \cdot 10 \text{ Ом}}{9 \text{ Ом} + 10 \text{ Ом}} = 5 \text{ Ом}$

Если $R_3 = 5 \text{ Ом}$, а $U = 20 \text{ В}$, то мощность $P = \frac{U^2}{R}$;

$P = \frac{20^2}{5} = 80 \text{ Вт}$

Максимальная мощность: через (3) максимальная $I_3 = \frac{U}{R_3}$; $I_3 = 1 \text{ А}$

через (1) ток I_1 ; через (2) ток I_2

~~$I_1 = I_2$; $I_1 R_1 = I_2 R_2$; $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{4}$; $I_1 = 5 I_2$;~~

~~$5 I_2 R_4 + I_2 R_3 = U$; $I_2 = \frac{U}{R_4 + 5 R_3}$~~

$I_4 = \frac{U}{R_{124}}$; $I_4 = \frac{20 \text{ В}}{20 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$; $I_1 R_1 = I_2 R_2$; $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{4}$;

$I_4 = I_1 + I_2 = 5 I_2 \Rightarrow I_2 = 0,2 \text{ А}$; $I_1 = 0,8 \text{ А}$

$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4$; $P = 0,8^2 \cdot 10 + 0,2^2 \cdot 20 + 1^2 \cdot 10 + 1^2 \cdot 5 = 9,2 \text{ Вт}$

ответ: 1) $R_{\text{общ}} = 5 \text{ Ом}$; 2) $P = 20 \text{ Вт}$; 3) $P_{\text{max}} = 0,8 \text{ Вт}$, резистор R_2

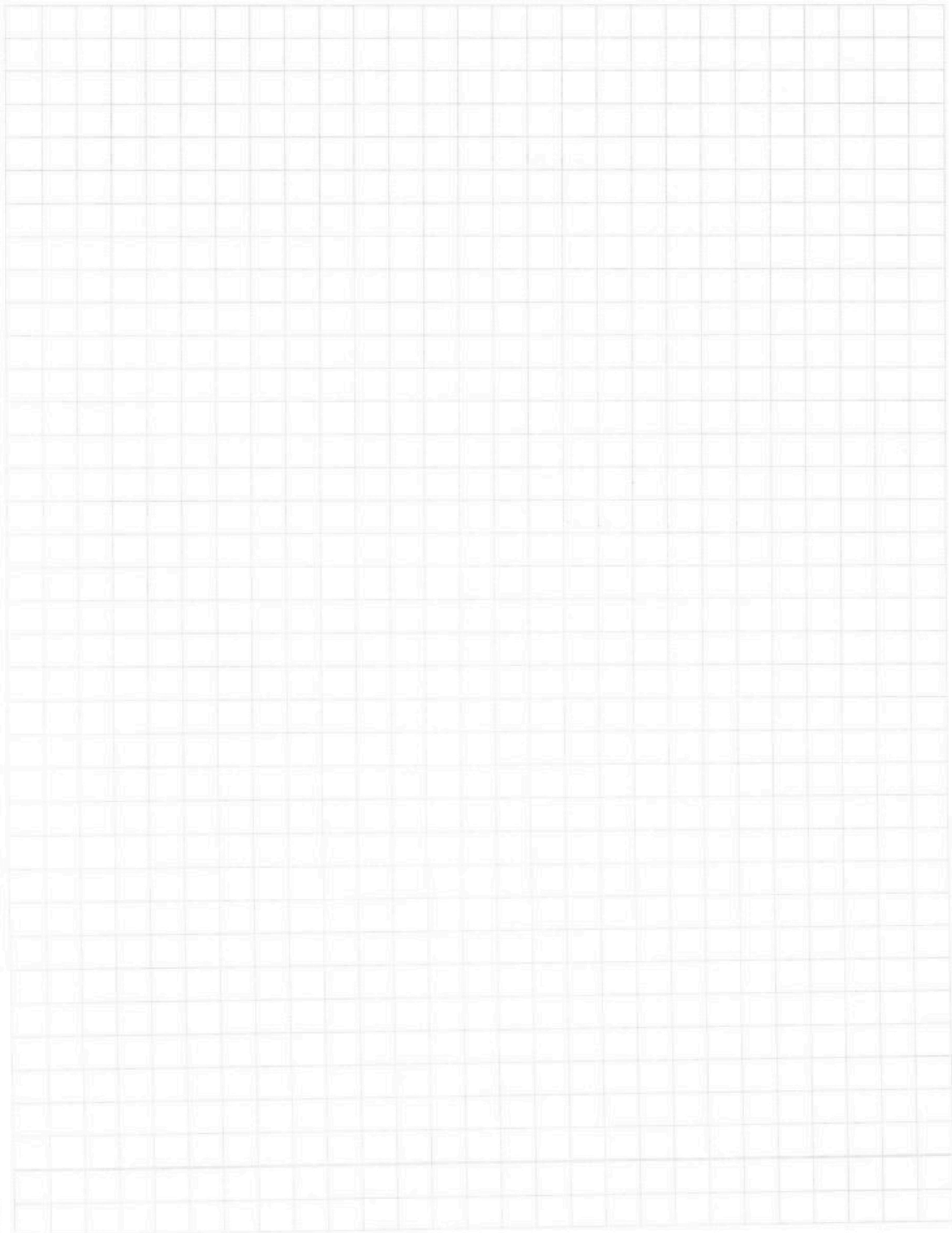


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

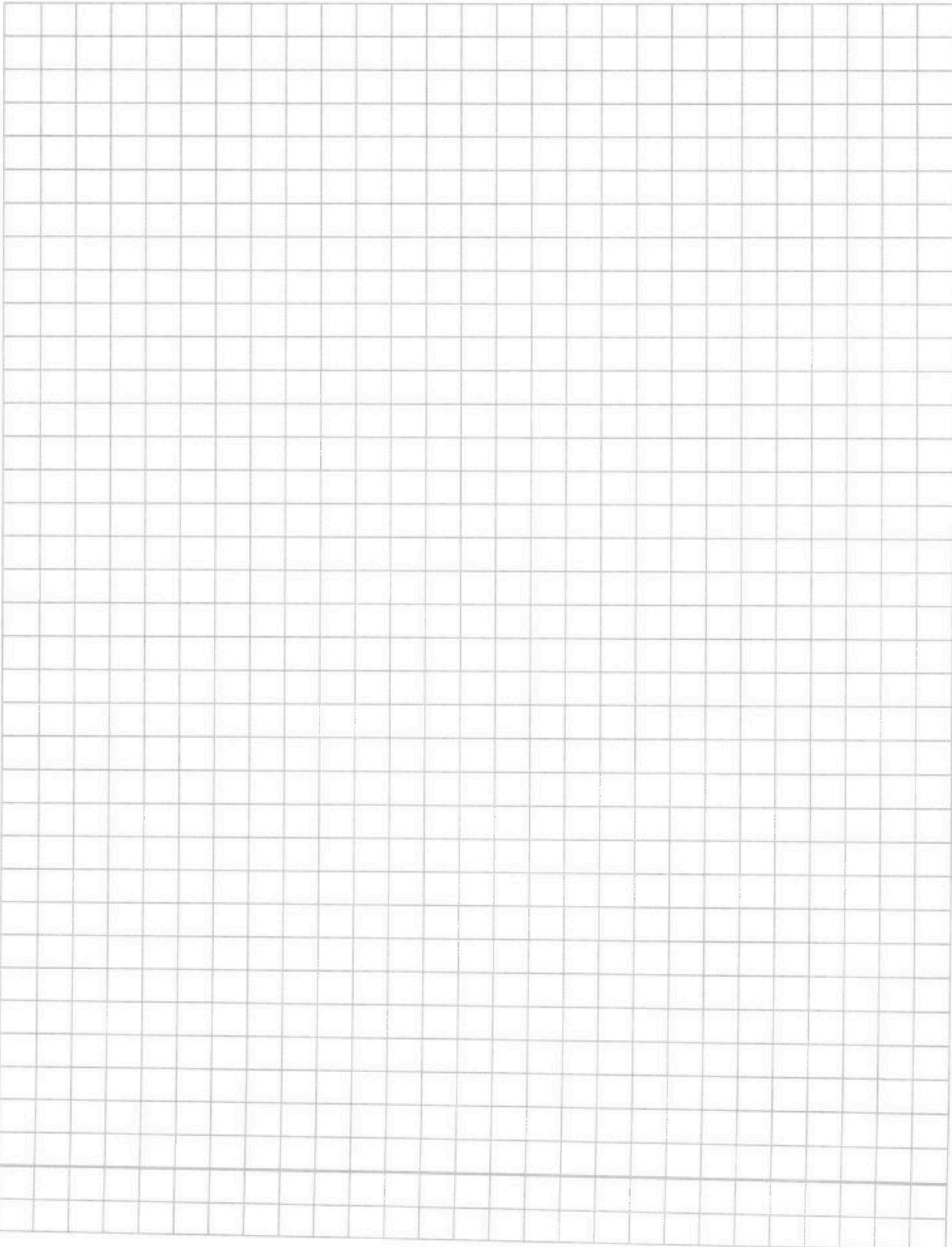
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

