



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_3 = -6x^2$$

из при арифм. прогрессии:

$$a_1 - a_1 = 0$$

$$a_4 - a_1 = 3 \Rightarrow$$

$$\frac{-6x^2 - 12 + 12x}{(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x}$$

$$\Rightarrow \cancel{3}((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = \frac{\cancel{3}(x^2 - 2x + 1)}{-2}$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 18x) = 8$$

$$x(x^2 + 8x + 18) = 8$$

$$x(x + 4 + x(x + 4)) + 2(x + 4) = 8$$

$$\Rightarrow x(x(x + 4) + 4)(x + 4) = 8$$

$$x(x^2 + 4x + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x + 4)(x(x + 4) + 2) = 8$$

$$\Rightarrow x(x + 4) = a$$

$$a(a + 1) = 8$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a = -4$$

$$a = 2$$

~~11-12x-6x^2=0
x^2+x-2=0
x=-2+1
x=-4~~

$$x(x + 4) = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

$$x(x + 4) = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 + 2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

отв. при $x = 2$

$$a_4 - a_1 \neq 0, a_6 - a_1 \neq 0$$

$$\begin{aligned} 11 - 12x - 6x^2 &= 0 \\ (x^2 + 4x)^2 &= 16 \\ 8x^2 &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 26 & 46 & 26 & 16 & 6 & -4 & -14 & -14 \\ 16 & 16 & 16 & 16 & 16 & 16 & 16 & 16 \\ 24 & & & & & & & \end{array}$$

Решения $x = -1; x = -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

два неравенства с двумя переменными

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow |3x - 2y| \leq 4 \quad \text{или}$$

найдем экстремум $f(x, y) = 6$

$$1) \quad 2x \geq 3y \Rightarrow 2x - 3y = 6$$

$x \geq \frac{3}{2}y$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

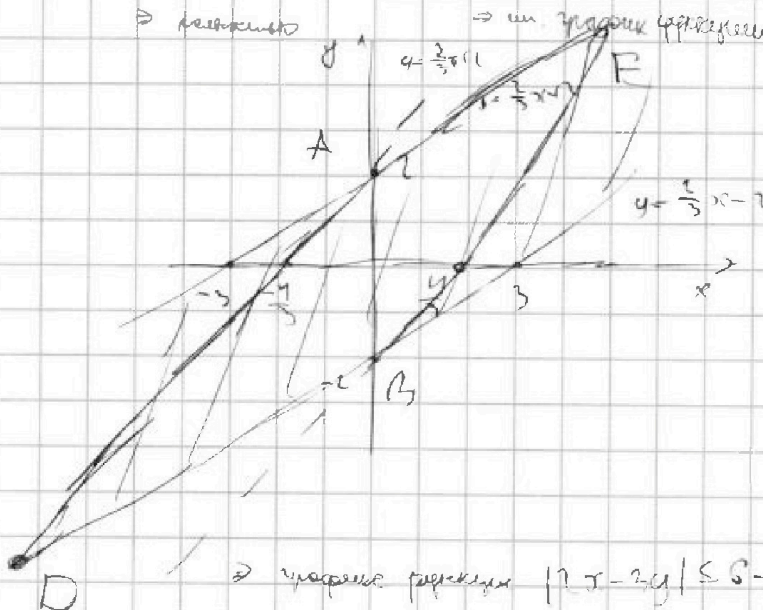
или

при замене x

$$x \geq \frac{3}{2}x$$

\Rightarrow рассмотрим

\Rightarrow ищ. максимум функции:



$$\begin{aligned} & 2 \cdot \frac{-14}{9} - 3 \left(\frac{16}{9} \right) \\ & = \frac{-28}{9} - \frac{48}{9} \\ & = \frac{-76}{9} \approx -8.44 \end{aligned}$$

$$2) \quad 2x < 3y \Rightarrow 2x - 3y = -6 \Rightarrow \frac{2x}{3} + 2 = y$$

$$\text{или } y = \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{или } \forall x, x \leq \frac{3}{2}y$$

\Rightarrow рассмотреть эту мр.

$$\Rightarrow \text{знак мр. } |2x - 3y| = 6$$

отделим на ось на две части от нуля

\Rightarrow при x переопределение

$$\text{знака } \geq 6, \leq 6, \text{ и } |2x - 3y| \leq 6$$

$$\text{на } y \Rightarrow \text{при } x=0; y=3$$

$$|2x - 3y| = 9 \geq 6 \Rightarrow$$

$$\text{В обратном случае } |2x - 3y| \geq 6$$

(Вместо мр. ищ.)

\Rightarrow максимум функции $|2x - 3y| \leq 6$ - максимум на границе области

мр. анализ для $|2x - 3y| \leq 4$, с мр. $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 1 \\ y = \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$ при $x=0; y=3$

$|2x - 3y| = 6 - 4 \Rightarrow$ ч. функции $|2x - 3y| \leq 4 \Rightarrow$ мр. между функциями.

картинка не совсем корректна на см. графике можно сдвинуть границы

пересекаться в том месте: DEAB, A(0; 2) B(1; -2)

DE: найдем точку E: $\frac{2}{3}x + 1 = \frac{2}{3}x - 1 \Rightarrow \frac{2-4}{6}x = -2 \Rightarrow x = \frac{-12}{-2} = 6$, $y = \frac{2}{3} \cdot 6 + 1 = 5$

E: $x = \frac{24}{9}, y = \frac{52}{9} \Rightarrow$ сдв. ADBE - #

Все точки функции макс. - и если график ф. $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$

\Rightarrow сдв. в мр. D, x и y минимизируются \Rightarrow ищ. мр. $10x + 5y$

\Rightarrow ищ. $10x + 5y = -51 - 26 = -77$ Ответ: -78



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(m, n)

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 7n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = m^2 n - 7mn^2 - 7mn \quad 19p^2, 15q^2 \quad p \text{ и } q - \text{н.ч.}$$

$$mn(m-2n-7)$$

$$\Rightarrow A = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = mn(m-2n-7) \quad \text{н.ч. } B = 15q^2 / 17p^2$$

н.ч. - делит \Rightarrow н.ч. m и n - н.ч.

$$m > 2n+7 \Rightarrow m-2n > 7, \text{ следовательно } 7 \text{ делит } m-2n = 7$$

$$\Rightarrow A = (x+13)x = 15q^2 / 17p^2 \quad \text{н.ч. } p \text{ и } q \text{ взаимно просты}$$

н.ч. $x+13$ и x

решение B:

1) $x+13 = 15q^2$
 $x = 1 \times q - \text{н.ч.}$

2) $x+13 = 17p^2$
 $x = 1$
 $x = 17p - \text{н.ч.}$

3) $x+13 = 17p^2$
 $x = p$
 $\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 17$
 $\Rightarrow x = \frac{13}{16} - \text{н.ч.}$

4) $x+13 = 15q^2$
 $x = q$

$$\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 15$$

$$x = \frac{13}{14} - \text{н.ч.}$$

5) $x+13 = 17$
 $x = p^2$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$p = 2 \checkmark$$

$m-2n = 4$
поделим
на 2
получим
н.ч.

6) $x+13 = 15$
 $x = q^2$
 $x = 2$
 $\Rightarrow q - \text{н.ч.}$

7) $x+13 = p^2$
 $x = 14$
 $\Rightarrow p^2 = 30 \times$

8) $x+13 = p^2$
 $x = 15$
 $p^2 = 28 \times$

н.ч. m и n - н.ч.
 $p = 2, x = 4 = m - 2n$

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4$$

$$= 17 \cdot 2^2$$

н.ч. $m-2n = 4$

$$2mn = 15q^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow m = 2n + 4$$

$$2(2n+4)n = 18q^2$$

~~4~~ m и n — четные, либо q — нечет. и тогда $2(2n+4)n$ — нечет. \times
либо $q = 2$

$$\Rightarrow 2(2n+4)n = 60$$

$$4n^2 + 8n - 60 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (n+5)(n-3) = 0$$

и n — нечет.

$$n = 3, \Rightarrow m = 10$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+3) = 4 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17$$

$$B = m(m-2n-2) = 10 \cdot 3(4-2) = 60 = 18 \cdot 2^2$$

Ответ: $\boxed{\begin{matrix} m=10 \\ n=3 \end{matrix}}$



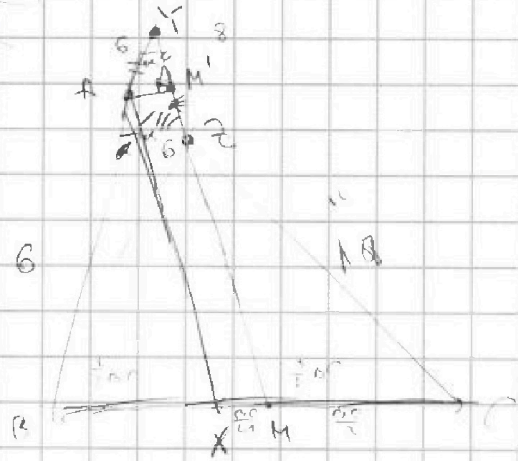
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

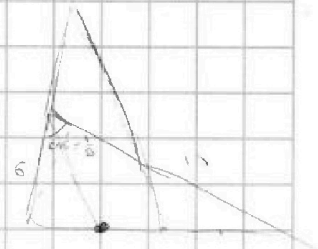
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle = 4$



$AC = 8$
 $AZ = 6$
 $YZ = 8$



$CZ = 8 - 6 = 2$
 $\angle AZC = 90^\circ$
 $\angle ZAC = \alpha$

$AX - \text{двух} \Rightarrow (\angle BAX = \angle CAX, \text{ и } R.MZ \parallel AX), \angle ZAX = \angle AZX = \alpha$

$\Rightarrow \angle AZZ = \angle BAX = \alpha \Rightarrow AZX = \alpha$, M' - середина YZ , $\text{и } \angle AZX = \alpha$

$\triangle AM' - \text{век } \triangle AZZ \Rightarrow AZ = 2M'Z, M'Z = AZ \cdot \cos \alpha$

$\Rightarrow 4 = 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{9}$

~~$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{9}$~~

$\frac{AZ}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AZ}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow AZ = \frac{8}{3}$, $\frac{MC}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{2}{3}$

$\frac{CM}{CX} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow CX = \frac{3}{4} BC \Rightarrow BX = \frac{1}{4} BC$

$\Rightarrow \text{в } \triangle AX - \text{двух}, \frac{AB}{AC} = \frac{CX}{BX} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 6$

$\triangle AZZ - \text{двух} \Rightarrow \angle AZZ = 90^\circ \Rightarrow BC = 4 \cdot \cos$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{13^2 + 6^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 13 \cdot 6}$

$= \sqrt{13^2 + 6^2 + 24} = \sqrt{244} = \sqrt{384} = 2\sqrt{96} = 2\sqrt{16 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$

$8\sqrt{6}$ Ответ: $8\sqrt{6} = \sqrt{384} = 16\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM'' = \frac{AB \cdot AS'}{A'B'} \rightarrow \sqrt{(s+p)^2 - 4x^2} = \frac{6 \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x} \quad | \cdot 12$$

$$(s+p)^2 - 4x^2 = \frac{6 \cdot (10+2x) \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x}$$

$$s+x=y$$

$$y^2 - 4(y-s)^2 = \frac{6(4y^2 - 36)}{(4y)^2}$$

$n: s$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2xs + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 - 4\sqrt{3x} + 4y^2$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y})^2 (x+y) = \dots$

$$2xs + 4x^2 + \sqrt{3y} + 4 = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

если $x \neq y$, все слагаемые $x^2, x, \sqrt{3y}$ монотонно возрастают.

$x_1 \Rightarrow$ при $x > y$, $2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} > 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$

$\Rightarrow x \leq y$, аналогично $y \leq x \Rightarrow x=y$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + s = 2\sqrt{12-x-x}$$

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + s - 2\sqrt{(x+4)(3-x)})$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - s \quad | \cdot 12$$

$$7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(x+4)(3-x) - 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 15$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = a$$

$$7 - 2a = 4a^2 - 20a + 15$$

$$4a^2 - 18a + 8 = 0$$

$$a^2 - 4.5a + 2 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$a = 0.5 \text{ или } a = 8$$

$s \geq -4$
 $x \in \mathbb{Z}$

уменьшаем в числителе на 2х. делить делим

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{8}$$

$$a = 3 \quad \text{или} \quad a = 2$$

$$4a^2 - 18a + 8 = 0 \quad 2a^2 - 9a + 4 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - 3 = 1 > 0$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \text{срв. } 3 - 4$$

$$\text{if } x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x+4 = \frac{-1 - \sqrt{13} + 8}{2} = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3-x} > \sqrt{4+x} \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} < 0$$

$$3-x = \frac{6+1+\sqrt{13}}{2} = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{if } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

н.р. $x > 0$, срв. срв. срв., н.р. $\sqrt{13} < 5$, срв. $x < 3$

$$\Rightarrow \text{срв. срв. } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{(x+4)(3-x)} = \frac{3}{2}, \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} < 0$$

$$(x+4)(3-x) = \frac{9}{4}$$

$$12 - x - x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + x - \frac{37}{4} = 0$$

$$x \Rightarrow 4x^2 + 4x - 37 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 18 \cdot 37}}{8} = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} < 3$$

$$3 - \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{6 - (-1 + \sqrt{28})}{2} = \frac{7 - \sqrt{28}}{2}$$

$$\text{с) } \frac{-1 - \sqrt{28}}{2}$$

срв. $3-x > 4+x$
н.р. $x < 0 \Rightarrow x$

$$3 - 4 + \left(\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

Итого ответ:
 $x = y = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$
 $x = y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 4x + 2} + \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = 2\sqrt{2x^2 - 4x + 2}$$

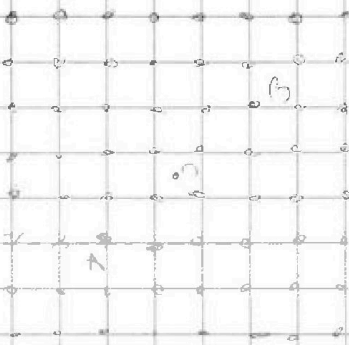
$n = 6$

на 6-ти сторонах квадрата для каждой из $8 \times 8 = 64$ точек у нас есть:

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

при этом если не учитывать, что мы рассматриваем пары точек, то каждая пара точек будет учтена дважды.

Фигуры из точек будут образовываться (элементарно 2×2 и т.д.)



элементарно фигура 2×2 и т.д., что

составляет 4 пары точек, образуя пары A, B , заключающие в себе 2 точки A, B и еще 1 точку.

элементарно 2×2 и т.д.

4 раза (4 пары 2×2 точек образовано,

каждая пара точек 2×2 и т.д.)

на 6-ти сторонах квадрата 2×2 и т.д.

фигуры 2×2 пар: $\frac{64}{2 \cdot 2} = 16 \Rightarrow$ (каждый из точек квадрата образует 15 пар точек, образуя $15 \times 16 = 240$ пар точек (A, B) и $15 \times 16 = 240$ пар точек (B, A))

\Rightarrow ~~каждая пара точек~~ образует 2 пары 2×2

$$= 4 \cdot 16 + 16 \cdot 2 = C_{64}^2 \Rightarrow x = \frac{C_{64}^2 - 32}{4}$$

$$\text{и ответ: } \frac{C_{64}^2 - 32}{4} + 16 = \frac{C_{64}^2}{4} + 8$$

$$= \frac{21 \cdot 63 + 8}{4}$$

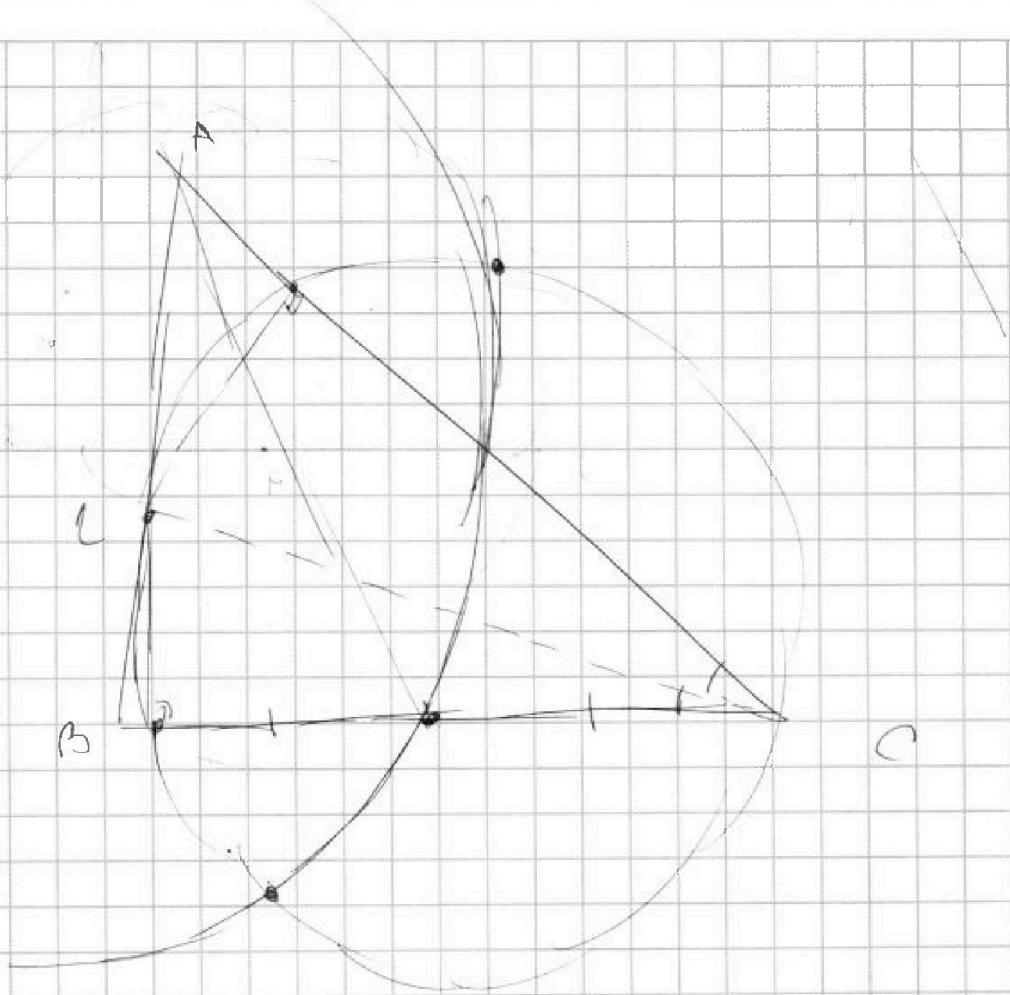


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



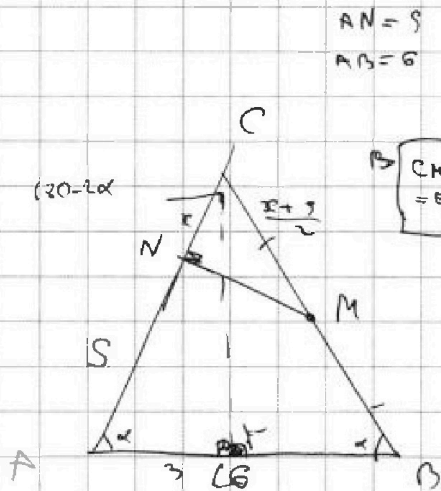


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AN = 5$ $CN = x$
 $AB = 6$ $\angle CNM = 90^\circ$

$\sin \alpha = \frac{CN}{MN} = \frac{x}{x+5}$

$\cos \alpha = \frac{3}{x+5}$

$\cos(180-2\alpha) = \frac{2x}{x+5}$

$\cos \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$= 2 \frac{9}{(x+5)^2} - 1$

$\Rightarrow \cos 180-2\alpha = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$
 $= \frac{2x}{x+5}$

$\Rightarrow \frac{2x}{x+5} = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$

$\frac{2x}{x+5} = \frac{(x+5)^2 - 18}{(x+5)^2}$ $x+5 \neq 0 (x > 0) \Rightarrow$

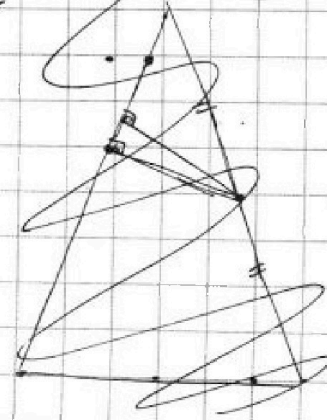
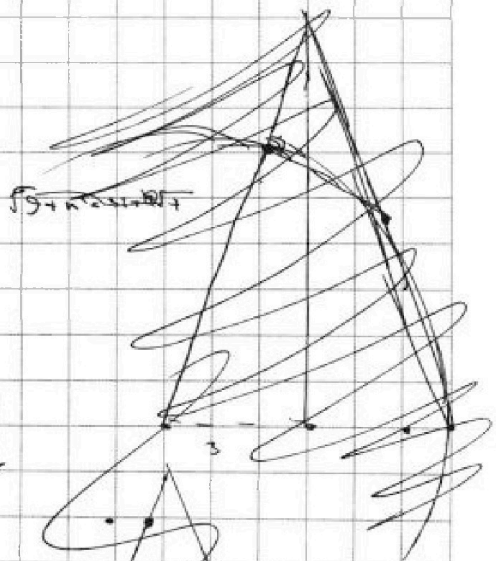
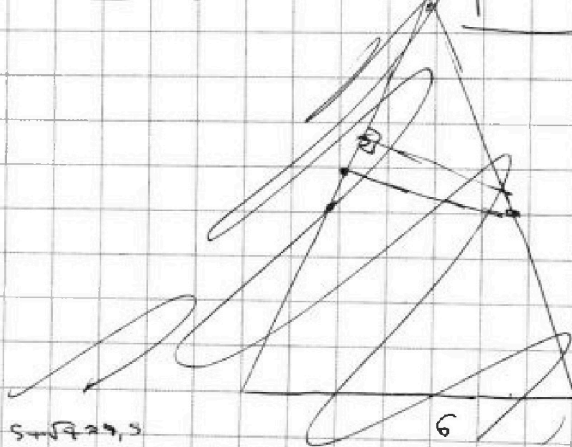
$2x = \frac{(x+5)^2 - 18}{x+5}$

$2x(x+5) = (x+5)^2 - 18$

$2x^2 + 10x = x^2 + 10x + 7$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



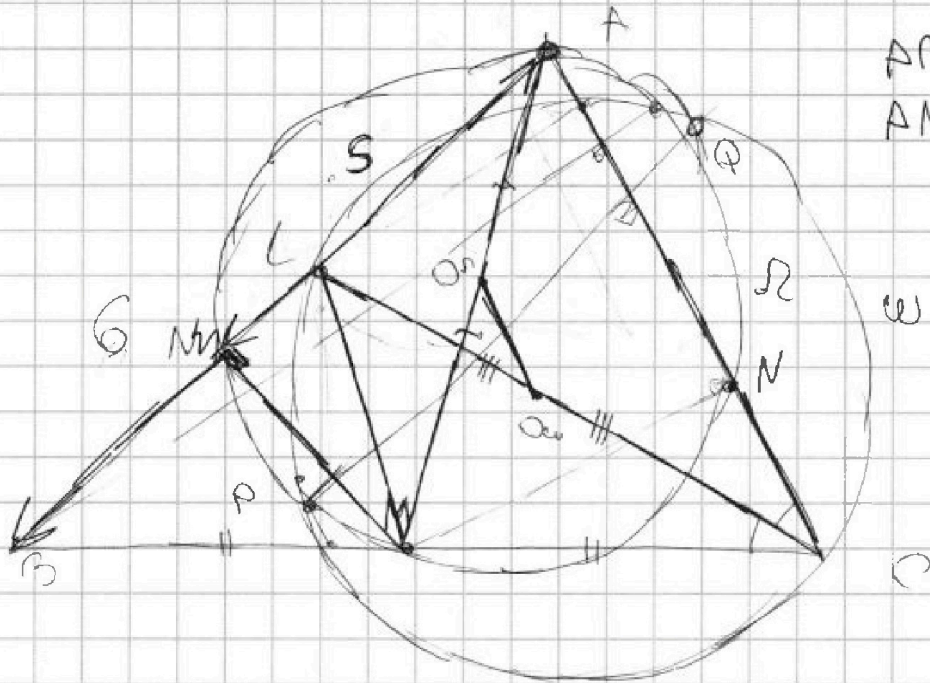


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

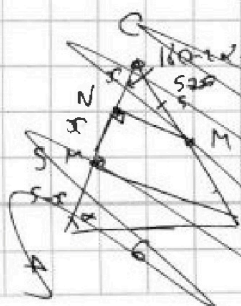
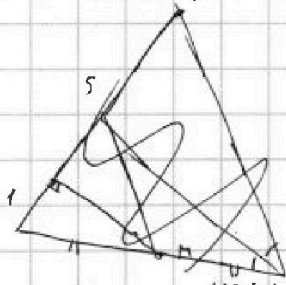
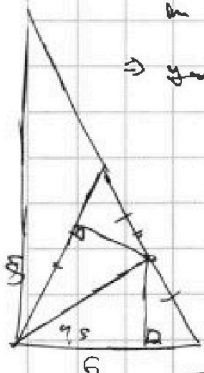
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB=6$
 $AN=5$

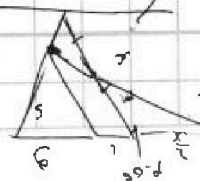
и.р. $PQ \parallel AB$, линия центров S и $\omega \perp$ плоскости (касательная PQ)
 $\Rightarrow O_1 O_2 \perp$ обе из B на $AC \Rightarrow O_1 O_2 \parallel AC$, $O_1 O_2$ - с.р. BC
 $O_1 O_2$ - с.р. AM (и.р. это диаметр)
 и.р. перпендикулярные векторы \vec{LM} и \vec{CA} , тогда, и.р. $O_1 O_2$
 - с.р. AM и BC - с.р. AC , $O_1 O_2 = \vec{AC} - \vec{LM}$ (из-за вект)
 и.р. $AC \parallel O_1 O_2$, из этого следует, что $LM \parallel AC$

\Rightarrow если N - с.р. AC , M на AB , тогда $LM \parallel AC$ и.р. M - с.р. BC
 и $LM \parallel AC$, L - с.р. AB и CL - диаметр
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle LBC \Rightarrow BC = AC$, и AL - диаметр
 $\Rightarrow AN = 5$, $AB = 6$.



обозначим диаметр BC как $2x$,
 из с.р. BC - диаметра $CM = CN$
 $= 2x$, $\Rightarrow AN = 5$, $\Rightarrow AM = 5 - x$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5-x}{6}$
 $\angle ACB = 180 - 2\alpha$
 $\Rightarrow CN = x$, $CM = \frac{5-x}{2}$
 $\Rightarrow \cos 180 - 2\alpha = \frac{5-x}{2x}$ $\frac{2x}{5-x}$

$$|2x \sqrt{x^2 + 2x + 6} =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 120 - 2\alpha = -\cos 2\alpha$$

$$= -(2\cos^2\alpha - 1)$$

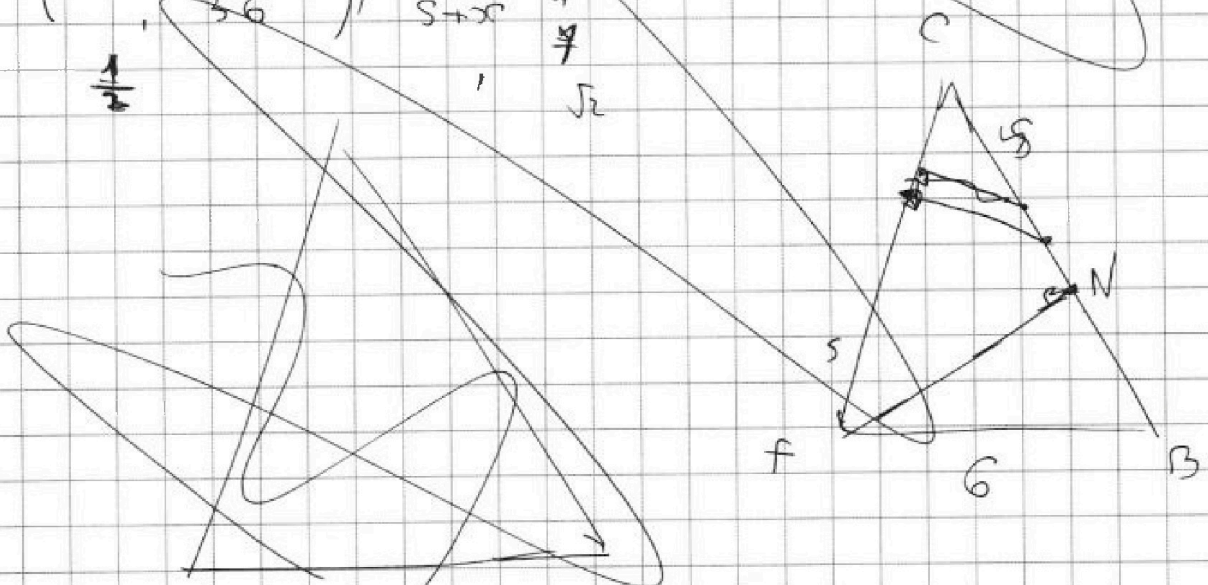
$$= -\left(\frac{2(5-x)^2}{36} - 1\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2(5-x)^2}{36}\right) = \frac{2x}{5+x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{36 - 2(5-x)^2}{36} = \frac{2x}{5+x}$$

$$(36 - 5x - 2(10 + 10x + 5 - x)^2) = 42x$$



$$S+x = a$$

$$r_{AB} = r_{CB} = x$$

$\Rightarrow BC = S+x$ радиусы BC на стороне BC . $\Rightarrow CB' = S+x$
 $\triangle CB' = CA = CB'$, $\angle B'AB = 90^\circ$

$$BA' = 10 + 2x, AB = 6,$$

$$BA' =$$

AK'' по ширине = AK'' по высоте AK'' по ширине

$$= 2MN, MN \text{ по ширине, по высоте} = \sqrt{\frac{(S+x)^2}{9} - x^2}$$

$$\Rightarrow AN'' = \sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

$$AN'' = \sqrt{10 + 2x)^2 - 36}$$

\Rightarrow по ширине радиусов AK'' в $\triangle AB'K''$.

$$2\sqrt{x^2 + 10x + 16}$$

$$\sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

