



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i - i -ый член арифметической прогрессии, d - шаг арифметической прогрессии \Rightarrow (связка)

$$a_4 = 6 - 9x; \quad a_6 = (x^2 - 2x)^2;$$

$$a_{10} = 9x^2, \quad x = ?$$

Решение: $a_i = d(i-1) + a_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 6 - 9x = a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = 6 - 9x - 3d + 5d =$$

$$= 6 - 9x + 2d \Rightarrow 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_1 + 9d = a_{10} = 9x^2 = 6 - 9x - 3d + 9d =$$

$$= 6 - 9x + 6d = 6 - 9x + 3(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6) =$$

$$= 9x^2 \Rightarrow 2 - 3x + x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x - 4 = 0 =$$

$$= x^2(x^2 - 2x + 1) - 2x(x^2 - 2x + 1) - 4(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= (x^2 - 2x - 4)(x - 1)^2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0, x = 1 \\ x^2 - 2x - 4 = 0, D = 4 + 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \text{Ответ: } x = 1, \frac{2 + \sqrt{5}}{2}, \frac{2 - \sqrt{5}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x - 2y \leq 2$~~ $|x - 2y| \leq 2$ равносильно

$\begin{cases} x - 2y + 2 \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 \end{cases}$

(на графике отмечены вертикальной штриховкой)

~~$|2x - y| \leq 1$~~ равносильно $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$

(на графике горизонтальной штриховкой отмечены штриховки и есть график.)

$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$

в пересечении прямых
2) ~~$x \neq 4$~~

2) $(4; 4)$ - это точка, найденная с помощью центра тяжести.

2) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2 = 2x - 1 \end{cases}$

1) $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + 2 = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 2x - 1 \\ x + 2 = 4x - 2 \end{cases}; x = \frac{4}{3}$

$\begin{cases} \frac{4}{3} - y = 1 \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$

\Rightarrow построим прямую, проходящую

через точку $(\frac{4}{3}; \frac{5}{3})$ и перпендикулярную

$\Rightarrow 4y + 6x - 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13 \Rightarrow$

\Rightarrow максимальное значение $7y + 6x = 19$.

Ответ: 19.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\triangle ABC$; AX -высота $\triangle ABC$; M -ср. BC ;

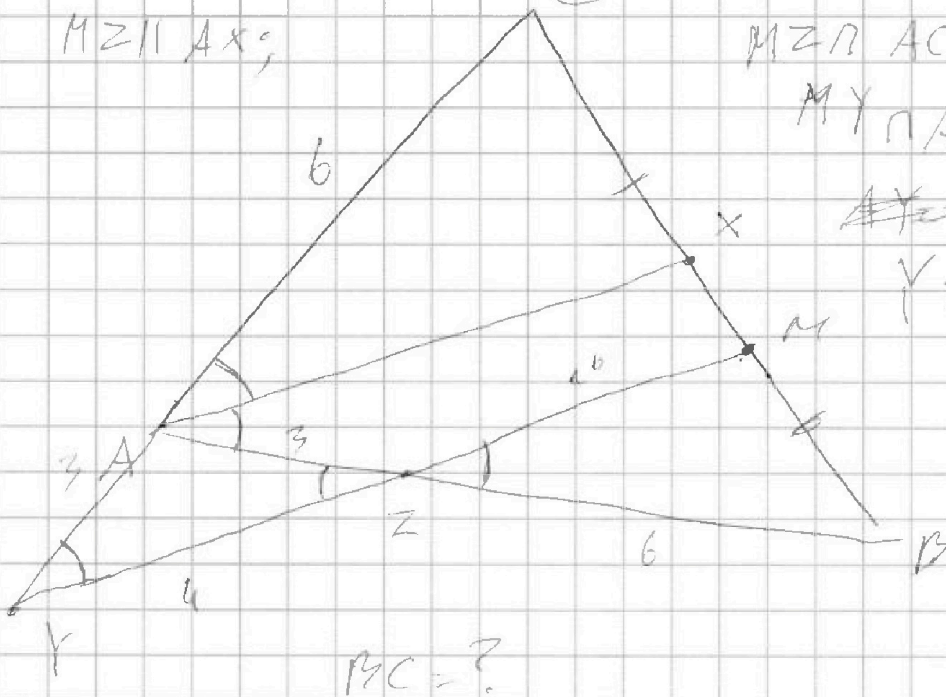
$MZ \parallel AX$;

$MZ \perp AC = (\circ) YZ$

$MY \perp AB = (\circ) Z$;

$\angle Y = 40^\circ$, $AC = 6$, $\angle Z = 30^\circ$;

$YZ = a$;



$BC = ?$

Решение: $\triangle AXZ$ (прям.) $\angle AXZ = 90^\circ \Rightarrow \angle XAB = \alpha$;

$AX \parallel ZM \Rightarrow$ (дв. парал. прям., соответ. углы; (кр. AZ))

$\angle XAB = \angle MZB = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AZY = \angle MZB = \alpha$ (верши); $\angle YAZ = 180^\circ - \angle CAB =$ (4 сумм. угла в верш. A)

$= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow$

$\angle AYZ = 180^\circ - \angle YZA - \angle YAZ =$

$= 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$

\Rightarrow (прям. п/д) (прям.)

$\triangle YAZ - п/д \Rightarrow AY = AZ = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П2: MY пер/сек. $\triangle ABC \Rightarrow$
(средняя линия)

$$\Rightarrow \frac{CM}{MY} = \frac{BZ}{AZ} = \frac{AY}{YC} = 1$$

(П1, по усл.)

$$1 = \frac{BZ}{3} = \frac{3}{6} = 1 \Rightarrow BZ = 6$$

П3: AY пер/сек. $\triangle ACM \Rightarrow$
(сред. линия)

$$\Rightarrow \frac{MZ}{ZY} = \frac{AY}{AC} = \frac{MC}{CM} = 1$$

(П1, по усл.)

$$\frac{MZ}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 16$$

П4: (сред. кос $\triangle AZY$)

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2 \cos(\angle AZY) \cdot AZ \cdot YZ$$

(П1, по усл.)

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(\angle AZY)$$

$$\cos(\angle AZY) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\angle AZY = \angle MZB \Rightarrow \cos(\angle MZB) = \cos(\angle AZY)$$

(сред. кос $\triangle ZMB$) (П1, П2)

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2 \cos(\angle MZB) \cdot MZ \cdot ZB$$

$$MB^2 = 256 + 36 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 16 \cdot 6 = 256 + 36 - 128 = 164$$

$$\Rightarrow MB = \sqrt{164} \Rightarrow BC = 2MB = 2\sqrt{164} \text{ км/ч. } BC = 4\sqrt{41}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+2)(4-x)} - 4 \quad (-2x^2 + 10x + 48 \geq 0)$$

$$x+2 + 4-x - 2\sqrt{(x+2)(4-x)} = 4(x+2)(4-x) - 29\sqrt{(x+2)(4-x)}$$

$$-4x^2 + 20x + 56 + 49 - 4 = 26\sqrt{-x^2 + 5x + 14}$$

$$-4x - 2x^2 + 10x + 49 = 13\sqrt{-x^2 + 5x + 14}$$

$$4x^4 + 100x^2 + 2304 - 40x^2 - 192x^2 + 960x =$$

$$= 13 - 196x^2 + 960x + 2366$$

$$4x^4 - 40x^3 + 44x^2 + 945x + 115x - 62 = 0$$

при подстановке $x = \frac{1}{2}$

разделим многочлен на $x - \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 + 44x^2 + 945x - 62 & x - \frac{1}{2} \\ \hline -4x^4 + 2x^3 & \\ \hline -38x^3 + 44x^2 + 945x - 62 & \\ -38x^3 + 19x^2 & \\ \hline -56x^2 + 945x - 62 & \\ -56x^2 + 28x & \\ \hline 1 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{4+5xy}$ ОДЗ: $x \geq 0, y \leq 4 \Rightarrow$
 2) $x^4 + 4x - \sqrt{4y} = y^2 \sqrt{2x} + 4xy, x^2 - y^2 + 2x - 2y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y}$ $y \leq 4$

2) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 2(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{2x} + \sqrt{2y}) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 2) - \sqrt{2} = 0$
 $x, y \geq 0 \Rightarrow$

$\sqrt{1} \Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 2) = 0$
 $\Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$

\Rightarrow 1) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если квадрат $10 \times 10 \Rightarrow$ всего 11×11 узлов
 $= 121$ ~~узлов~~ узлов. Каждую раскраску
 можно повернуть на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ \Rightarrow$

\Rightarrow каждая раскраска \leftrightarrow
 у каждой раскраски есть 4 "близнеца"
 (если считать поворотом)
 \Rightarrow все раскраски распределены в группы
 по 4 раскраски.

Следов. придем к задаче с помощью пере-
 брания раскраски C_{121}^2 , но, на самом деле
 их в 4 раза меньше \Rightarrow Ответ $\frac{C_{121}^2}{4} =$

$$\frac{121!}{119! \cdot 2! \cdot 4} = \frac{120 \cdot 121}{8} = 15 \cdot 121 = 1815 \text{ ответов}$$

Ответ: 1815



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^2

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$B = m^2 + 2mn + n^2$$

$$(m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$(m + 2n - 4)(m + 2n) = 459^2 = 210681$$

$$mn(m + 2n)$$

$$mn(m + 2n + 4) = 110907$$

Число

$$m + 2n > m + 2n - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

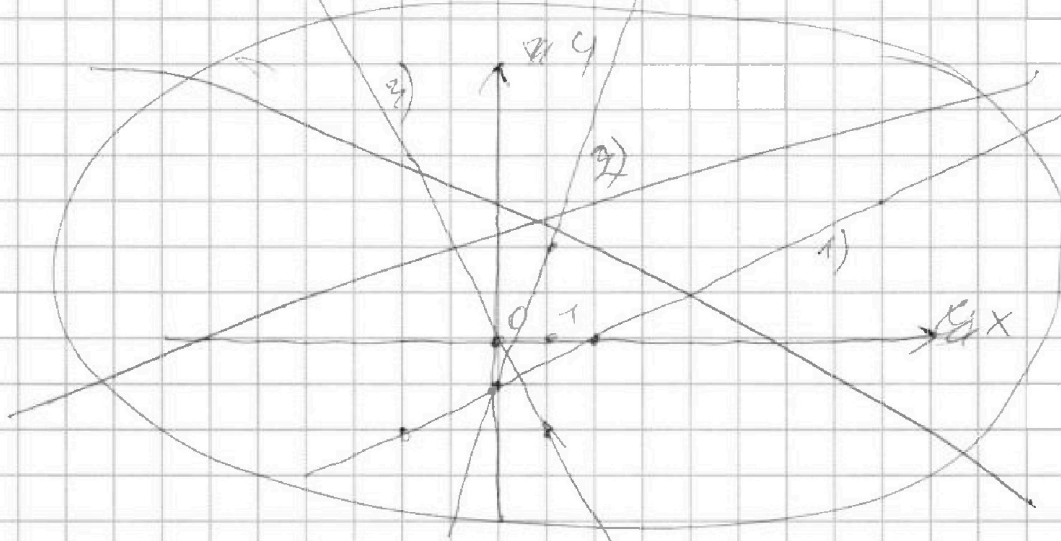
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим на координатной плоскости
уравнение $|x-2y| \leq 2$; $|2x-y| \leq 1$

1) $x-2y=2$; 2) $2x-y=1$; 3) $3y+6x=0$



1) $y = \frac{x-2}{2} - 1$ у. функция св. прямой

x	2	0
y	0	-1

2) $y = 2x - 1$ у. функция св. прямой

x	1	0
y	1	-1

3) $y = -2x$ у. функция св. прямой

x	0	1
y	0	-2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~$x - 2y = 2$~~ $x - 2y = 2$ преобразим

б) $|x - 2y| = 2$

2) $2x - y$ преобразим в $|2x - y| = 1$

и) $x - 2y = -2$

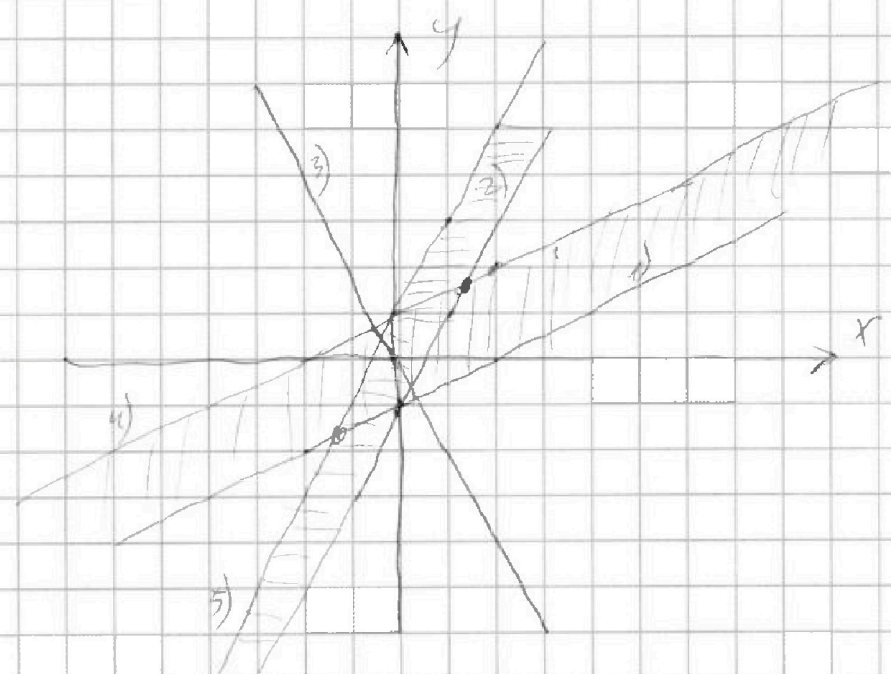
5) $2x - y = -1$

пр. урав. сф. ур.ч.и.

пр. урав. сф. ур.ч.и.

x	2	0
y	2	1

x	1	0
y	2	1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$ $OR \exists: x \geq 0, y \geq 0, x \leq 4, y \leq 2$
 (1) $x^2 + 4x - \sqrt{2y} = y^2 - \sqrt{2x} + 3y, x^2 - y^2 + 4x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$

1) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

2) $(-\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2} = 0$
 м.к. $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 0, x^2 + xy + y^2 \geq 0, 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$
 $\Rightarrow (-\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} > 0$
 $\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow (x, y > 0)$
 $x = y$

$\Rightarrow 2) \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $\sqrt{x+2} = \sqrt{4-x} + 4 - 2\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 \geq 0$
 м.к.
 макс знач
 $-\sqrt{4-x} = \sqrt{4+2} = 3,$
 $\sqrt{4-x} = 1-3$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 = 29x + 56 - 4x^2 - 8x + 49 = 9 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $-4x^2 + 20x + 96 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $-2x^2 + 10x + 48 = 13\sqrt{(x+2)(4-x)}$

$x+2 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)} + 4 - x = 4(x+2)(\sqrt{4-x}) - 29\sqrt{(x+2)(4-x)} + 49$
 $29x + 56 = -4x^2 - 8x + 49 = 9 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $-4x^2 + 20x + 96 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$
 $-2x^2 + 10x + 48 = 13\sqrt{(x+2)(4-x)}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

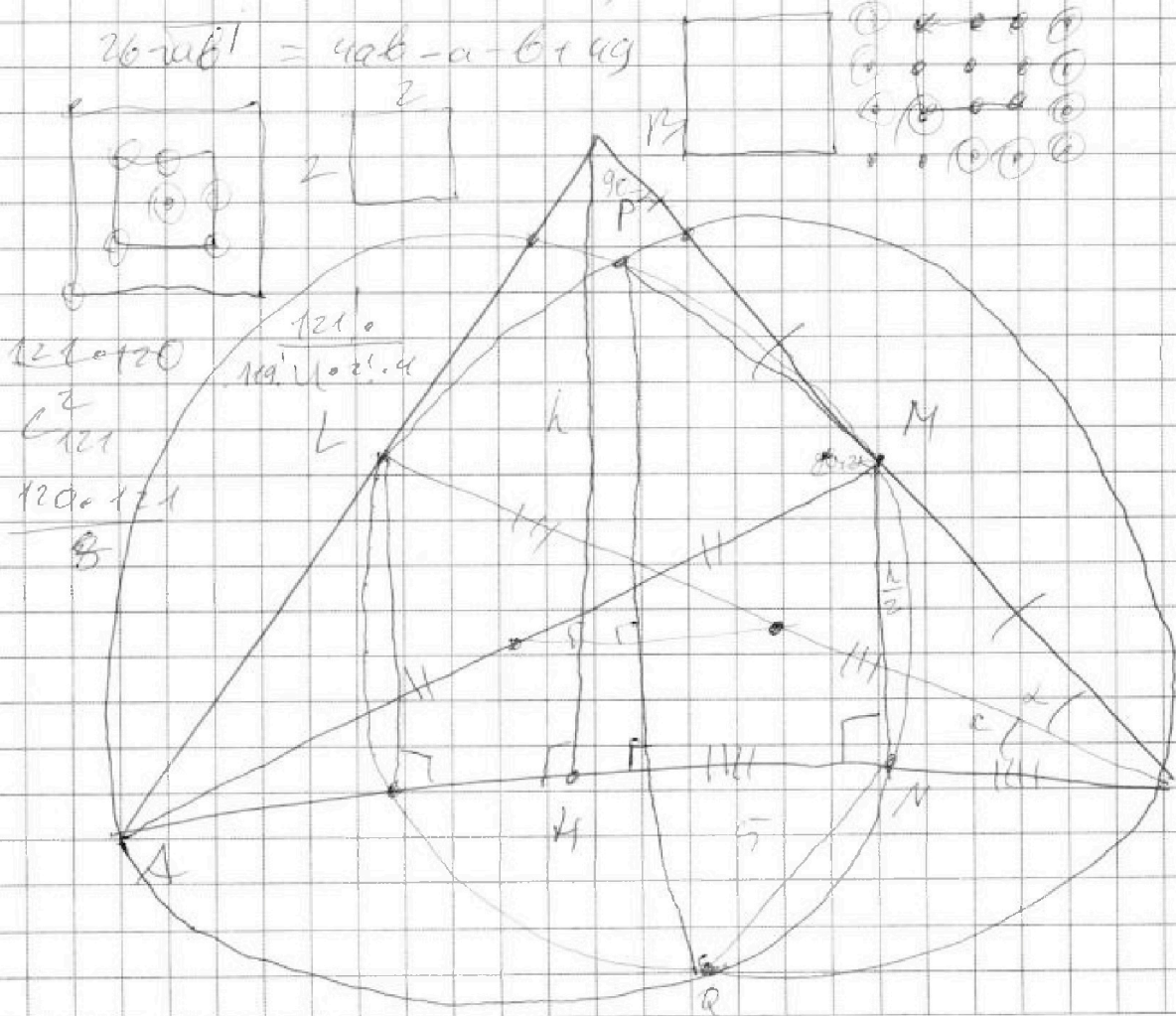
$$4x^4 + 100x^2 + 49^2 - 40x^2 = 9 \cdot 192x^2 + 960x = 17(x+2)(4-x) = 16 \cdot 1193x + 2366 - 169x^2 - 338x \Rightarrow 4x^4 - 40x^2 - 92x^2 + 960x - 1193x + 2366 + 169x^2 - 2366 - 49^2 = 0$$

$$4x^4 - 40x^2 + 92x^2 - 960x - 2366 = 0$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + 4 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = 2\sqrt{ab} - 4, a - 2\sqrt{ab} + b = 4\sqrt{ab} - 4\sqrt{ab} + 49$$

$$2\sqrt{ab} = 4ab - a - b + 49$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+n) =$$

$$= (m+2n-4)(m+2n)$$

$$M = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

1. Пусть $B = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow mn(m+2n+9) = 11 \cdot p^2$$

1) Если $m=1 \Rightarrow n(m+2n+9) \cdot n(2n+10) = 11 \cdot p^2$
 $2n+10 > n \in \mathbb{N} \Rightarrow (2n+10) \cdot n(2n+10) = 11 \cdot p^2$

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 \cdot 2 \Rightarrow p \cdot 2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(2n+10) = 44$$

$$2n^2 + 10n - 44 = 0; \quad n^2 + 5n - 22 = 0; \quad D = 25 + 88 =$$

$$= 113 \Rightarrow n = \frac{-5 \pm \sqrt{113} - 10}{2} - \text{не натурал} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \neq 1, \text{ и } \text{т.д.} \text{ Если } n=1 \Rightarrow m(m+1) = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Если } m: 11 \Rightarrow m+1: 11, \quad m+1: 11 \Rightarrow m: 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot m \cdot (m+1): 11^2 \Rightarrow p=11 \Rightarrow m^2 + 11m - 11^2 = 0$$

$$121 + 4 \cdot 121 \cdot 11 = 121 \cdot 45 - \text{не квадрат} \Rightarrow n \neq 1$$

2) $m, n < m+2n+9 \Rightarrow m=p; n=p; m+2n+9 = 11 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m=n, \quad A = (m+2n-4)(m+2n) = (3p-4) \cdot 3p = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9^2$$

$$m+2n+9=11 \Rightarrow m+2n=2 \Rightarrow m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{невозможн.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B \neq 11 \cdot p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 2 \cdot A = 110p^2 \Rightarrow K = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9^2$$

$$m(m+2n)(m+2n+4) = 11 \cdot p^2$$

$m+2n > m+2n-4$ \Rightarrow - ОДНО УЗ НАШ ЧИСЛО

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 : 2 \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-4 = 20 \cdot 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m+2n = 11 \cdot 2 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases}$$

Ищем $m+2n = k \Rightarrow$

$$k(k-4) = 44 \Rightarrow$$

$$k^2 - 4k + 44 = 0 \Rightarrow 49 + 146 = 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{4 \pm 15 + 4}{2} = 11; -9$$

$$\Rightarrow k = m+2n = 11$$

$$K = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9^2 = mn(m+2n+4) = mn \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K : 2 \Rightarrow 9^2 : 2 \Rightarrow 9 : 2 \Rightarrow 9 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = mn \cdot 20$$

$$3 \cdot 5 = mn$$

$$\Rightarrow m=1, n=15 \Rightarrow m+2n=31 - \text{НЕВЕР}$$

$$m=3, n=5 \Rightarrow m+2n=13 - \text{НЕВЕР}$$

$$m=5, n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15, n=1 \Rightarrow m+2n=17 - \text{НЕВЕР}$$

\Rightarrow РЕШЕНИЕ М. МЕТОД

$$m=5, n=3$$

Ответ: $m=5, n=3$

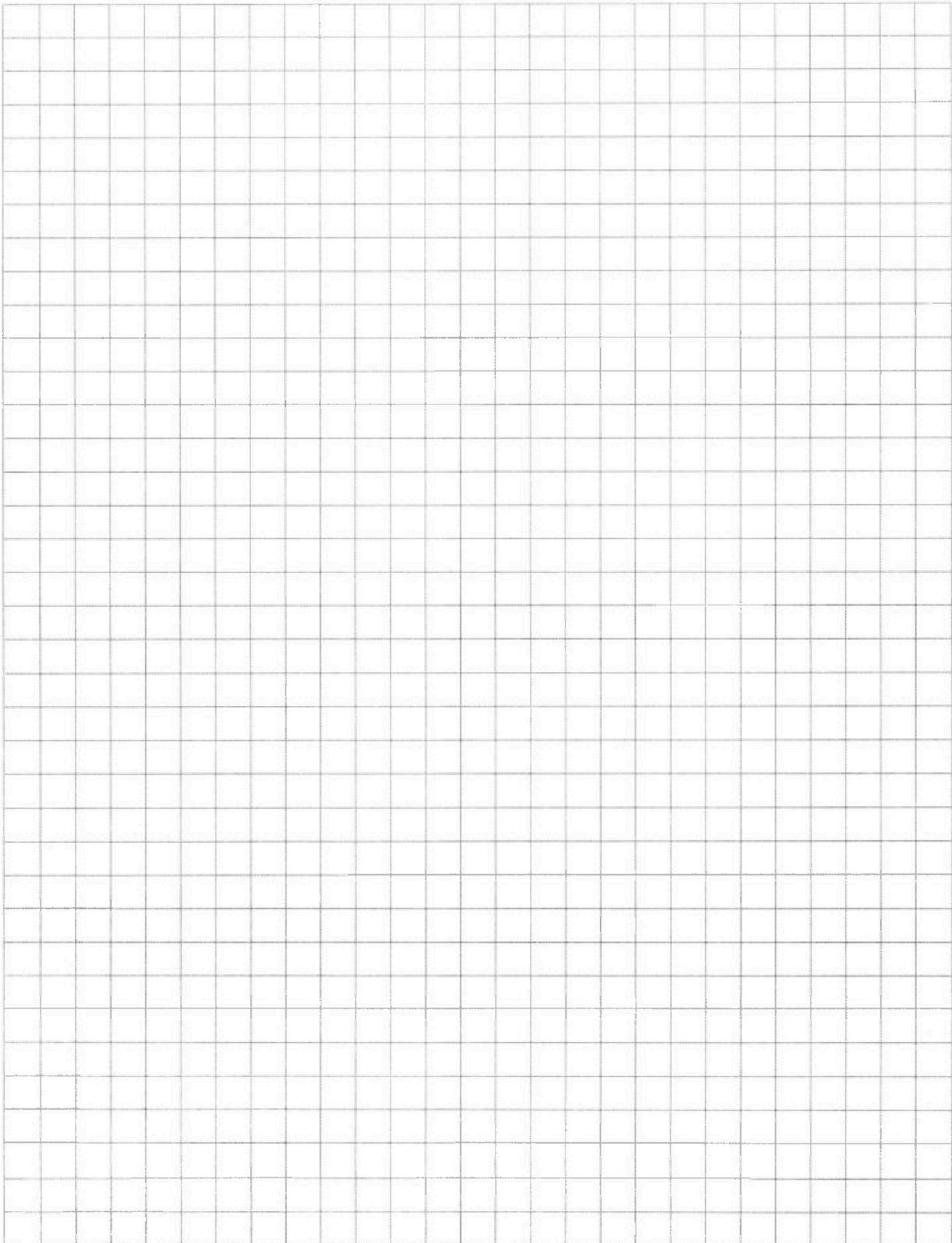


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$3y + 6x$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$|2y - x| \leq 2$$

$$|2x - y| \leq 1$$

$$2x = y + kx + y$$

$$\frac{31^4}{4} + 31^4 = 5$$

$$\frac{31^4}{2^3} - \frac{31^3}{2^6} = 9 = 9$$

$$\frac{31^3}{2^3} \left(\frac{21}{8} - 5 \right) = 9 - \frac{31^3}{2^2} + \frac{31^3}{2^4} = 4$$

$$16 + 1 + 2 = 4 \cdot 0 = 3 = 13$$

$$= 14 - \frac{16}{2}$$

$$\sqrt{\frac{55}{3}}$$

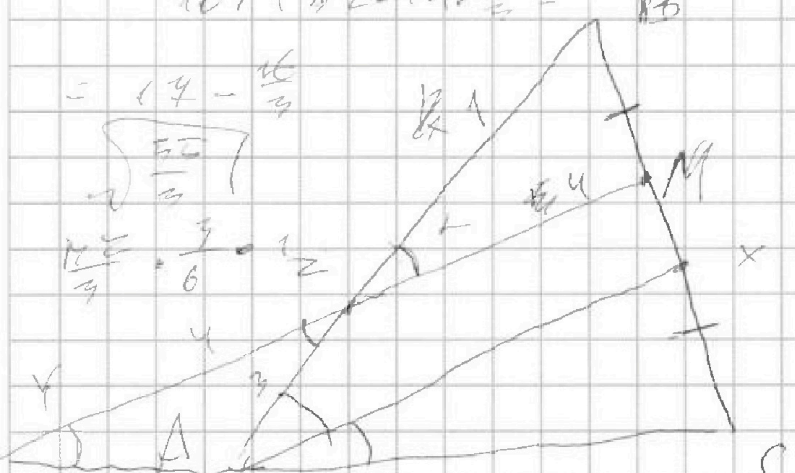
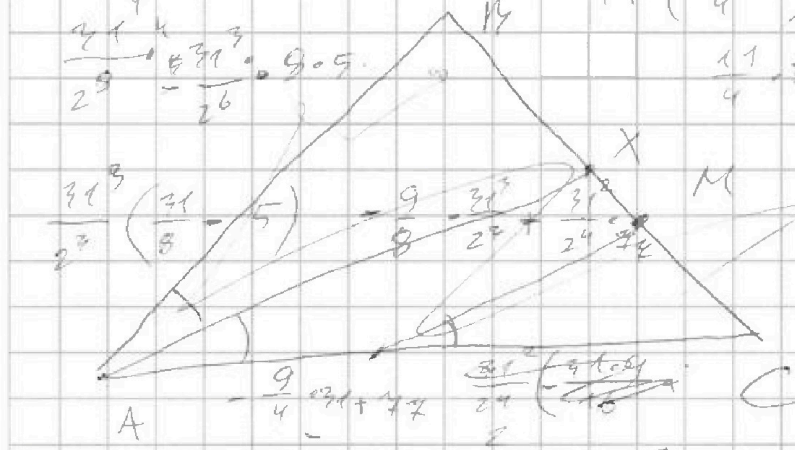
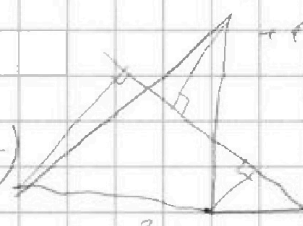
$$\frac{11\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$12 = 30r$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 4 \\ \hline 249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4404 \\ \times 4 \\ \hline 24 \\ \hline 309 \end{array}$$

$$\frac{31^4}{4} - \frac{31^3 \cdot 0.5}{2} + \frac{31^2 \cdot 4}{4} = 115.71 = 62$$



$$q = 9 + 16 = 24 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \quad \alpha = 1$$

$$r = 9 \Rightarrow 12 = 30r \quad r = 4$$

$$\frac{BM}{MC} = \frac{AC}{YC} = \frac{AZ}{ZB} = 1$$

$$1 = \frac{6}{6+A} = \frac{9}{k} \Rightarrow k = 6+A$$

$$\frac{11\sqrt{3}}{3} = \frac{AY}{AA} = \frac{MC}{MC} = 1$$

$$q = 6k + kA$$

$$\frac{1}{2} = \frac{11\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - 3d = 6 - 9x$$

$$x = ?$$

$$\begin{array}{r} x \cdot 15 \\ 15 \\ \hline 1605 \\ 1515 \\ \hline 1515 \end{array}$$

$$a + 5d = (x^2 - 2x)^2$$

$$\sqrt{6}(2\sqrt{a} + 1) = \frac{1}{2}(2\sqrt{a} + 1) + 1,5$$

$$a + 9d = 9x^2$$

$$a = 6 - 9x - 3d \quad (\sqrt{6} \frac{1}{2})(2\sqrt{a} + 1) = 6,5$$

$$6 - 9x - 3d + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$ad = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$6 - 9x - 3d + 9d$$

$$6 - 9x + 6d$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 169 \\ 119 \\ \hline 169 \\ 169 \\ \hline 345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 109 \\ \times 148 \\ 316 \\ \hline 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$-15 \cdot 9x^2 = 9x^2$$

$$64 - 320 + 440x - 62$$

$$3x^4 - 12x^3 + 4x^2 + 15x - 12 = 0$$

$$\frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{43}{7} - \frac{4 \cdot 15}{7} - \frac{62}{7} = 4x^2 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4} - 5 + \frac{44}{4} + \frac{119}{2} - 62$$

$$x = 1 \Rightarrow 4 + 40 + 44 - 115 - 62$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-x^4 + x^3} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 9x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \end{array}$$

$$x + 2 + 7 - x =$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$-2\sqrt{(x+2)(7-x)} =$$

$$= 4 \cdot 14 + 4 \cdot 5 \cdot 4 - 4x^2 +$$

$$\sqrt{28(14+5x-x^2)} + 49$$

$$4x - 4$$

$$\sqrt{26(14+5x-x^2)} = -4x^2 + 20x + 96$$

$$\sqrt{169(14+5x-x^2)} = 4x^2 + 100x^2 +$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-x^4 + x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4 \cdot 34^4 - 40 \cdot 34^3$
 $34^3(4 \cdot 34 - 40)$
 $34^3(4 \cdot 34 - 40)$
 $34^3(136 - 40)$
 $34^3 \cdot 96$
 $34^3 \cdot 96 = 34^2 \cdot 32 \cdot 3$
 $1156 \cdot 96$
 11136

$a = 2ab + b - 4$
 $a - b + 4 = 2ab$
 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 $169 = 169$
 $169 = 169$
 $169 = 169$
 2366
 1193
 339
 845
 $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$

$x^2 - y^3 + 3x - 2y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$
 $(x - 2y) \leq 2$
 $x - 2y \leq 2$
 $x - 2y \geq -2$

$(\sqrt{x} - \sqrt{2y})(\sqrt{2x} + \sqrt{2y})(x^2 + x + y^2) + \sqrt{2}(x - 2y)(\sqrt{x} + \sqrt{2y}) = 0$
 $(\sqrt{x} - \sqrt{2y})(\sqrt{2x} + \sqrt{2y})(x^2 + x + y^2) + \sqrt{2}(x - 2y)(\sqrt{x} + \sqrt{2y}) = 0$
 $(\sqrt{x} - \sqrt{2y})(\sqrt{2x} + \sqrt{2y})(x^2 + x + y^2 + \sqrt{2}(\sqrt{x} + \sqrt{2y})) = 0$
 $x = 4 \Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = y + 2\sqrt{4+5x-x^2}$
 $x^2 - 9x - 14 = 25 + 56$
 $\frac{2+9 \pm 9}{2} = 10, -2$