



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



4. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .

5. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_7 = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = -3x^2 \end{cases} \quad \{a_n\} - \text{арифм. пр.}$$

$$a_7 = a_5 + 2d, \text{ где } d - \text{разность прогрессии.}$$

$$a_{11} = a_5 + 6d$$

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_5 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_5 + 6d = -3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 2d + 18 = (x^2 - 4x)^2 \quad \textcircled{1} \\ 6x + 6d + 18 = -3x^2 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: -4d = x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 \quad (:(-2))$$

$$2d = \frac{x^4}{-2} - 8x^2 + 4x^3 + 1,5x^2 =$$

$$= -\frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$6x + \frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3 + 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$-x^4 + 24x^3 - 51x^2 + 6x + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 6x+2d+18 = (x^2-4x)^2 & \textcircled{1} \\ 6x+6d+18 = -3x^2 & \textcircled{2} \end{cases} \quad | -3$$

$$3\textcircled{1} - \textcircled{2}:$$

$$12x + 36 = 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2$$

$$12x + 36 = 3x^4 + 48x^2 - 24x^3 + 3x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x-2)^2 = 16$$

$$[t = (x-2)^2$$

$$(t-4)^2 + t = 16$$

$$t^2 + 16 - 8t + t = 16$$

$$t^2 - 7t = 0$$

$$t(t-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow x=2 \\ t=7 \Rightarrow x=2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

Подставим, посмотрим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 30$$

$$x = 2$$

$$a_7 = 18$$

$$2d = -14$$

$$d = -7$$

$$a_{11} = -12$$

$$x = 2 + \sqrt{7}$$

$$2d = -21 - 6\sqrt{7}$$

$$a_5 = 6x + 18 = 30 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = \left( (2 + \sqrt{7})^2 - 4(2 + \sqrt{7}) \right)^2 = 9$$

$$= (11 + 4\sqrt{7} - 8 - 4\sqrt{7})^2 = 9$$

$$4d = -42 - 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -3(11 + 4\sqrt{7}) =$$

$$= -33 - 12\sqrt{7}$$

$$x = 2 - \sqrt{7}$$

$$a_5 = 30 - 6\sqrt{7}$$

$$2d = -21 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = 9$$

$$4d = -42 + 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$$

Ответ:  $x = 2; 2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 & (1) \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cdot 11: \quad -66 \leq 44x-33y \leq 66 \quad (3)$$

$$(2) \cdot (-10): \quad +80 \geq -30x+40y \geq -80 \quad (4)$$

$$(3) + (4): \quad -144 \leq 14x+7y \leq 144$$

$$14x+7y \rightarrow \min = -144, \text{ тогда}$$

$$x = \frac{-144-7y}{14} \text{ проверить.}$$

$$\left| 2 \cdot \frac{-144-7y}{14} - 3y \right| =$$
$$= \left| \frac{-288-14y-21y}{7} \right| \leq 6.$$

$$\left| -(288+35y) \right| \leq 42.$$

$$-42-288 \leq 35y \leq 42-288$$

$$-330 \leq 35y \leq -246.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$\left| 3 \cdot \frac{-144 - 7y}{14} - 4y \right| \leq 8$$

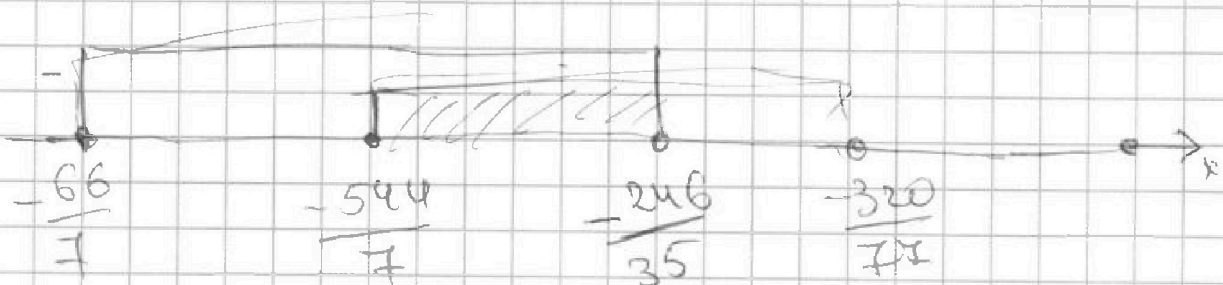
$$\left| \frac{-432 - 21y}{14} - 4y \right| \leq 8$$

$$|-432 - 77y| \leq 112$$

$$-112 - 432 \leq 77y \leq 112 - 432 = -320$$

$$\begin{cases} -544 \\ -66 \end{cases} \quad \begin{cases} -544 \\ -330 \end{cases} \leq y \leq \begin{cases} -320 \\ -246 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -66 \\ -7 \end{cases} \leq y \leq \begin{cases} -246 \\ 35 \end{cases}$$



действительно, найдемся такое значение, что  $74x + 7y = -144$ . Ответ:  $-144$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n =$$

$$= (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~$$(m-n)(m-n+9)$$~~

$$A = 13p^2 \quad | \quad A = 13p^2$$

$$B = 3q^2 \quad | \quad \textcircled{1} \begin{cases} (m-n) = 13 \\ m-n+9 = p^2 \end{cases} \quad p^2 = 22 \quad \text{no}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} (m-n) = 13p^2 \\ (m-n+9) = 1 \end{cases} \quad 13p^2 = -8 \quad \text{no}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} (m-n) = 13p \\ (m-n+9) = p \end{cases} \quad \begin{matrix} 12p = -9 \\ p = -\frac{3}{4} \end{matrix} \quad \text{no}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} (m-n) = 1 \\ (m-n+9) = 13p^2 \end{cases} \quad p^2 = \frac{10}{13} \quad \text{no}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} (m-n) = p \\ (m-n+9) = 13p \end{cases} \quad \begin{matrix} 12p = 9 \\ p = \frac{3}{4} \end{matrix} \quad \text{no}$$

$$\textcircled{6} \begin{cases} (m-n) = p^2 \\ (m-n+9) = 13 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{matrix} \quad \text{yes}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знаем  $A$  может равняться  $13p^k$  только если  $p=2$ ,  $m-n=4$ .

$$\text{тогда } B = mn(m-n+3) = 7mn = 3q^2$$

$$7mn = 3q^2$$

$\therefore 7 \mid 3q^2 \Rightarrow q^2 \equiv 7 \pmod{3}$  но т.к.  $q$  - простое, то

$q=7$ , тогда

$$\begin{cases} m-n=4 & \text{из } ① \\ mn=21 & \text{из } ② \end{cases} \quad \begin{cases} m=4+n & \text{из } ① \\ (4+n)n=21 & \text{из } ② \end{cases}$$

$$4n+n^2=21$$

$$n(4+n)=21 \Rightarrow n=3 \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

тогда пара  $(7; 3)$  нам подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 3q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$A = 3q^2$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} m-n = 9 \\ m-n+9 = 9 \end{cases} \quad q^2 = 12 \quad \cancel{\phi}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} m+n = 3q^2 \\ m-n+9 = 1 \end{cases} \quad 3q^2 = 8 \quad \cancel{\phi}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} m-n = 3q \\ m-n+9 = q \end{cases} \quad 2q = 9 \quad \cancel{\phi}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} m-n = 1 \\ m+n+9 = 13q^2 \end{cases} \quad q^2 = \frac{10}{3} \quad \cancel{\phi}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} m-n = q \\ m-n+9 = 3q \end{cases} \quad 2q = 9 \quad \cancel{\phi}$$

$$\textcircled{6} \begin{cases} m-n = q^2 \\ m-n+9 = 9 \end{cases} \quad q^2 = -6 \quad \cancel{\phi}$$

получается, что  $A$  не может равняться  $3q^2$  при  $m, n \in \mathbb{N}$ .

Ответ:  $(7; 3)$

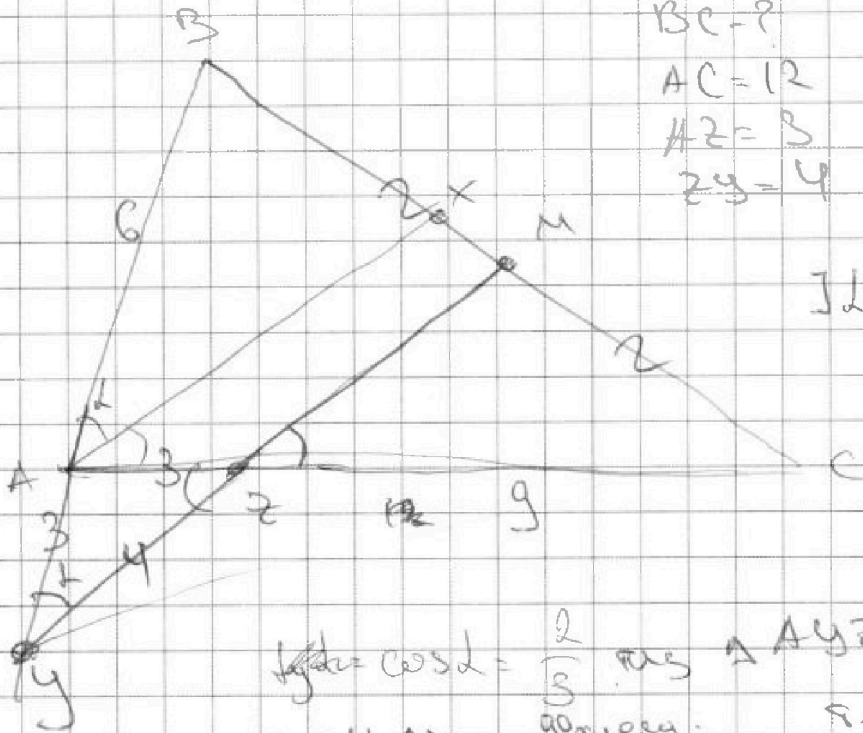


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = ?$$

$$AC = 12$$

$$AZ = 3$$

$$ZY = 4$$

$$BM = MC$$

$$\angle \alpha = \angle BAX$$

$$\Rightarrow BC =$$

$$= \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

$$\cos \alpha = \cos \alpha = \frac{2}{3} \text{ в } \triangle AYZ$$

р.к. AX и XZ.

$$\frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX} \Rightarrow \frac{CZ}{CM} = \frac{CA}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

р.к. CZ и CM по формуле р.к. AX и XZ.

$$\frac{CZ}{BY} = \frac{CM}{BM} = 1 \Rightarrow CZ = BY = 9$$

р.к. M - серед. BC

$$\Rightarrow AB = 6 \text{ р.к. } \triangle AYZ \text{ и } AZ = AY = 3.$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC = 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12 = 180 + 16 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-xy-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (2) \end{cases}$$

Внимательно посмотрим на (2)

$$4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y.$$

$$\exists t_1 = \sqrt{x}, x \geq 0, t_1 \geq 0,$$

$$t_2 = \sqrt[4]{y}, y \geq 0, t_2 \geq 0$$

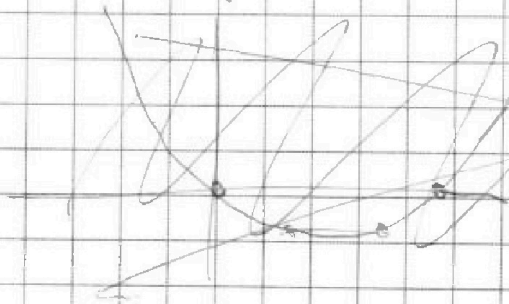
$$4t_1^8 + 5t_1 + t_1^4 = 4t_2^8 + 5t_2 + t_2^4.$$

$$\text{Видно, что } f(x) = 4x^8 + 5x + x^4$$

имеет параболический график, а значит при одинаковом и том же значении в разных точках может не более двух раз.

При этом видно, что  $f(0) = 0$ , тогда

график функции всегда будет как-то так:



Видно, что при  
одинаковом  
значении аргумента

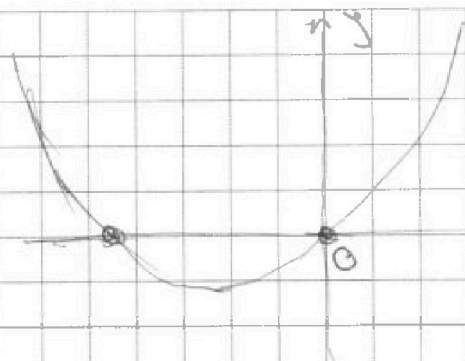


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что второй верней будет при отриц. аргументе г.к. все кр. положительны

Тогда решим  $f(t_1) = f(t_2)$ , где  $t_1, t_2 > 0$ , то  $t_1 = t_2$ , г.к. на положительном диапазоне аргумента график функции обладает разными значениями (видно из графика)

Итак:  $t_1 = t_2 \Rightarrow x = y$ . подставим в (1).

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$-6 \leq x \leq 5. \quad = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + (x+6) + (5-x) - 6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = 0$$

$$= \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + (\sqrt{x+6} + \sqrt{5-x})^2 - 6 = 0$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{x+6} \\ b = \sqrt{5-x} \end{cases} \quad a - b + (a+b)^2 - 6 = 0$$

$$a - b + a^2 + b^2 - 2ab - 6 = 0$$

$$a^2 + a(1-2b) + b^2 - b - 6 = 0$$

$$D = (1-2b)^2 - 4(b^2 - b - 6) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z = 4b^2 + 1 - 4b - 4b^2 + 4b + 24 = 25$$

$$a_{1,2} = \frac{2b - 1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2b - 3 \\ b + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 3 & \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} - 3 & \textcircled{1} \\ a = b + 2 & \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 3 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+6} \quad -6 \leq x \leq 5$$

$$9 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$-2 = -2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$30 - x - x^2 = 1$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 116 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad 4 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2} \quad \cancel{2} = 4b^2$$

$$3,5 = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$\frac{49}{4} = 30 - x - x^2$$

$$4x^2 + 4x - 11 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 72 \cdot 16 = 4^2 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \begin{cases} -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2} - 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Все корни нам подходят.

Ответ:

$$x = y = \frac{-1 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$
$$x = y = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

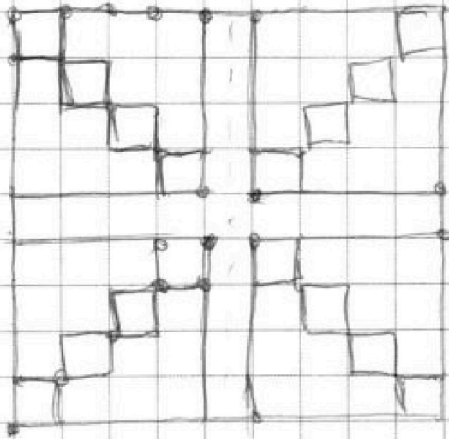
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что если пере-  
крашивать узлы сетки,  
которые симметричны <sup>относительно</sup> центра <sup>квадрата</sup> ~~узла~~,  
их раскраска поворотом  
повторится дважды.

Для всех остальных вариантов перекра-  
шивания кол-во их повторений будет равно  
4. Тогда кол-во симметр. ~~вариантов~~ раскрасок  
симметричных ~~относительно~~ центра <sup>квадрата</sup> ~~узла~~

~~узла~~ равно количеству узлов в одной  
половине <sup>квадрата</sup> ~~узла~~, разделенное на 2 т.к.

каждому узлу в одной половине соответ-  
ствует единственный симметричный ему  
узел в другой половине. То есть,  $\frac{5 \cdot 10}{2} = 25$ .

Всего кол-во пар узлов  $C_{100}^2$ . Кол-во  
пар узлов, сим-етр. отно- к центру кв-та,  
как было показано ранее, равно 50. Значит,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кол-во пар несимметричных от-но центра  
квадрата равно  $C_{100}^2 - 50$ . Тогда, как было  
сказано ранее, кол-во неповторяющихся  
поворотных раскрасок где 2 цвета несимметрич-

ные равно  $C_{100}^2 - 50$   ~~$C_{100}^2 - 50$~~   ~~$C_{100}^2 - 4900$~~   $\frac{C_{100}^2 - 50}{4}$

$$C_{100}^2 - 4950 = \frac{4900}{4} = 1225.$$

$$\text{Итого } 25 + 1225 = 1250.$$

Ответ: 1250





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$14 \geq 7y - 7x \geq -14$$

$$14 + 21x \geq 14x + 7y \geq -14 + 21x$$

$$14x + 7y = -14 + 21x \quad (14x + 7y) \rightarrow \min.$$

$$7y - 7x = -14$$

$$x - y = 2.$$

$$\begin{cases} |4x - 3(x-2)| \leq 6 \\ |3x - 4(x-2)| \leq 8 \end{cases}$$

$$|x+6| \leq 6 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} |3x - 4(x-2)| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+6| \leq 6 \\ |-x+8| \leq 8 \end{cases}$$

$$|-x+8| \leq 8$$

$$\begin{cases} -6 \leq x+6 \leq 6 \\ -8 \leq -x+8 \leq 8 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} -6 &\leq 4x - 3y \leq 6 & | \cdot k_1 = 11 \\ -8 &\leq 3x - 4y \leq 8 & | \cdot k_2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -66 &\leq 44x - 33y \leq 66 \\ -80 &\leq 30x - 40y \leq 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -66 &\leq 44x - 33y \leq 66 \\ -80 &\leq 40y - 30x \leq 80 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} -14 \\ \times 22 \\ \hline -544 \\ \times 35 \\ \hline 2720 \\ 1632 \\ \hline -19040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 246 \\ \hline 1722 \\ 1722 \\ \hline -18942 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -544 \\ \hline 77 \\ \hline 320 \\ \hline 77 \\ \hline 1 \\ 320 \\ \times 35 \\ \hline 1600 \\ 96 \\ \hline -17200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -246 \\ \hline 35 \\ \hline 246 \\ \hline 77 \\ \hline 6 \\ \hline -18942 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ -16 \leq -x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ 16 \geq x \geq 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x=0, y=-2.$$

тогда  $14x + 7y = -14$ .

$$\begin{cases} 4k_1 - 3k_2 = 14 \\ 4k_2 - 3k_1 = 7 \end{cases}$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$4k_1 - 3k_2 = 8k_2 - 6k_1$$

$$10k_1 = 11k_2$$

$$k_1 = 1, k_2 = 1$$

$$4, 4k_2 - 3k_2 = 14$$

$$1, 4k_2 = 14$$

$$= 4xk_1 - 3yk_1 - 3xk_2 + 4yk_2 \quad k_2 = 10$$

$$x(4k_1 - 3k_2) + y(4k_2 - 3k_1) \quad k_1 = 11$$



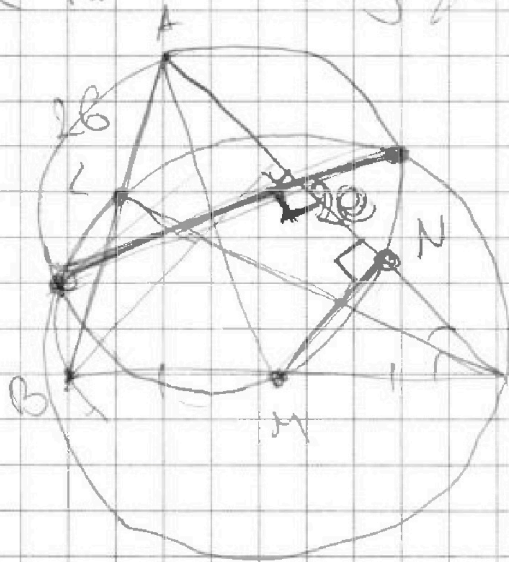
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

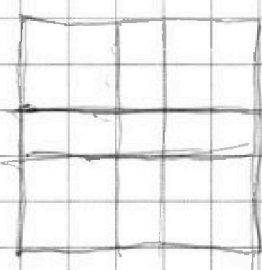
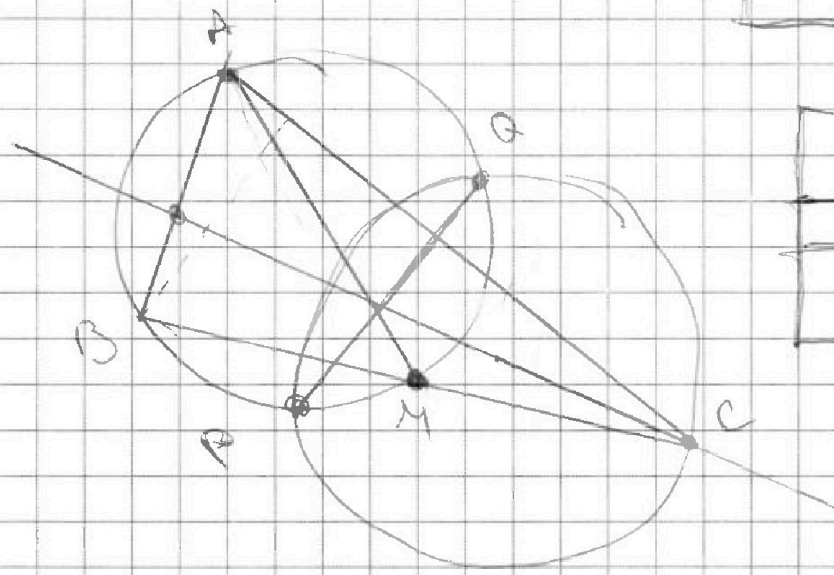
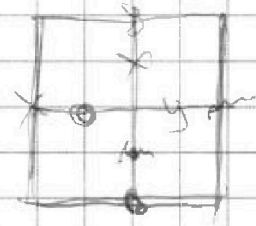
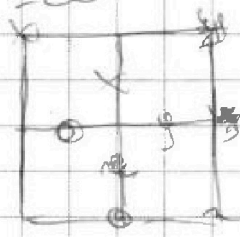
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x^2+6} = \sqrt{5y+5} = 2\sqrt{30-x-y}$~~   
 ~~$4x^2 + y = 5\sqrt{y} = -4y - 5\sqrt{x+y}$~~



AB=26  
AM=20



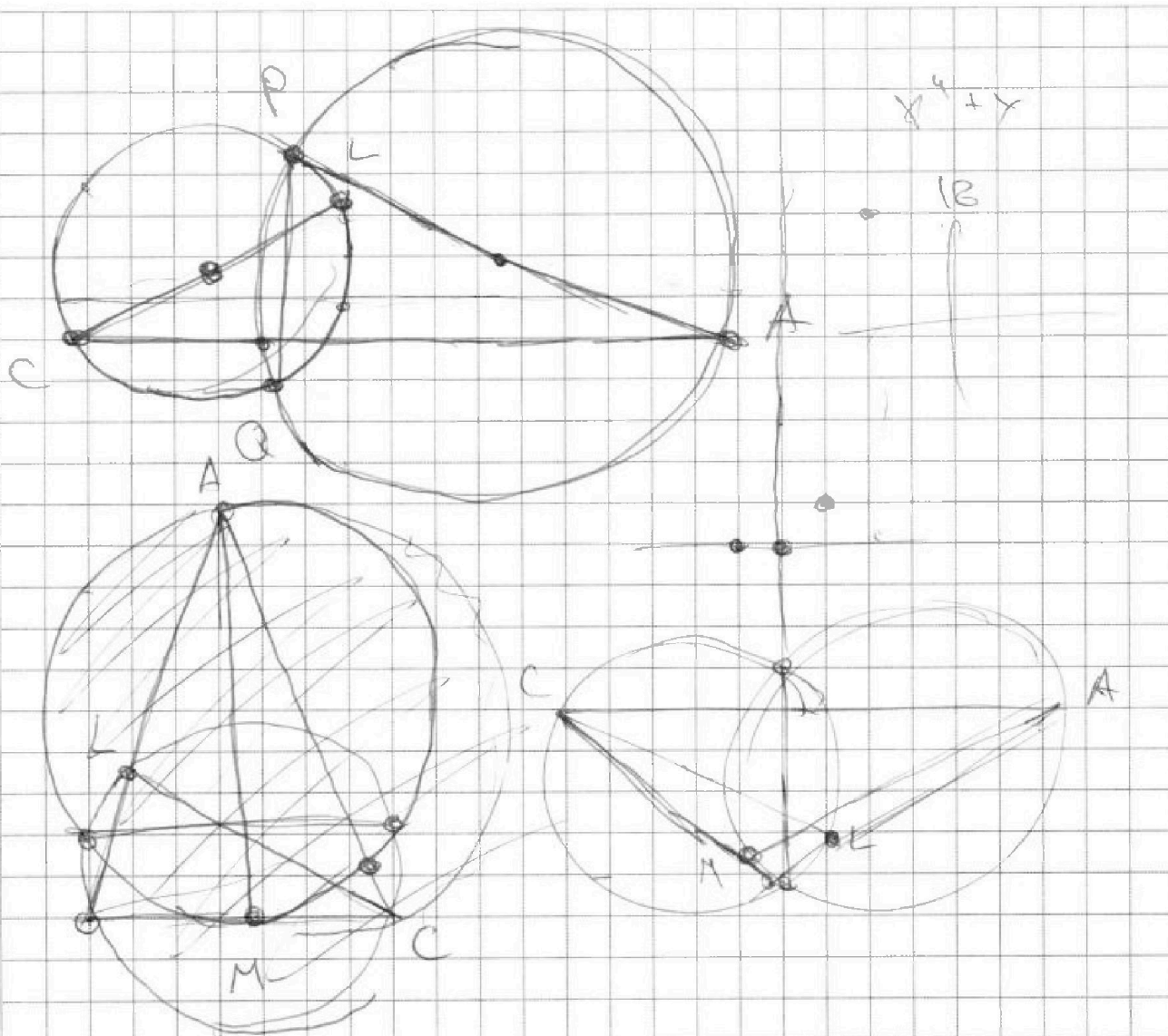


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

$$x, y \geq 0$$

$$t_1 = \sqrt[4]{y}$$

$$t_2 = \sqrt[4]{x}$$

$$4t_1^8 + t_1^4 + 5t_1 = 4t_2^8 + t_2^4 + 5t_2$$