



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_3 = -6x^2$$

из при арифм. прогрессии:

$$a_1 - a_1 = 0$$

$$a_4 - a_1 = 3 \Rightarrow$$

$$\frac{-6x^2 - 12 + 12x}{(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x}$$

$$\Rightarrow \cancel{3}((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = \frac{\cancel{3}(x^2 - 2x + 1)}{-2}$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 18x) = 8$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 16x + 2x + 8) = 8$$

$$x(x + 4)(x^2 + 4x + 2) + 2(x + 4) = 8$$

$$\Rightarrow x(x(x + 4) + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x^2 + 4x + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x + 4)(x(x + 4) + 2) = 8$$

$$\Rightarrow x(x + 4) = a$$

$$a(a + 1) = 8$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a = -4$$

$$a = 2$$

~~11-12x = 8x^2 + 0~~
~~x^2 + 4x = 2~~
~~x^2 + 4x - 2 = 0~~

$$x(x + 4) = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

$$x(x + 4) = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = -2 \pm \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

отв. при $x = 2$

$$a_4 - a_1 \neq 0, a_6 - a_1 \neq 0$$

$$\sqrt[3]{11 - 12x = 36}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = 16$$

$$8x^2 = -14$$

36
16
14

46

$$\frac{20 \quad 16 \quad 6 \quad -4 \quad -14 \quad -16}{3 \quad 7 \quad 5 \quad 8 \quad 9}$$

Решения $x = -1; x = -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

два неравенства с двумя переменными

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow |3x - 2y| \leq 4 \quad \text{или}$$

найдем экстремальные значения

$$1) \quad 2x \geq 3y \Rightarrow 2x - 3y = 6$$

$x \geq \frac{3}{2}y$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

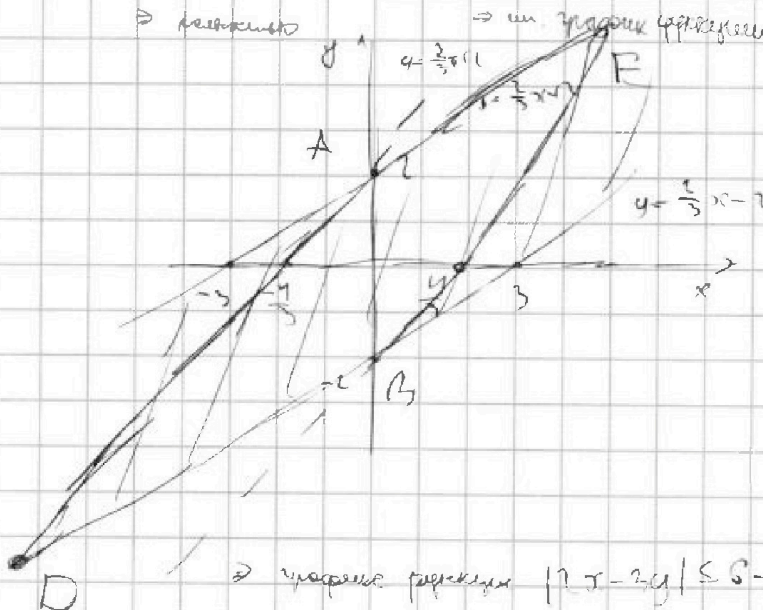
или

при замене x

$$x \geq \frac{3}{2}x$$

\Rightarrow рассмотрим

\Rightarrow ищ. максимум функции



$$\begin{aligned} & 2 \cdot \frac{-14}{5} - 3 \left(\frac{16}{5} \right) \\ & = \frac{-28}{5} - \frac{48}{5} = \frac{-76}{5} = -15.2 \end{aligned}$$

$$1) \quad 2x \leq 3y \Rightarrow 2x - 3y = -6 \Rightarrow \frac{2x}{3} = y - 2$$

$$3x \geq \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{или } \forall x, x \leq \frac{3}{2}x$$

\Rightarrow выполняется для $x \geq 0$

$$\Rightarrow \text{знак упр. } |2x - 3y| \leq 6$$

отделим по осям на две части от нуля

\Rightarrow при $x \geq 0$ неравенство

$$\text{знака } \geq 6, \leq 6, \text{ и } |2x - 3y| \leq 6$$

$$\text{на } y \Rightarrow \text{при } x = 0; y = 3$$

$$|2x - 3y| = 9 \geq 6 \Rightarrow$$

$$\text{В обратном случае } |2x - 3y| \geq 6$$

(Вместо $x \geq 0$)

\Rightarrow проверка границ $|2x - 3y| \leq 6$ - проверка касания между границами

пр. граничные экстр. $|2x - 3y| \leq 4$, экстр. $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 1 \\ y = \frac{1}{3}x - 2 \end{cases}$ при $x = 0; y = 3$

$|2x - 3y| = 6 - 4 \Rightarrow$ ч. грани $|2x - 3y| \leq 4 \Rightarrow$ экстр. между границами.

наибольшие значения функции на отрезке между двумя границами

пересекаются в точке D, E, A, B , $A = (0; 2)$, $B = (1; -2)$

D, E найдем экстр. $D: \frac{3}{2}x + 1 = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow \frac{2-4}{6}x = -4 \Rightarrow x = \frac{-24}{-2} = 12, y = \frac{-27}{10} + 1 = \frac{-17}{10}$

$E: x = \frac{24}{5}, y = \frac{27}{5} \Rightarrow$ экстр. A, O, B, E - #

Все грани функции макс. и если упрощен $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$

\Rightarrow экстр. в D , x и y минимальны \Rightarrow ответ $10x + 5y$

\Rightarrow или $10x + 5y = -51 - 26 = -77$ ответ: -77



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(m, n)

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 7n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = m^2n - 7mn^2 - 7mn \quad 19p^2, 15q^2 \quad p \text{ и } q - \text{н.ч.}$$

$$mn(m-2n-7)$$

$$\Rightarrow A = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = mn(m-2n-7) \quad \text{н.р. } B = 15q^2 / 17p^2$$

н.ч. - делит \Rightarrow н.р. m и n - н.ч.

$$m > 2n+7 \Rightarrow m-2n > 7, \text{ следовательно } 7 \text{ делит } m-2n = x$$

$$\Rightarrow A = (x+13)x = 15q^2 / 17p^2 \quad \text{н.р. } p \text{ и } q \text{ взаимно просты}$$

решение B:

1) $x+13 = 15q^2$
 $x = 1 \times q - \text{н.ч.}$

2) $x+13 = 17p^2$
 $x = 1$
 $x = 17p - \text{н.ч.}$

3) $x+13 = 17p^2$
 $x = p$
 $\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 17$
 $\Rightarrow x = \frac{13}{16} - \text{н.ч.}$

4) $x+13 = 15q^2$
 $x = q$

$\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 15$
 $x = \frac{13}{14} - \text{н.ч.}$

5) $x+13 = 17$
 $x = p^2$
 $\Rightarrow p = 4$
 $p = 2 \checkmark$
 $m-2n = 4$
 поделим
 $\text{на } m$
 получим
 остаток

6) $x+13 = 15$
 $x = q^2$
 $x = 2$
 $\Rightarrow q - \text{н.ч.}$

7) $x+13 = p^2$
 $x = 14$
 $\Rightarrow p^2 = 30 \times$

8) $x+13 = p^2$
 $x = 15$
 $p^2 = 28 \times$

$\Rightarrow p = 2, x = 4 = m-2n$

$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4 = 17 \cdot 2^2$

н.ч. $m-2n = 4$

$2mn = 15q^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow m = 2n + 4$$

$$2(2n + 4)n = 15q^2$$

~~4~~ m, n, q — натуральные, m — четное, n — нечетное, $2(2n + 4)n$ — четное. q^2 — четное.
 \Rightarrow $q = 2$

$$\Rightarrow 2(2n + 4)n = 60$$

$$4n^2 + 8n - 60 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (n + 5)(n - 3) = 0$$

$n \in \mathbb{N}$, n — нечетное

$$n = 3, \Rightarrow m = 10$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 3) = 4 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17$$

$$B = m(m - 2n - 2) = 10 \cdot 3 \cdot (4 - 2) = 60 = 15 \cdot 2^2$$

Ответ: $\boxed{\begin{matrix} m = 10 \\ n = 3 \end{matrix}}$



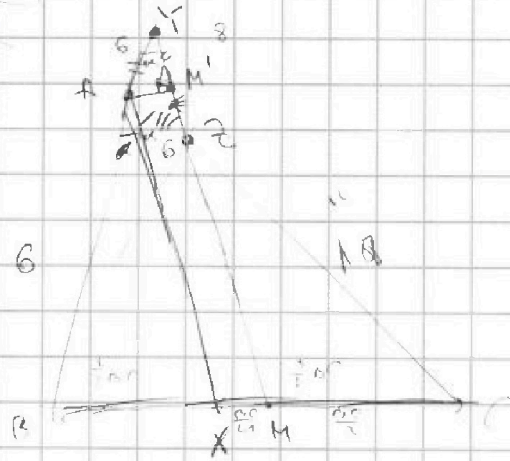
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

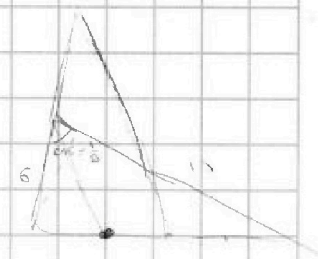
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle = 4$



$AC = 8$
 $AZ = 6$
 $YZ = 8$



$CZ = 8 - 2 \cdot 6 = -4$
 $\cos \beta = -4/8 = -1/2$
 $\beta = 120^\circ$

$AX \perp BC \Rightarrow \angle BAX = \angle CAX = \alpha$, $MZ \parallel AX$, $\angle ZAX = \angle AZX = \alpha$

$\Rightarrow \angle AZZ = \angle BAX = \alpha \Rightarrow AZX = \alpha$, M' - середина YZ , $\angle AM'Z = \alpha$

$\triangle AM'Z \sim \triangle AZZ \Rightarrow AZ = 2M'Z$, $M'Z = AZ \cdot \cos \alpha$

$\Rightarrow 4 = 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{9}$

~~$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$~~

$\frac{AZ}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AZ}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow AZ = \frac{8}{3}$, $MZ \parallel AX$, $\frac{MZ}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MZ}{CX} = \frac{1}{3}$

$\frac{AZ}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AZ}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow AZ = \frac{8}{3}$, $\frac{MZ}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MZ}{CX} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow CX = \frac{3}{4} BC \Rightarrow BX = \frac{1}{4} BC$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{CX}{BX} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 6$

$\angle AZZ = \angle AZZ = 2\alpha \Rightarrow \angle AZZ = 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{9}$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{36 + 64 - \frac{64}{3}} = \sqrt{100 - \frac{64}{3}} = \sqrt{\frac{300 - 64}{3}} = \sqrt{\frac{236}{3}}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{\frac{236}{3}} = \frac{\sqrt{708}}{3} = \frac{2\sqrt{177}}{3}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{\frac{236}{3}} = \frac{\sqrt{708}}{3} = \frac{2\sqrt{177}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM'' = \frac{AB \cdot AS'}{AS} \rightarrow \sqrt{(s+p)^2 - 4x^2} = \frac{6 \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x} \quad | \cdot 2$$

$$(s+p)^2 - 4x^2 = \frac{6 \cdot (10+2x) \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x}$$

$$s+x=y$$

$$y^2 - 4(y-s)^2 = \frac{6(4y^2 - 36)}{(4y)^2}$$

$n: s$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2xs + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 - 4\sqrt{3x} + 4y^2$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y})^2 (x+y) = \dots$

$$2xs + 4x^2 + \sqrt{3y} + 4 = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

если $x \neq y$, все слагаемые $x^2, x, \sqrt{3y}$ монотонно возрастают.

$x_1 \Rightarrow$ при $x > y$, $2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} > 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$

$\Rightarrow x \leq y$, аналогично $y \leq x \Rightarrow x=y$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + s = 2\sqrt{12-x-x}$$

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + s - 2\sqrt{(x+4)(3-x)})$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - s \quad | \cdot 2$$

$$7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(x+4)(3-x) - 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 15$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = a$$

$$7 - 2a = 4a^2 - 20a + 15$$

$$4a^2 - 18a + 8 = 0$$

$$a^2 - 4a + 2 = 0$$

$$4a^2 - 16a + 8 = 0$$

$$a = 0 \pm \sqrt{36}$$

$$s \geq -4$$

$$x \in [3, 4]$$

уменьшаем в числителе числ. деления делая нулем.

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{4}$$

$$a = 3 \quad a = 2$$

$$4a^2 - 18a + 8 = 0 \quad 2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - 3 = 1 > 0$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \swarrow \text{срв. } 3-4$$

$$\text{if } x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x+4 = \frac{-1 - \sqrt{13} + 8}{2} = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3-x} > \sqrt{4+x} \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} < 0$$

$$3-x = \frac{6+1+\sqrt{13}}{2} = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{if } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

н.р. $x > 0$, срв. срв. срв., н.р. $\sqrt{13} < 5$, срв. $x < 3$

$$\Rightarrow \text{решения } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{(x+4)(3-x)} = \frac{3}{2}, \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} < 0$$

$$(x+4)(3-x) = \frac{9}{4}$$

$$12 - x - x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + x - \frac{37}{4} = 0$$

$$x \Rightarrow 4x^2 + 4x - 37 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 18 \cdot 37}}{8} = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} < 3$$

$$3 - \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{6 - (-1 + \sqrt{28})}{2} = \frac{7 - \sqrt{28}}{2}$$

$$\text{с) } \frac{-1 - \sqrt{28}}{2}$$

срв. $3-x > 4+x$
н.р. $x < 0 \Rightarrow x$

$$3 - 4 + \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

Итого:

$$\text{решения: } x=y = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

$$x=y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

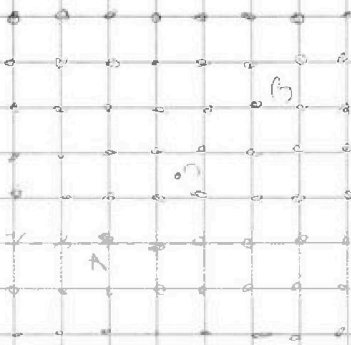
$$\sqrt{2x^2 - 4x + 2} + \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = 2\sqrt{2x^2 - 4x + 2}$$

$n = 6$

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов: $6 \times 5 = 30$ соединений

$$C_{30}^2 = \frac{30 \cdot 29}{2}$$

число соединений



каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \Rightarrow \text{каждый из 6 городов соединен с каждым из остальных городов}$$

\Rightarrow количество соединений

$$= 4 \cdot 15 + 15 \cdot 2 = C_{64}^2 \Rightarrow x = \frac{C_{64}^2 - 32}{4}$$

$$\text{и ответ: } \frac{C_{64}^2 - 32}{4} + 15 = \frac{C_{64}^2}{4} + 7$$

$$= \frac{21 \cdot 63 + 8}{4}$$

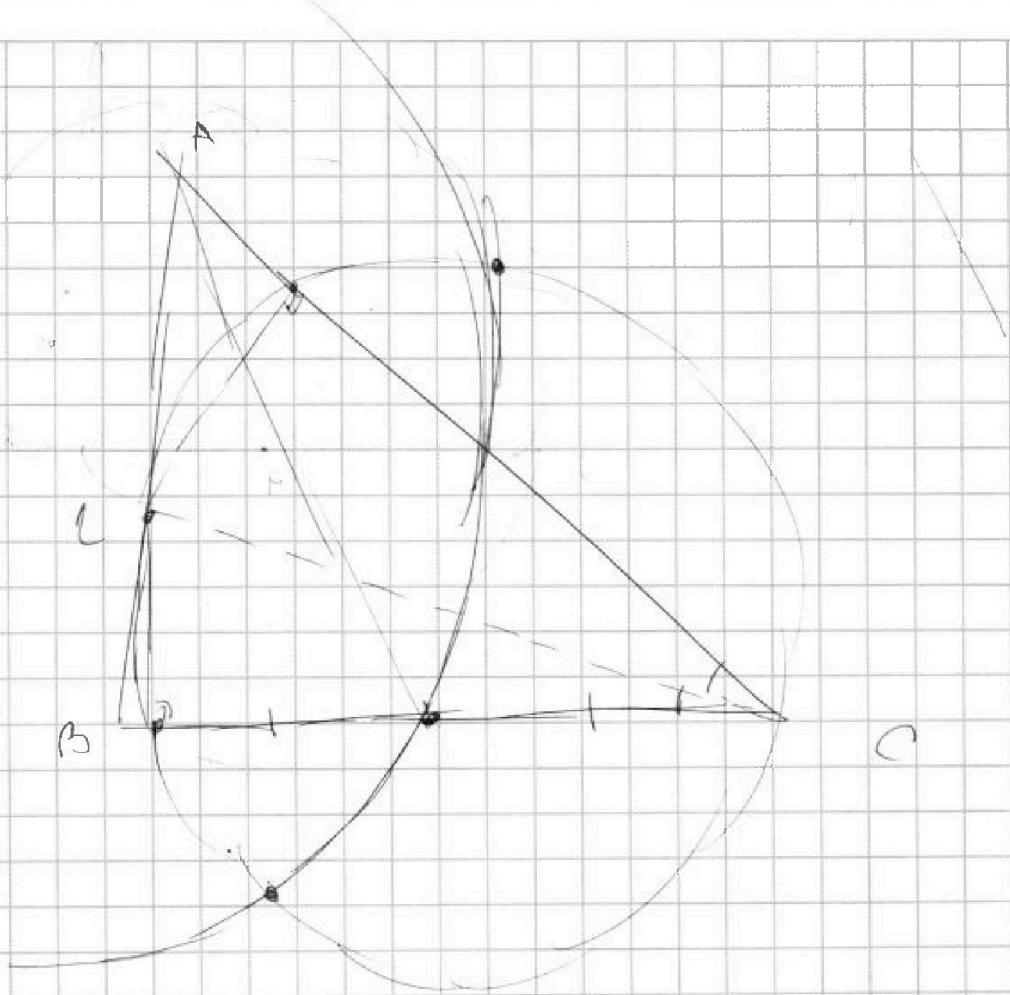


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



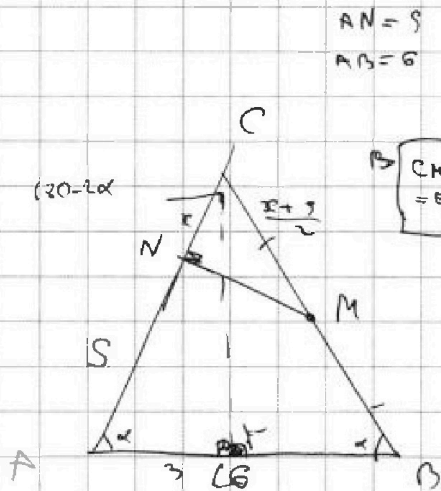


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AN = 5$ $CM = x$
 $AB = 6$ $\angle CNM = 90^\circ$

$\sin \alpha = \frac{CK}{x}$
 $\cos \alpha = \frac{CN}{x}$

$\cos \alpha = \frac{3}{x+5}$

$\cos(180-2\alpha) = \frac{2x}{x+5}$

$\cos \alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$= 2 \frac{9}{(x+5)^2} - 1$

$\Rightarrow \cos 180-2\alpha = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$
 $= \frac{2x}{x+5}$

$\Rightarrow \frac{2x}{x+5} = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$

$\frac{2x}{x+5} = \frac{(x+5)^2 - 18}{(x+5)^2}$ $x+5 \neq 0, (x>0) \Rightarrow$

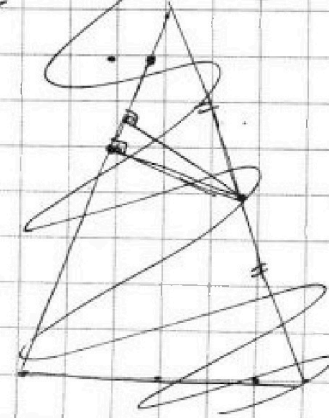
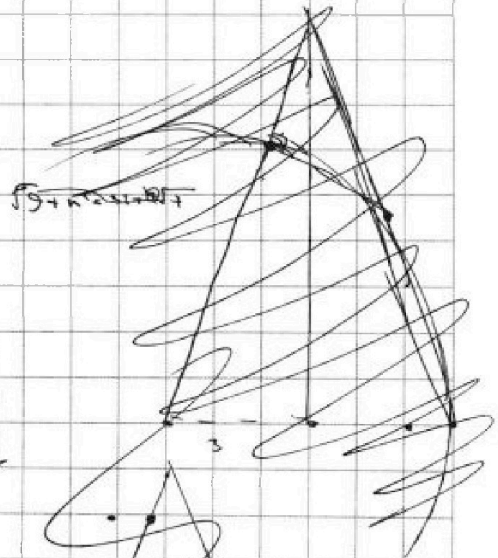
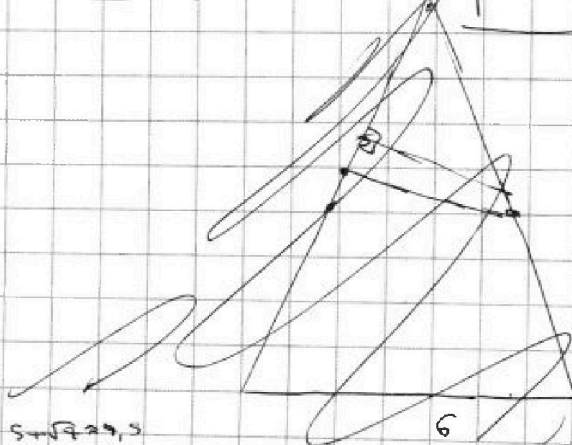
$2x = \frac{(x+5)^2 - 18}{x+5}$

$2x(x+5) = (x+5)^2 - 18$

$2x^2 + 10x = x^2 + 10x + 7$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



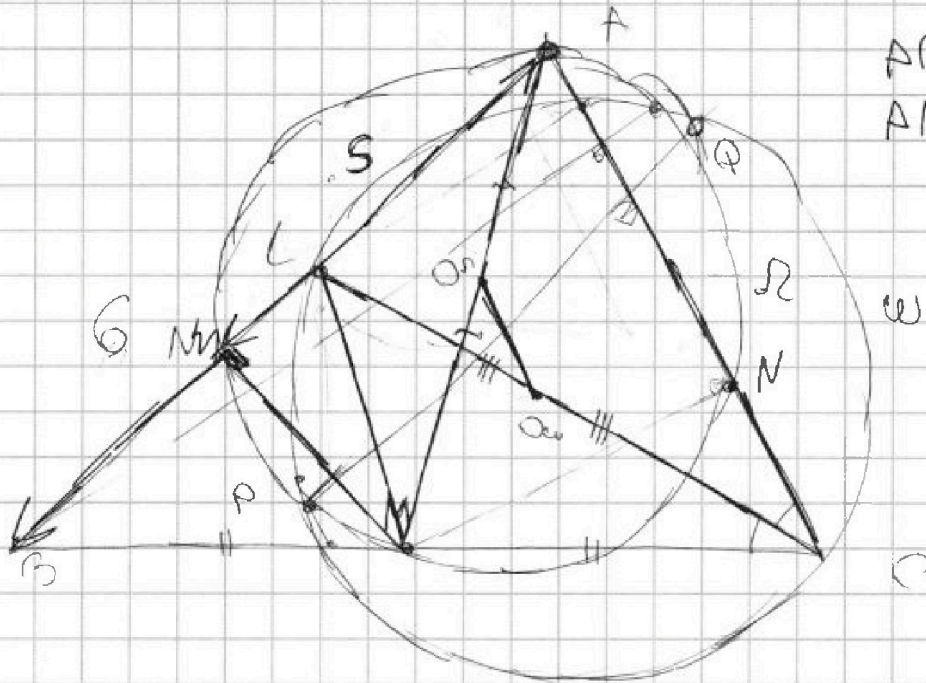


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

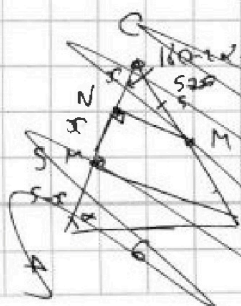
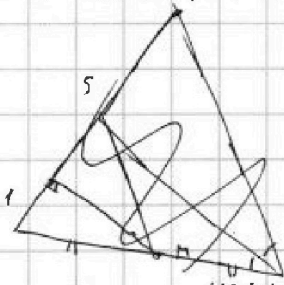
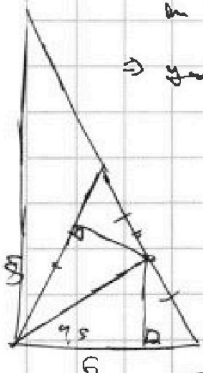
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB=6$
 $AN=5$

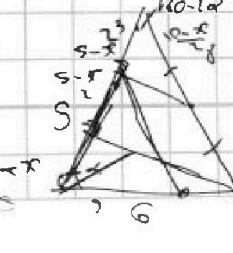
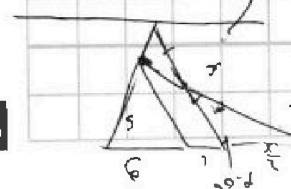
и т. $PQ \parallel AB$, линия центров S и $W \perp$ плоскости (касательная PQ)
 $\Rightarrow O_1 O_2 \perp$ обе из B на $AC \Rightarrow O_1 W \parallel AC, O_1 W$ - сгр. AC
 O_2 - сгр. AM (и т. это диаметр)
 и т. P - перпендикуляр LM и CA , тогда, и т. $O_1 O_2$
 - сгр. AM и CP - сгр. AC , $O_1 W O_2 = AC - LM$ (из-за $LM \parallel AC$)
 и т. $AC \parallel PQ$ и $O_1 W$, из этого следует, что $LM \parallel AC$

\Rightarrow если N - сгр. AM , M на AB , P - сгр. AM и CP - сгр. AC , M - сгр. BC
 и $LM \parallel AC$, L - сгр. AB и CL - сгр. AC
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle LBC \Rightarrow BC = AC$, и AL - сгр. AC
 $\Rightarrow AN = 5, AB = 6$.



объем $\triangle ABC$ и $\triangle LBC$ равен BM ,
 из $\triangle ABC$ сгр. AM и CL
 $= 2x, \Rightarrow AN = 5, \Rightarrow AM = 5 - x$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5-x}{6}$
 $\angle ACN = 180 - \alpha$
 $\Rightarrow CN = x, CM = \frac{CA}{2}$
 $\Rightarrow \cos 180 - \alpha = \frac{5-x}{6}$
 $\Rightarrow \frac{2x}{5+x}$

$$|2T \sqrt{x^2 + 6x + 6} =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1:2
 $\max(10x+5y)$
 $\begin{cases} 7x-3y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 4 \end{cases}$

1) $2 \leq x \leq 2y$, макс.

$7x-3y \leq 2x-3y$
 $3x-2y \leq 2x-3y$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x-2y \leq 4 \\ 2x-3y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2y+4}{3} \\ y \geq \frac{2x-6}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x+5y \geq 10x - \frac{5}{3}(2x-6) \\ 10x+5y \geq 10x + \frac{5}{3}(2x-6) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 17,5x - 10 \\ 10x - 10 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x+5y \geq 10x - 10 \\ 10x+5y \geq 10x + 10 \end{cases}$

В обоих случаях либо при $x=0$, и равен. -10
 или равен. 10 и 10 , и 10
 $\Rightarrow \begin{cases} 7x-3y \leq 6 \\ 3x-2y > 0 \end{cases}$

\Rightarrow ОПРЕДЕЛЕНА область

$7x-3y=6$
 $3x=2y$
 $x=\frac{2y+6}{3}$
 $3 \cdot \frac{2y+6}{3} - 2y = 6$
 $2y+6-2y=6$
 $6=6$
 $x=0$
 $y=3$

$2+3 \cdot \frac{4}{3} = 6$
 $2+4=6$
 $x=2$
 $y=2$

$3x-2y=4$
 $3x=2y+4$
 $x=\frac{2y+4}{3}$
 $7 \cdot \frac{2y+4}{3} - 3y = 6$
 $\frac{14y+28}{3} - 3y = 6$
 $14y+28-9y=18$
 $5y=-10$
 $y=-2$
 $x=0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

пусть ~~второй член~~ ~~мощь~~ ~~интерпретации~~ - k

$$\Rightarrow 1 \text{ член} - 2 \text{ член} = 2k = (x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x$$

$$8 \text{ член} - 12 \text{ член} = 4k = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = -6x^2 - (12 + 12x)$$

$$\Rightarrow \frac{4k}{2k} = 3 = \frac{-6x^2 - (x^2 + 4x)^2}{(x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x} \quad \text{числитель } \neq 0$$

$$2(x^4 + 16x^2 + 8x^3 - 12 - 12x) = -6x^2 - (x^2 + 16x^4 - 8x^3)$$

$$x^4(-6 - (x^2 + 4)^2)$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-6(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 + 4x)^2 + 6x^2} = \frac{x^4(x^2 + 8x + 6)}{x^4(x^2 + 4)^2}$$

$$\left(x^2 - \frac{8}{x}\right) + 8\left(x - \frac{1}{x}\right) + 18 = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^4(x^2 + 4)^2} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{-1}$$

$$-6x^2 - 12 + 12x = -6(x^2 - 2x + 2)$$

$$-4x^4 + 6x - 8 = x^4 - 8x^3 - 22x^1 \Rightarrow -6(x^4) - x^4(x+4)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0 \Rightarrow x^2(-6 - x^2 - 8x - 6)$$

$$-6(x^2 + 2x + 2) \Rightarrow x^2(-x^2 - 8x - 22)$$

$$\frac{-6(x^2 + 2x + 2)}{x^2(-x^2 - 8x - 22)} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{-6x^2}{-6x^2} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 120 - 2\alpha = -\cos 2\alpha$$

$$= -(2\cos^2\alpha - 1)$$

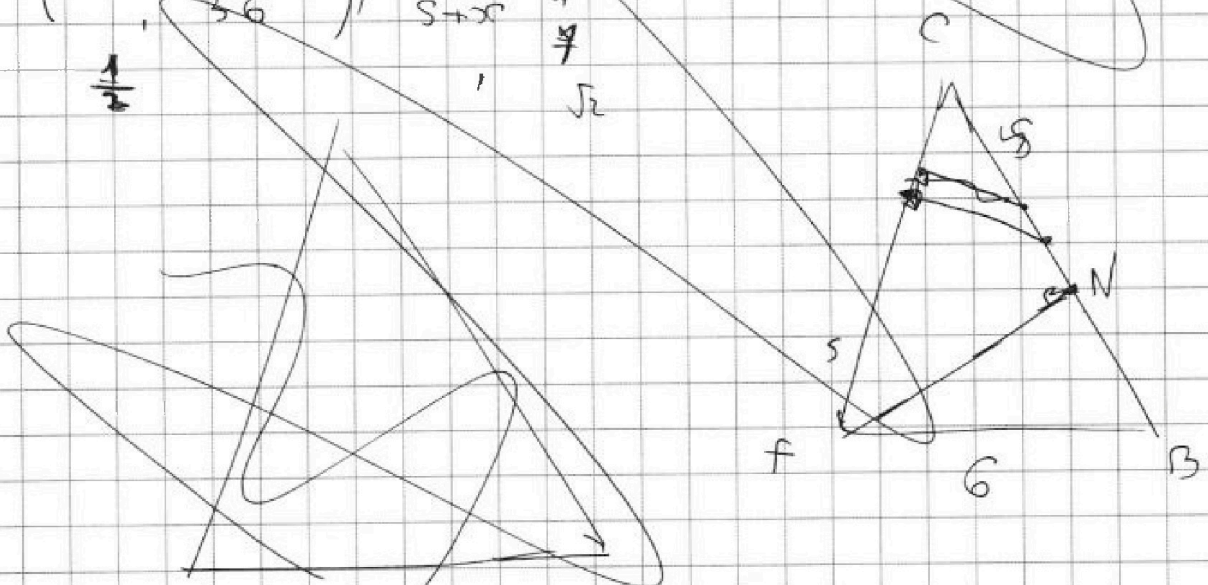
$$= -\left(\frac{2(5-x)^2}{36} - 1\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2(5-x)^2}{36}\right) = \frac{2x}{5+x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{36 - 2(5-x)^2}{36} = \frac{2x}{5+x}$$

$$(36 - 5x - 2(10 + 10x + 5 - x)^2) = 42x$$



$$S+x = a$$

$$r_{A'} = r_{B'} = x$$

$\Rightarrow BC = S+S$ хорды BC на сфере $q_1 \Rightarrow CB' = S+x$
 $\text{т.к. } CB' = CA = CB', \angle B'AB = 90^\circ$

$$BA' = 10 + 2x, AB = 6,$$

$$BA' =$$

AK'' по широте = дуге MB и MB по широте

$$= 2MN, MN \text{ по шир. мер} = \sqrt{\frac{(S+x)^2}{9} - x^2}$$

$$\Rightarrow AN'' = \sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

$$AN'' = \sqrt{10 + 2x} = 36$$

\Rightarrow по шир. хорды AK'' в сфер. Δ .

$$2\sqrt{x^2 + 10x + 16}$$

$$\sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

