



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\begin{cases} a_3 = 3x+3 \\ a_5 = (x^2+2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 3x+3 \quad \uparrow \ominus \oplus \oplus \\ a_5 = (x^2+2x)^2 = a_1 + 4d \quad \uparrow \ominus \oplus \\ a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d \quad \uparrow \ominus \oplus \end{cases}$$

$$\textcircled{*} \quad 4d = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$\begin{aligned} a_1 + 4d &= (x^2+2x)^2 \Rightarrow a_1 + 3x^2 - (x^2+2x)^2 = (x^2+2x)^2 \\ a_1 &= 2(x^2+2x)^2 - 3x^2 \\ a_1 &= 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 3x^2 = 2x^4 + 8x^3 + 5x^2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{*} \textcircled{*} \quad 2d = (x^2+2x)^2 - 3x - 3$$

$$a_1 + 2d = 3x+3; \quad 2x^4 + 8x^3 + 5x^2 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 3x+3$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^2+2x-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} -x^4+4x^3+3x^2-2x-2 & x+1 \\ \hline x^4+x^3 & x^3+3x^2-2 \\ -3x^3+3x^2 & \\ \hline -3x^3+3x^2 & \\ -2x-2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3+3x^2-2 & x+1 \\ \hline x^3+x^2 & x^2+2x-2 \\ -2x^2+2 & \\ \hline -2x^2+2x & \\ -2x-2 & \end{array}$$

Проверка:

$$\textcircled{x=-1} \quad a_1 = 2((-1)^2 + 2 \cdot (-1))^2 - 3(-1)^2 = 2(1-2)^2 - 3 = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

$$a_3 = -3+3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$\textcircled{\checkmark} \quad \underline{d = 0,5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\boxed{x = -1 - \sqrt{3}}$$

$$a_1 = 2 \left((-1 - \sqrt{3})^2 + 2(-1 - \sqrt{3}) \right)^2 - 3(-1 - \sqrt{3})^2$$

$$a_1 = 2 \left(3 + 1 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} \right)^2 - 3(3 + 1 + 2\sqrt{3}) = 8 - 9 - 3 - 6\sqrt{3} = -4 - 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = 3(-1 - \sqrt{3}) + 3 = -3\sqrt{3}$$



$$\boxed{d = 4 + 3\sqrt{3}}$$

$$a_5 = \left(3 + 1 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} \right)^2 = 4$$

$$a_9 = 3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3(3 + 1 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$\boxed{x = -1 + \sqrt{3}}$$

~~$$a_1 = 2 \left((-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3}) \right)^2 - 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 2(4 - 2\sqrt{3} + 8 - 4\sqrt{3})^2 - 12 + 6\sqrt{3}$$~~

~~$$a_1 = 2(12 - 6\sqrt{3})^2 - (12 - 6\sqrt{3}) = (12 - 6\sqrt{3})(24 - 12\sqrt{3} - 1)$$~~

~~$$a_3 = 3(\sqrt{3} - 1) + 3 = 3\sqrt{3}$$~~

~~$$a_5 = 12 - 6\sqrt{3}; a_9 = 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 3(4 - 2\sqrt{3}) = 12 - 6\sqrt{3}$$~~

$$a_1 = 2 \left((-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3}) \right)^2 - 3(\sqrt{3} - 1)^2 = 2(4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 - 12 + 6\sqrt{3}$$

$$a_1 = -4 + 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = 3(\sqrt{3} - 1) + 3 = 3\sqrt{3}$$



$$\boxed{d = 4 - 3\sqrt{3}}$$

$$a_5 = 4$$

$$a_9 = 12 - 6\sqrt{3}$$

Ответ: Но в арифметической прогрессии могут быть только рациональные числа, а $-3\sqrt{3}$ и $3\sqrt{3}$ таковыми не являются \Rightarrow подходит только $x = -1$

Ответ: -1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

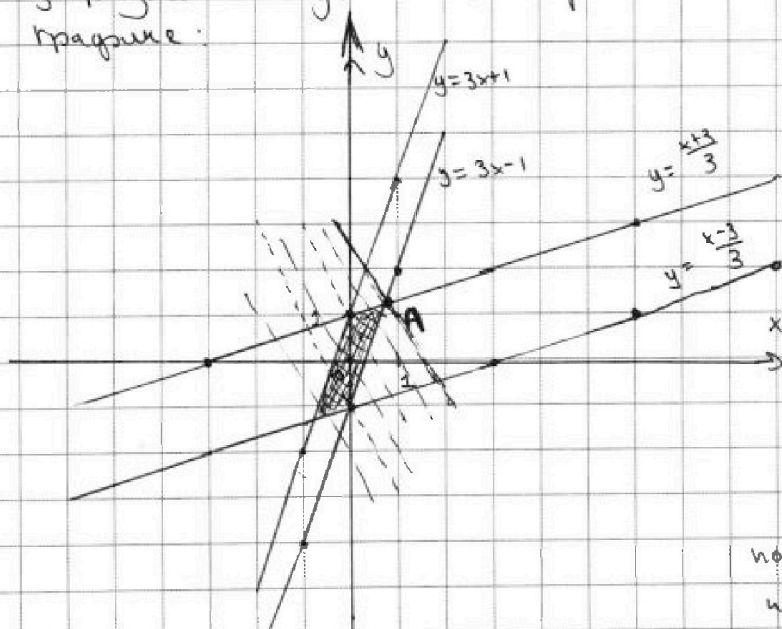
Решите задачу графическим способом:

1) Найдем уравнение границы областей:

$$\begin{cases} |x-3y| = 3 \\ |3x-y| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y = 3 \\ x-3y = -3 \\ 3x-y = 1 \\ 3x-y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-3}{3} \\ y = \frac{x+3}{3} \\ y = 3x-1 \\ y = 3x+1 \end{cases} \leftarrow \text{уравнения прямых}$$

Изобразим графически:

получившиеся прямые на



Теперь найдем область / области, которые (не) нам подходят:

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

⇒ подходящая область заштрихована на рисунке

$$\textcircled{*} 4y + 8x = k$$

$$y = \frac{k-8x}{4} = -2x + \frac{k}{4} - \text{прямая, у которой мы можем менять } k \text{ и } k \text{ будет меняться}$$

Мы хотим, чтобы k было макс. \Rightarrow чтобы $\frac{k}{4}$ было макс. \Rightarrow прямая будет отсвечать с тем же углом наклона, минимальная будет точка координата ее пересечения с осью y .

Изобразим множество прямых, пересекающих нашу область и имеющих уравнение $y = -2x + \frac{k}{4}$. Очевидно, что $\frac{k}{4}$ будет макс., когда прямая будет проходить через т. А



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Найти координаты т. А:

$$\frac{x+3}{3} = 3x-1 ; \quad x+3 = 9x-3 ; \quad 8x = 6 ; \quad x = \frac{3}{4} ; \quad y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

Подставим в уравнение прямой $y = -2x + \frac{k}{4}$

$$\frac{5}{4} = -2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{k_{\max}}{4} \Rightarrow \frac{11}{4} = \frac{k_{\max}}{4} ; \quad \boxed{k_{\max} = 11}$$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$\textcircled{2} \quad m+n > 9, \text{ т.к. } A > 0, B > 0$$

$$B = m \cdot n (m+n-3)$$

$$(75q^2 > 0; 13p^2 > 0)$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Пусть } A = 75q^2, \text{ тогда } A : 3.$$

$$\begin{cases} m+n : 3 \\ m+n-9 : 3 \end{cases}$$

Заметим, что если $m+n : 3$, то и $m+n-9 : 3$,
и если $m+n-9 : 3$, то и $m+n : 3$
(поскольку $9 \equiv 0$).

Тогда $A : 9$. Но т.к. $m+n : 3$, то $m+n-3 : 3$,
значит и $B : 3$. Это возможно только в случае, когда
 $q=p=3$ (поскольку $13p^2 : 3$ только если $p : 3$)

$$A = 75 \cdot 9 = 675; \quad B = 13 \cdot 9 = 117$$

$$B = 13 \cdot 3 \cdot 3 = m \cdot n (m+n-3)$$

$$\begin{cases} m=13 \\ n=3 \\ m+n-3=3 \end{cases} \quad \begin{cases} n=13 \\ m=3 \\ m+n-3=3 \end{cases} \quad \begin{cases} n=3 \\ m=3 \\ m+n-3=13 \end{cases} \quad \begin{cases} m=9 \\ n=13 \\ m+n-3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=13 \\ m=9 \\ m+n-3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=39 \\ m=3 \\ m+n-3=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n-3=1 \\ m+n-3=13 \\ m+n-3=3 \\ m+n-3=39 \\ m+n-3=117 \\ m+n-3=9 \end{cases} \quad \begin{cases} m+n=4 \quad \text{X} \\ m+n=16 \quad \text{X} \\ m+n=6 \quad \text{X} \\ m+n=42 \quad \text{X} \\ m+n=120 \quad \text{X} \\ m+n=12 \quad \text{X} \end{cases}$$

В натуральных числах этих систем
не имеют решения

!!
Итого тогда $B = 75q^2, A = 13p^2$

$$B = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$\begin{cases} m+n=1, m+n-9=13p^2 \\ m+n=p, m+n-9=13p \\ m+n=p-p, m+n-9=13 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} m+n=13, m+n-9=p^2 \\ m+n=13p, m+n-9=p \cdot p \\ m+n=13p^2, m+n-9=1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$\begin{cases} 3p^2 + q = 1 & \emptyset \\ 13p + q = p & \emptyset \\ 22 = p^2 & \emptyset \\ p^2 + q = 13 \\ p = 13p + q & \emptyset \\ 13p^2 = 10 & \emptyset \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p^2 = 4 \\ p = 2, \text{ или } p \in \mathbb{N} \end{cases}$$

* Знак \emptyset здесь обозначает, что уравнение не имеет решений в натуральных числах

$$m+n = 13 \Rightarrow B = m \cdot n (m+n-3) = m \cdot n \cdot (13-3) = m \cdot n \cdot 10$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 75 \cdot q^2$$

$$75 \cdot \frac{1}{2}, m \cdot n \cdot 10 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2$$

$$\begin{cases} m \cdot n = \frac{75 \cdot n^2 \cdot k^2}{10 \cdot 2} = 30k^2, \text{ где } k = \frac{q}{2} \\ m+n=13 \end{cases}$$

$m \cdot n = 30k^2 \Rightarrow$ одно из чисел (m, n) делится на 3, а

другое на 5 (покажем вместе в произведении они делятся на 30, а одно число не может делиться на 5 и на 3 сразу, т.к. $m+n < 15$ и $m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$)

Перебрав все варианты, учитывая делимость на 3 и на 5, остаются следующие решения:

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=3 \\ m=10 \end{cases} \Rightarrow m \cdot n = 30 = 30k^2 \Rightarrow k=1, \text{ т.к. } k \in \mathbb{N}$$

$$q = 2 \cdot k = 2 \cdot 1 = 2$$

Поэтому мы перебрали все возможные варианты, ответом будет любая пара $(10; 3)$ и $(3; 10)$

Ответ: $(10; 3), (3; 10)$



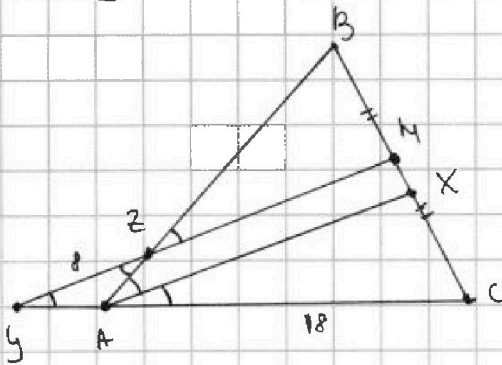
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4



1.) $\angle CAZ = \angle BAZ = \alpha$ (т.к. AX - биссектр.)

2.) $\angle CAZ = \angle BAZ = \angle BZM = \angle AZY = \alpha$
(т.к. $YM \parallel AX$ по условию)

3.) $\angle BAC = 2\alpha$ - это внешний
угл. $\triangle AZY$

$\angle BAC = \angle AZY + \angle AZY = 2\alpha + \angle AZY = 2\alpha$
 $\angle AZY = \alpha$

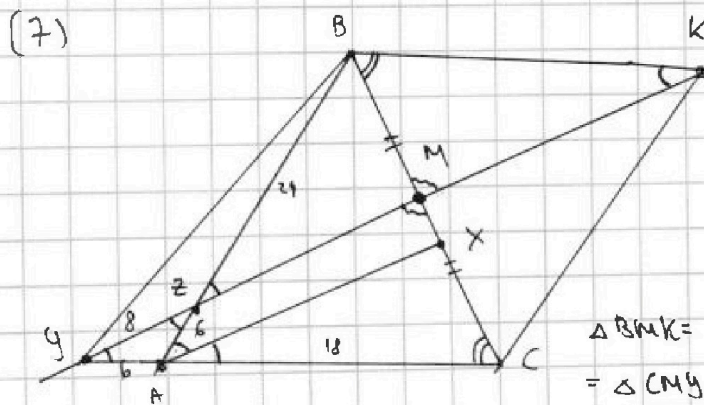
4.) Теорема о пропорциональности отрезков (при $AX \parallel MY$):

$$\frac{CX}{CM} = \frac{AC}{CY} \Rightarrow \frac{CX}{\frac{BC}{2}} = \frac{18}{18+AY}$$

$$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX} \Rightarrow \frac{BZ}{BZ+6} = \frac{\frac{BC}{2}}{BX}$$

5.) Т.к. $\angle AZY = \angle AZY$, то $\triangle AZY$ - р/д, $AZ = AY = 6$

6.) $\frac{2CX}{BC} = \frac{18}{24}$; $\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{BC}{2BX}$



Проведем YM по условию с прямой из точки B , параллельной (AC) . Их пересечением будет точка K .

$$\triangle BMK = \triangle CMY \begin{cases} \angle ACB = \angle BCK \text{ (т.к. } BK \parallel AC) \\ \angle CMY = \angle BMK \text{ (как вертикаль)} \\ BM = MC \end{cases}$$

(8.) Из (7): $BK = YC$; $BK \parallel YC$

Значит, $YBCK$ - параллелограмм.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$(9) \angle BKY = \angle KYC = \angle AZY = \angle BZK \Rightarrow \triangle AZY \sim \triangle BZK$$

Тогда:

$$\frac{BZ}{ZA} = \frac{BK}{YA} \Rightarrow BZ = \frac{BK \cdot ZA}{YA} = \frac{YC \cdot ZA}{YA} = \frac{(6+18) \cdot 6}{6} = 24$$

$$(10) \text{ из (6): } BC = \frac{2 \cdot CX \cdot 24}{18 \cdot 15}; \quad BC = \frac{2 \cdot BX \cdot BZ}{BZ + 6} \quad \textcircled{+} \quad AB = AZ + ZB =$$

$$BC = \frac{1}{3} CX; \quad BC = \frac{2 \cdot BX \cdot 24}{24 + 6} = \frac{24}{15} BX \quad = 24 + 6 = 30$$

(11) Найти BC, используя теорему косинусов:

• Две ~~треугольника~~ $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

• Теорема синусов для $\triangle AYZ$:

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin(180 - 2\alpha)} = \frac{8}{\sin 2\alpha}; \quad \alpha \neq 0$$

$$8 \sin \alpha = 6 \cdot (2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha)$$

$$\frac{8 \cdot 1}{12} = \cos \alpha; \quad \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\text{Тогда, } BC = \sqrt{30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{900 + 324 + 120} = \sqrt{1344} =$$

$$= 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

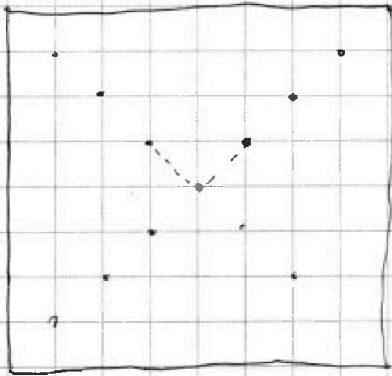


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6



1) Попробуем, какие возможные
2х точек узлов могут при пово-
-роте перейти в себя:

Если узлы образуют угол 90° ,
то при 4х поворотах он
точно перейдет в себя

Всего вариантов

выбрать различные

$$2 \times \text{узлов} = C_{9-9}^2 = C_{81}^2$$

2) Значит, в себя могут

перейти только те пары,
которые образуют угол 180°

и прямые, проведенные через
них должны пройти через
центр.

Кон-во способов
уменьшится как минимум
на 8





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

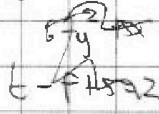
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x-3y=3$$

3x-y



$$|x-3y| \leq 3$$

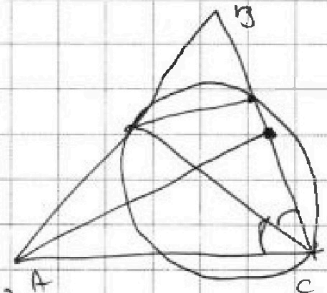
$$|x-3y| = 3$$

$$x-3y=3$$

1 +
2 +
3 +
4 +
5

6 ≤ 3y

$$y = \frac{x+3}{3}$$



$$3x-y \leq 1$$

$$3x-y=1$$

$$3x-y=-1$$

$$y=3x+1$$

$$y=3x-1$$

$$4y+8x=k$$

$$y = \frac{k-8x}{4}$$

$$-8y = -2x + \frac{k}{4}$$

$$y = -2$$

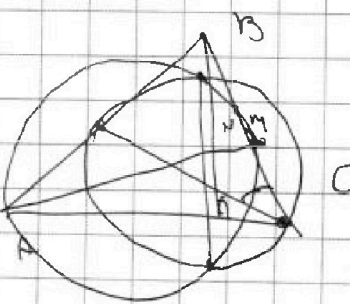
$$-2 = \frac{3}{4} + \frac{k}{4} = \frac{k+3}{4}$$

$$\frac{k}{4} = \frac{11}{4}$$

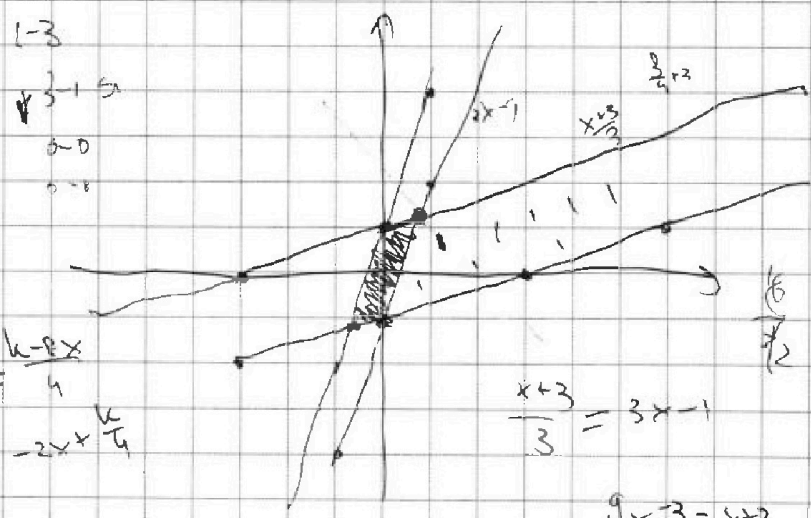
$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$$

$$t^p + s t^q - \dots = t^p - \dots + s t^q$$

$$t^p - t^q$$



$$3y = x-3 \quad x-3y = -3 \quad \frac{x+3}{3} = y$$



$$\frac{x+3}{3} = 3x-1$$

$$9x-3 = x+3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

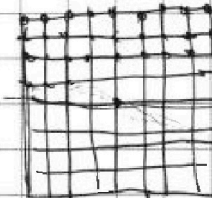
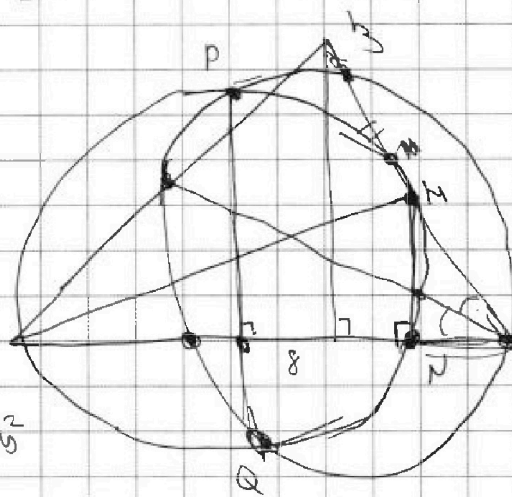
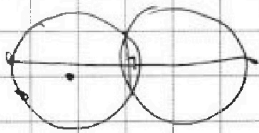
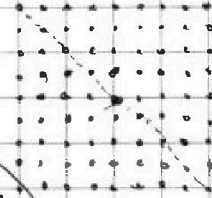
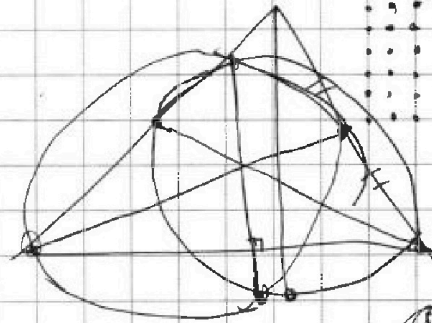
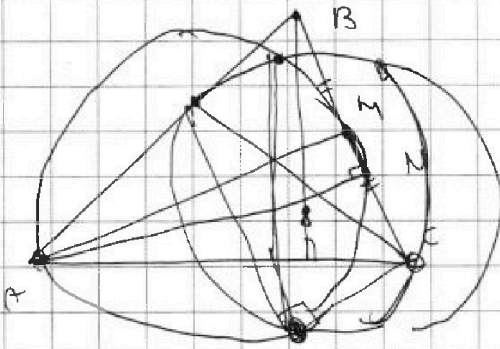
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №

Черновики



~~(x+1)(6-y)~~

$6x + 5y = 6 - y$

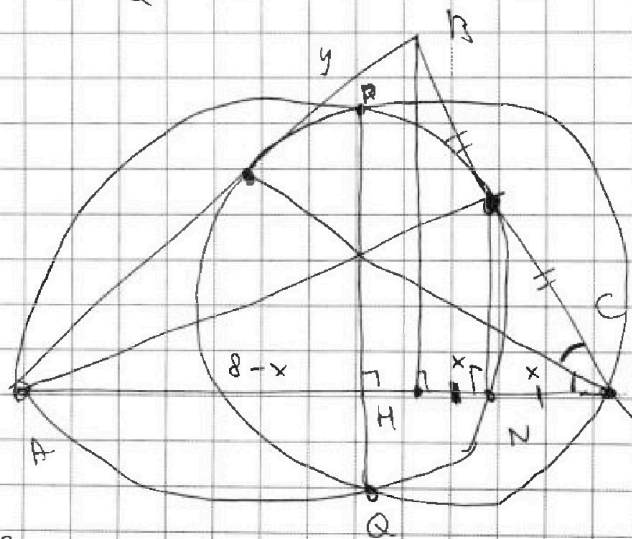
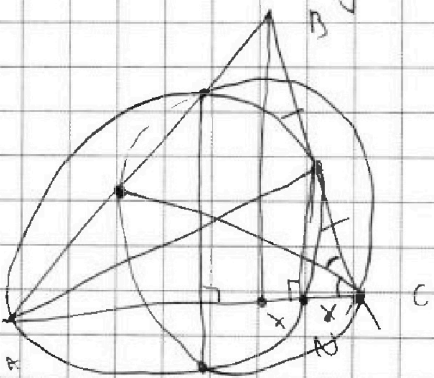
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6y+5} = 2\sqrt{6+5x+y^2}$$

$$\sqrt{6+5x+y^2} \quad (N)$$

~~(6-y)(1+y)~~

$$24 + 10x - 4y^2$$

$HN = CN$



$$\frac{BC}{8+x} = \frac{y}{10-y}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1
2
3
4
5
6
7

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{1+5x-y^2}$$

$$\sqrt{6-y}$$

$$(1+5x)^2 - 2\sqrt{6-y}\sqrt{1+5x-y^2} + (6-y) = 4(1+5x-y^2)$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad : 13p^2 \quad m+n > 9$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$m+n-3$$

$$m+n-3$$

$$(m+n)(m+n-3)$$

$$12/3 \quad 3/13p^2$$

$$12/3$$

$$t =$$

$$4y+5x$$

$$y+5x$$

$$4y+5x$$

$$4y+5x$$

$$mn : 3$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$m+n-3 : 5$$

$$25$$

$$5p$$

$$25p$$

$$p^2$$

$$p^2$$



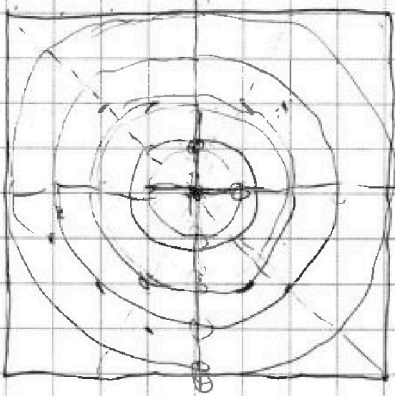
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

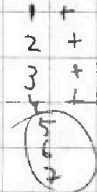
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чертёж



⊕ 90

$$2a^2 - 2g^2 - 2g^2 - h^2 = h^2$$



⊕ 2
⊕ 1

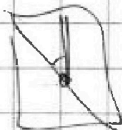
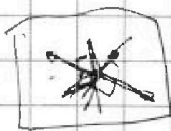
⊕ 270, ⊕ 40, ⊕ 90
⊕ 360



$$d + 90^\circ = 360 \cdot h$$

$$d + 180^\circ = 360 \cdot h$$

$$d + 270^\circ = 360 \cdot h$$



$$d + 90^\circ = 360 \cdot h$$

$$13a^2$$

2.

$$m+n=22$$

⊕ 2

$$m+n=a^2$$

$$m+n-g=13$$

$$mn=13a \cdot 13a$$

$$m+n=g$$

$$m+n-g=13a$$

$$m+n=1$$

$$m+n-g=13a^2$$

$$13a^2 = 1$$

$$m+n=13$$

$$m+n-g=13a^2$$

$$13a^2 = 13$$

$$m+n=13a$$

$$m+n=13a \cdot 13$$

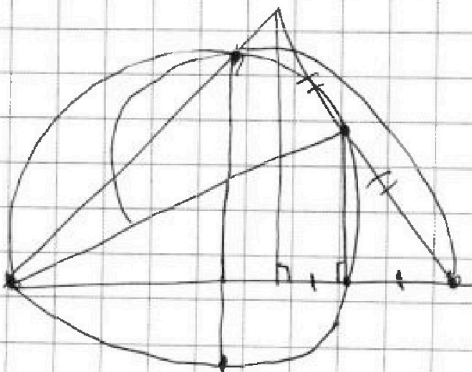
$$m+n=13a^2$$

$$m+n=13a^2$$

$$A = (m+n)(m+n-g) = 13a^2$$

$$B = (m \cdot n)(m+n-3) = 3a^2$$

$$13a^2 = \frac{m}{n}$$





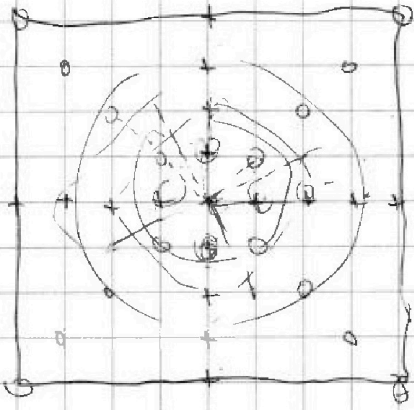
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Циркон



$$C_{81}^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2 - C_4^2$$

$$C_{81}^2 - 8 \cdot C_4^2$$

$$\frac{81 \cdot 80}{2} - \frac{8 \cdot 4^2}{2 \cdot 2} = \frac{81 \cdot 80}{2}$$

$$C_{81}^2 - 1 -$$



$$C_{81}^2 - 1 - 1 - 1 - 1 -$$

$$C_{81}^2 - 8 - 2 - 1 -$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

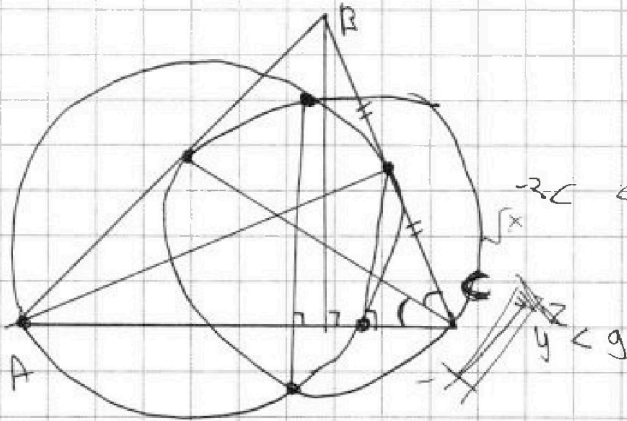


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$a^4 - b^4 =$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \quad y^2 \leq$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(a^4 - b^4) + 5(a^2 - b^2) + a - b = 0$$

$$a^4 - b^4 + 5a^2 - 5b^2 + a - b = 0$$

$$(a-b) \left[(a+b)(a^2+b^2)(a^2+b^2) + 5(a+b)(a^2+b^2) + 1 \right] = 0$$

$$a \geq \sqrt{x+1} = \sqrt{y}$$

$$y^2 \leq 5x+6$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-y \geq 0 \\ 6+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ \sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6} \\ 5x+6 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ \sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6} \\ 5x+6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{5x+6} \leq y \leq \sqrt{5x+6}$$



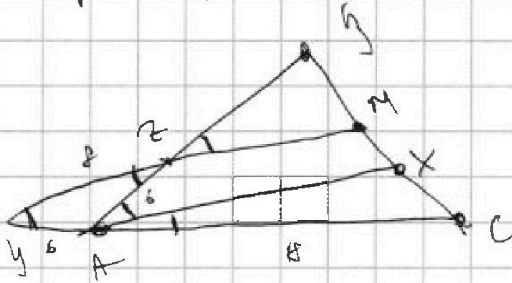
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{14}{24} = \frac{2CX}{BC}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{Bz}{Bz+6} = \frac{BC}{2Bx}$$

$$\frac{Bz}{\sin \alpha} =$$

$$BC = \frac{\cos(\alpha - 2\alpha)}{\cos(\alpha + 6)} \cdot 3^2 \cdot 10^2$$

$$Bx =$$

$$Cx = \frac{9}{24} BC = \frac{3}{8} BC$$

$$\frac{8}{3Bx} = \frac{(Bz+6)}{18}$$

$$\frac{4}{30} = \frac{8}{30Bz} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{3}{15} = \frac{3 \cdot 3}{15 \cdot 3} = \frac{3Bz}{5} = \frac{8 \cdot 18 \cdot 6}{5} = 48$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\frac{Bz}{6} = \frac{6}{24} \quad \cos 2\alpha = \frac{1}{9}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

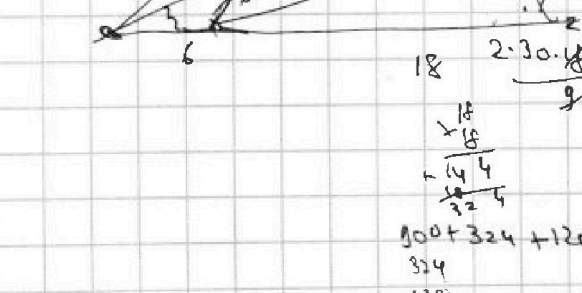
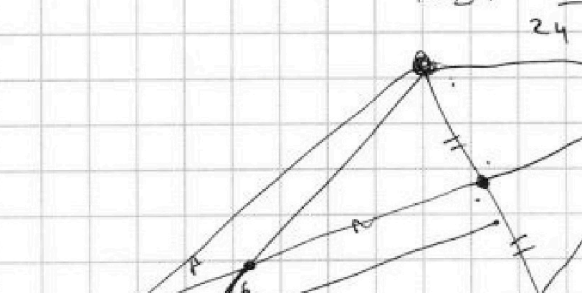
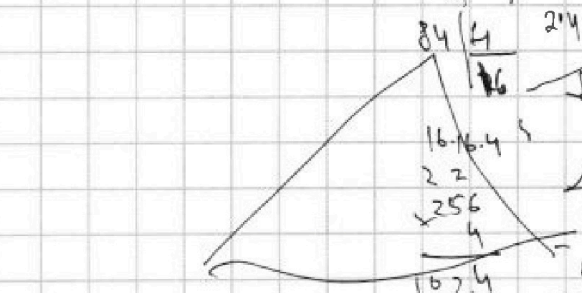
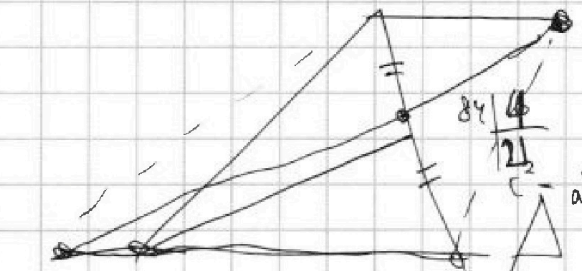
$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} =$$

$$8 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos 2\alpha$$

$$64 - 36 - 36 = -8 = -72 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{9}$$

$$4 \sqrt{59}$$



$$300 + 324 + 120 = 744$$

$$64 - 36 - 36 = -8 = -72 \cos 2\alpha$$

$$4 \sqrt{59}$$

$$1344 \cdot 32$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$\frac{3}{3} \frac{2}{5}$

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_3 = a_1 + 2 \cdot d = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

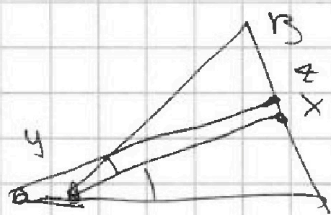
$$a_9 = 3x^2$$

$$a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_1 + 8d = 3x^2$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3(x^2 - x - 1)$$



$$2^2 \cdot (4+9)$$

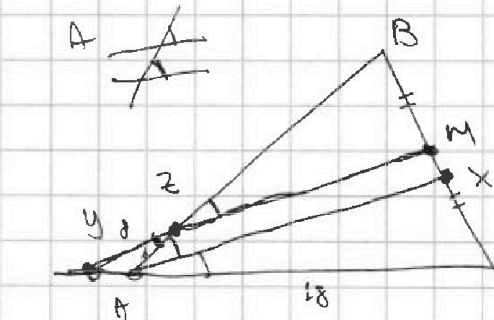
$$2 + 2 \cdot 3^2$$

$$4 \cdot 4^2$$

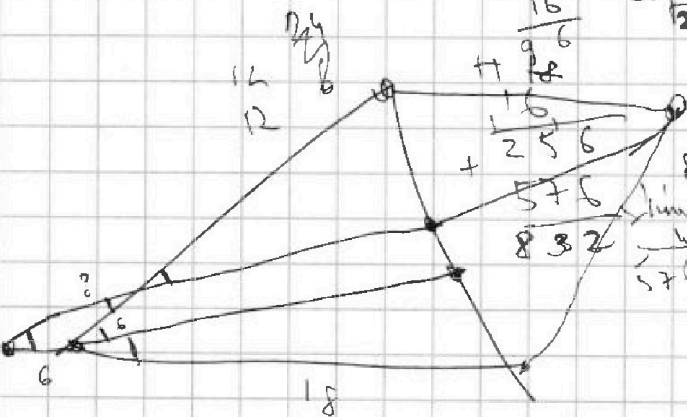
$$\frac{6}{BZ} = \frac{2BX}{BC}$$

$$BX = \frac{3}{2} BC$$

$$CX = \frac{3}{2} BC$$



$$x \cdot \frac{16}{6} = \frac{8 \cdot 24}{28}$$



$$BC = \frac{24}{9} CX$$

$$BC = \frac{8}{3} CX$$

$$\frac{16}{6+3Z} = \frac{CX}{BX} = \frac{\frac{2}{3} BC}{\frac{3}{2} BC}$$

$$\frac{16}{6+3Z} = \frac{BZ}{9}$$

$$16BZ + 3BZ^2 = 144$$

12
12
18 +
36 + 4

$$BZ^2 + 16BZ - 144 = 0$$

$$BZ^2 + 16BZ - 144 = 0$$



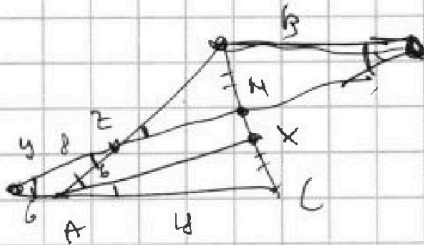
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кривош



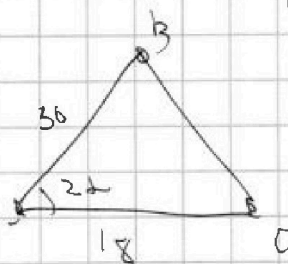
$$\frac{BZ}{6} = \frac{24}{6}$$

$$BZ = 24$$

$$\frac{a}{\sin 2\alpha} = \frac{c}{\sin \alpha}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{c}{\sin \alpha}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{5}{j}$$



$$\cos \alpha = \frac{a}{c} = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{30^2 + 18^2 + \frac{1}{9} \cdot 2 \cdot 18 \cdot 30}$$

$$x - 3y$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ -t + x + y \geq 3 \\ t + x + y \leq 1 \\ -t - x - y \end{cases}$$

$$-y$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ -t + x + y \geq 3 \\ t + x + y \leq 1 \\ -t - x - y \end{cases}$$

$$2x - 2y = t$$

$$500 + 324 + 120$$

$$\text{or } 1324$$

$$y = \frac{x+3}{3}$$

$$x - 3y = 3 \quad y = \frac{2x+3}{3}$$

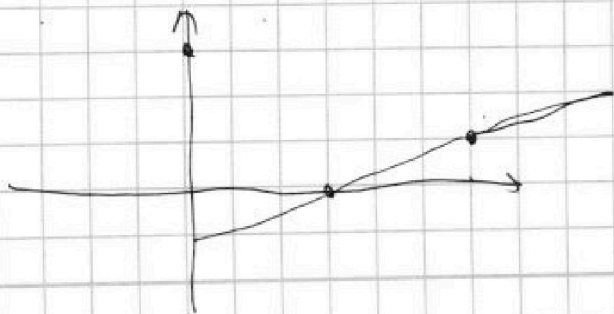
$$\begin{array}{r|l} 1344 & 64 \\ \hline 128 & 21 \\ \hline & 64 \end{array}$$

$$x - 3y = -3 \quad y = \frac{x+3}{3}$$

$$\begin{cases} t - x - y \leq 3 \\ |t + x + y| \leq 1 \end{cases}$$

$$|t + x + y| \leq 1$$

$$|x - 3y| = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 3 \times 3 &= a_1 + 2d \\ (x^2 + 2x)^2 &= a_1 + 4d \\ 3x^2 &= a_1 + 8d \end{aligned}$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = a_1 + 2d$$

$$2(3x + 3) = a_1 + (x^2 + 2x)^2$$

$$4d = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad x^4 + 2x^2 + 2x^3 + 4x + 2$$

$$(x^2 + 2x)^2 = a_1 + 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$\frac{(x^2 + 2x + 1) \parallel x^2 + 2}{x^2 + 2x^2 + 2x^3 + 4x}$$

$$\begin{aligned} m+n-3 &= 1 \\ mn-3 &= 3 \end{aligned}$$

$$a_1 = 2(x^2 + 2x)^2 - 3x^2$$

$$\begin{aligned} (x+1)^2(x^2+2) & \cdot \frac{1}{2} \\ x^4 + 3x^2 + 4 \end{aligned}$$

$$(1+3)3+3 \quad mn-3=3 \quad a_1 = 2x^4 + 8x^2 + 6x^3 - 3x^2$$

$$1-4+3+2-2$$

1
3
13
3 13 33

$$a_1 = 2x^4 + 5x^2 + 8x^3$$

$$1-4+3+2-2$$

$$\frac{(x^2 + 2x + 1) \parallel (x^2 + 2x - 2)}{2(3x + 3)} = 3x^4 + 5x^2 + 12x^3$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 2 \parallel x+1}{x^3 + 3x^2 - 2}$$

$$3x^4 + 9x^2 + 12x^3 - 6x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \parallel x+1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 - 2 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 \quad x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 + 2$$

$$\begin{array}{r} -x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \parallel x+1 \\ x^4 + x^3 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$$\frac{539 \dots}{39 \dots}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x + 4x^2 + 4x^3 + 4x^2 + 4x \\ \hline x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 6x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \hline 3x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)$$

$$-2x-2$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{x^2 + 2x - 2 = 0}$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$x = -1$$

$$\begin{aligned} D &= 4 + 2 \cdot 4 \\ &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$13 \dots$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

