



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

используем  $a_1$  - первый член арифметической прогрессии,  
 $d$  - её знаменатель

Тогда четвертый член  $= a_1 + 3d = 6 - 9x$

шестой  $= a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2$

десятый  $= a_1 + 9d = 9x^2$

заметьте что  $9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = 2d$$

$$\Rightarrow 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3 = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

подставим сюда  $x = 1$

$$3 - 12 + 3 + 18 - 12 = 24 - 24 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$  - корень этого уравнения

$$(x - 1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$$

$$3x^4 - 9x^3 - 6x^2$$

$$+ 12x - 3x^3 + 9x^2$$

$$+ 6x + 12 =$$

$$= 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 +$$

$$+ 18x - 12$$

(просто вынесем  
 $x - 1$  за скобку)

↓ подставим в эту скобку  
 $x = 1$

$$3 - 9 - 6 + 12 = 15 - 15 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$  корень этой скобки  
 $\Rightarrow$  вынесем  $x - 1$  еще раз  
за скобку

$$(x - 1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$D = 36 + 12 \cdot 3 \cdot 4 = 36 + 144 = 180 = 49 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{5}}{6} \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{5} \quad x_2 = 1 + \sqrt{5}$$

Тогда сделаем проверку, имея три корня  
у нашего уравнения:  $1; 1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при  $x = 1$

четвертый член равен  $6 - 9 \cdot 1 = -3$

шестой  $(1^2 - 2 \cdot 1)^2 = 1^2 = 1$

десятый  $9 \cdot 1^2 = 9$

$1 - (-3) = 4 = 2d \Rightarrow d = 2$

$9 - 1 = 8 = 4d \Rightarrow d = 2$

} все сходится

при  $x = 1 - \sqrt{5}$

четвертый  $6 - 9(1 - \sqrt{5}) = 9\sqrt{5} - 3$

шестой  $((1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый  $9(1 - \sqrt{5})^2 = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$

$16 - (9\sqrt{5} - 3) = 19 - 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 - 9\sqrt{5}}{2}$

$54 + 18\sqrt{5} - 16 = 38 + 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$   
сходится

при  $x = 1 + \sqrt{5}$

четвертый  $6 - 9(1 + \sqrt{5}) = -9\sqrt{5} - 3$

шестой  $((1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый  $9(1 + \sqrt{5})^2 = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$

$16 - (-9\sqrt{5} - 3) = 19 + 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$

$54 + 18\sqrt{5} - 16 = 38 + 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$   
сходится

Ответ:

$x = 1$

$x = 1 - \sqrt{5}$

$x = 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$3y + 6x = 3(y + 2x)$$

допустим  $y + 2x = t$   
 $\Rightarrow y = t - 2x$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x - 2y = x - 2(t - 2x) = 5x - 2t$$

$$2x - y = 2x - (t - 2x) = 4x - t$$

при этом мы хотим  
 промаксимизировать  
 $t$

$$\Rightarrow \begin{cases} |5x - 2t| \leq 2 \\ |4x - t| \leq 1 \end{cases}$$

заметим, что максимум  
 $t$  будет в одном из ограничений  
 либо  $5x - 2t = -2$   
 или  $4x - t = -4$

$$\textcircled{1} 5x - 2t = -2$$

$$t = \frac{5x + 2}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$$\left| \frac{3x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$x \rightarrow \max$

$$\frac{3x + 2}{2} = 1$$

$$3x + 2 = 2$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

$$\textcircled{2} 4x - t = -1$$

$$t = 4x + 1$$

$$|5x - 2(4x + 1)| \leq 2$$

$$|5x - 8x - 2| \leq 2$$

$$|-3x - 2| \leq 2$$

$$-3x - 2 = -2$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow \max \text{ при } x = 0$$

$$\Rightarrow t = 1$$

$\Rightarrow \max$  выражения

$$3 \cdot t = 3 \cdot 1 = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$m > 0, n > 0$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n) \cdot (m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

допустим  $B = 11p^2 = mn(m+2n+9)$

тогда у нас два числа, которые при перемножении дают  $11p^2$

и это  $1$  и  $11p^2$ ,  $11$  и  $p^2$ ,  $11p$  и  $p$

т.к.  $p$  - простое число и мы не можем разложить его на 2 числа проще  $1$  и  $p$

$\Rightarrow$  (1) случай  $mn = 1$

т.к.  $m$  и  $n$  - натуральные числа

$\Rightarrow m = 1$  и  $n = 1$

$m+2n+9 = 1+2+9 = 12 \neq 11p^2$  т.к.  $12 \nmid 11$

$\Rightarrow$  (2) случай  $mn = 11$

$m=1, n=11$   
 $1+22+9 = 32$

$32 = p^2$   
 $p = 4\sqrt{2}$

не натур.  $\Rightarrow$  не простое

$\Rightarrow$  (3) случай  $mn = 11p$

$m=1, n=11p$

$m+2n+9 = p^2$

$1+22p+9 = p^2$

$21p = p^2 - 10$

не натур.

$\Rightarrow$  (4) случай  $mn = p$

$m=1, n=p$

$m+2n+9 = 11p$

$1+2p+9 = 11p$

$10 = 9p$

$p = \frac{10}{9}$

не натур.

$n=1, m=p$

$p+2+9 = 11p$

$11 = 10p$

$p = \frac{11}{10}$

не натур.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$  ⑤ случай  $mn = p^2$   
 $m = p^2$   $n = 1$   
 $m + 2n + 9 = 11$   
 $p^2 + 2 + 9 = 11$   
 $p^2 = 0$   
 $\uparrow$   
 не натур. ④

$m = p$   $n = p$   
 $3p + 9 = 11$   
 $3p = 2$   
 $p = \frac{2}{3}$  ④  
 $\uparrow$   
 не натур.

$n = p^2$   $m = 1$   
 $1 + 2p^2 + 9 = 11$   
 $2p^2 = 1$   
 $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$   
 $\uparrow$   
 не натур.

$\Rightarrow$  ⑥ случай  $mn = 11p^2$   
 тогда  $m + 2n + 9 = 11$   
 но  $m$  и  $n$  хотя бы один  $\Rightarrow m + 2n + 9$  хотя бы 12  
 $\Rightarrow$  невозм.

$\Rightarrow B \neq 11p^2$   
 $\Rightarrow A = 11p^2$   
 $(m + 2n)(m + 2n - 7) = 11p^2$   
 $m + 2n$  хотя бы 3  $\Rightarrow$  не может равняться 9

①  $m + 2n = 11$   
 $m + 2n - 7 = p^2$   
 $11 - 7 = p^2 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$  ⑤

все пары  $(m, n) =$   
 $(1, 5)$   
 $(3, 4)$   
 $(5, 3)$   
 $(7, 2)$   
 $(9, 1)$

②  $m + 2n = 11p$   
 $11p + 7 = p$   
 $10p = -7$   
 $\text{не натур.}$  ④  
 $p = \frac{-7}{10}$

③  $m + 2n = p$   
 $p - 7 = 11p$   
 $-7 = 10p$   
 $\text{не натур.}$   $p = \frac{-7}{10}$  ④

④  $m + 2n = p^2$   
 $p^2 - 7 = 11$   
 $p^2 = 18$   
 $\text{не натур.}$   $p = 3\sqrt{2}$  ④

⑤  $m + 2n = 11p^2$   
 $11p^2 - 7 = 1$   
 $11p^2 = 8$   
 $p = \sqrt{\frac{8}{11}}$   $\leftarrow$  не натур.

тогда мы знаем, что нам подходят 5 пар  $m$  и  $n$  и  $mn(m + 2n + 9) = 75q^2$ , подставим

①  $(1, 5) \Rightarrow 5(1 + 2 \cdot 5 + 9) = 5 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{20}{3}$  ④

②  $(3, 4) \Rightarrow 12(3 + 2 \cdot 4 + 9) = 240 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{16}{3}$  ④

③  $(5, 3) \Rightarrow 15(5 + 2 \cdot 3 + 9) = 300 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$  ⑤

④  $(7, 2) \Rightarrow 14(7 + 4 + 9) = 14 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{14 \cdot 20}{75}}$   $\Rightarrow$  не натур. ④

⑤  $(9, 1) \Rightarrow 9(9 + 2 + 9) = 9 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{9 \cdot 20}{75}}$   $\Rightarrow$  не натур. ④

Ответ: одна пара  $m = 5$ ;  $n = 3$



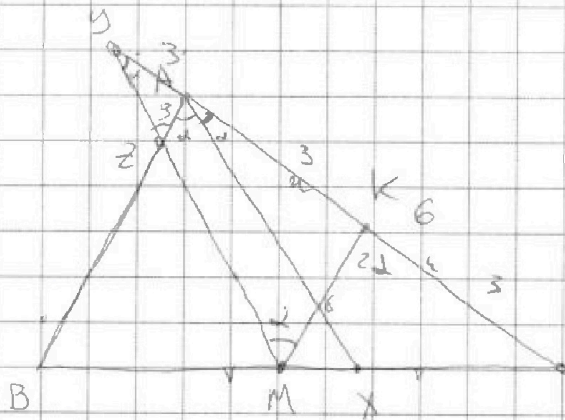
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 14



M - середина стороны BC  
AX - бис-са  
MY || AX  
AC = 6; AZ = 3; YZ = 3

проведем ср. линию  
в  $\triangle ABC$ , ||-к стороне AB  
пусть K - середина  
AC

т.к. пусть  $\angle BAC = 2\alpha$   
тогда  $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$   
т.к. AX - бис-са

т.к. YM || XA  $\Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$

т.к. YM || XA  $\Rightarrow \angle YZA = \angle BAX = \alpha$

$\Rightarrow \triangle ZAY$  - р/б ( $\angle ZYA = \angle ZAY = \alpha$ )

$\Rightarrow YA = AZ = 3$

т.к. KM || AB (KM - ср. линия)

$\Rightarrow \angle BAC = \angle MKC = 2\alpha$

$\Rightarrow$  т.к.  $\angle MKC$  - внешний для  $\triangle KMY$

$\Rightarrow \angle KYM + \angle KMY = 2\alpha$

" $\alpha$ "  $\Rightarrow \angle KMY = \alpha$

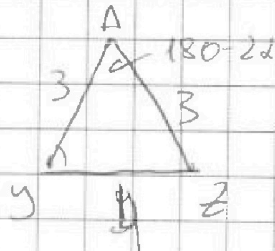
$\Rightarrow \triangle KMY$  - р/б ( $\angle KMY = \angle KYM$ )

$\Rightarrow KM = YK$

$YK = AK + YA = \frac{AC}{2} + YA = \frac{6}{2} + 3 = 6$

$\Rightarrow KM = 6$

Заменим  $\triangle$  cos для  $\triangle YAZ$



$$3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 4^2$$

$$2 = 2 \cdot 9 \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\cos(180 - 2\alpha) = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos(2\alpha) = -\cos(180 - 2\alpha) = -\frac{1}{9}$$



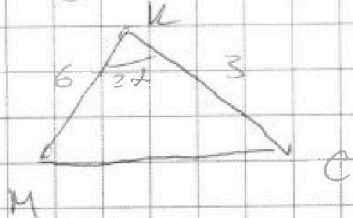
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда запишем  $T \cdot \cos$  для  $\Delta MKC$



$$MC^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cos(27)$$

$$MC^2 = 36 + 9 + \frac{36 \cdot 4}{9} = 49$$

$$MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$$

Т.к.  $M$  - середина стороны  $BC$ , то

$$CM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2CM = 2 \cdot 7 = 14$$

Ответ:  $BC = 14$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
10 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

заметьте, что из второго уравнения если  $x=y$   
подставим в первое уравнение

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-4x^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-x^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{(7-x)(x+2)}\end{aligned}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} (2\sqrt{x+2} + 1)$$

$$\frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1} = \sqrt{7-x}$$

$$x+2 - 7 + x - 2\sqrt{(7-x)(x+2)} = 4(7-x)(x+2)$$

$$2x-5 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
8 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего карт -  $\frac{121 \cdot 120}{2}$ , т.к. всего узлов - 121  
(11 \* 11)

и мы выбираем

из них один и из оставшихся 120 узлов  
выбираем еще один

а потом делим на 2, т.к. каждую карту  
мы посетим 2 раза

Всего карт  $121 \cdot 60 = 7260$

из них 60 - в первой группе

и 7200 во второй

тогда во второй группе кол-во способов:

$\frac{7200}{4}$  (т.к. у каждого способа + 3 карты)

$$\frac{7200}{4} = 1800$$

а в первой группе:

$$\frac{60}{2} \text{ (т.к. у каждого способа + 1 карта)}$$
$$= 30$$

Всего способов для группы + 200

$$1800 + 30 = 1830$$

Ответ: 1830 способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №6

Заметим, что у нас есть ровно две конфигурации пар. Когда при поворотах (чет) у нас образуется 3 новых пары замкнутых узлов и когда образуется одна, у нас не может образоваться 0 новых пар, т.к. тогда у нас при повороте квадрата 2 точки должны перейти друг в друга, т.к. хотя бы одна из точек должна иметь свое расположение относительно центра квадрата, при этом шаг  $1/4 \Rightarrow$  через аналогично про две пары.

Тогда разобьем наши пары точек на 2 группы: 1ая при повороте 41 новая пара и 2ая: при повороте + 3 новых пары.

Тогда заметим, что точки из первой пары обязательно должны быть симметричны друг другу относительно центра, иначе будет + больше новых пар. Посчитаем сколько таких пар будет. Если бы мы взяли для маленького квадрата  $2 \times 2$  их бы было



всего 4

(это количество всех узлов на границе квадрата, т.к. каждый узел на границе соединяется с другим узлом на границе)

для квадрата  $4 \times 4$  было бы

$$\frac{10 \cdot 6}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

заметим, что для всех узлов квадрата  $10 \times 10$  это сумма

узлов на границах квадратов  $2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 8 + 10 \times 10 + 1$  (центральный узел)

тогда на-во пар в той группе будет

$$4 + 8 + 12 + 16 + 20 = 60$$

$2 \times 2$   $4 \times 4$   $6 \times 6$   $8 \times 8$   $10 \times 10$

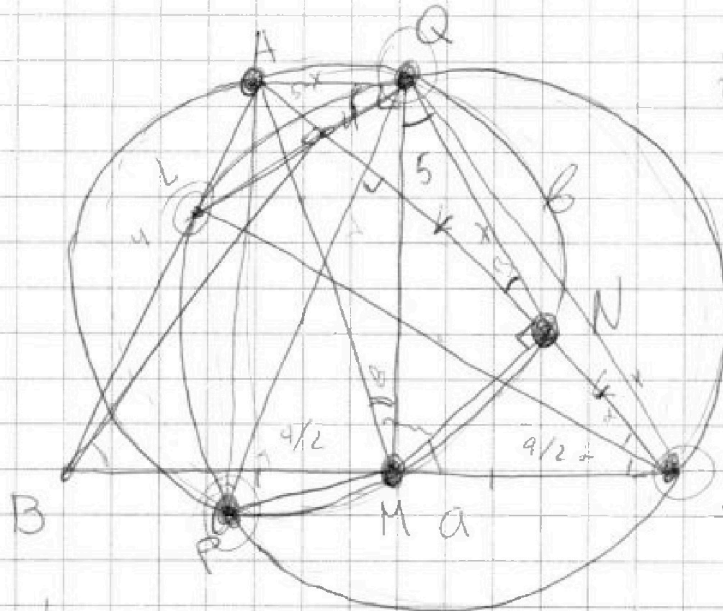


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\Omega - AM$   
 $N - CL$   
 $PQ \parallel BU$

$AC \perp BC$

$AB = 4$   
 $AN = 5$

$$\frac{3x-2}{2} = 1$$

$$3x-2=2$$

$$3x=4$$

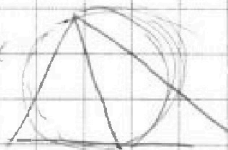
$$x = \frac{4}{3}$$

$$4 = \frac{5}{2}$$

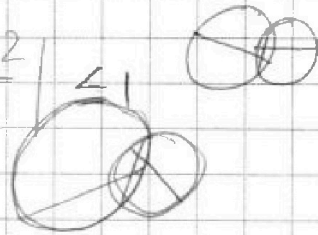
$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$2x + y = t$$

$$y = t - 2x$$



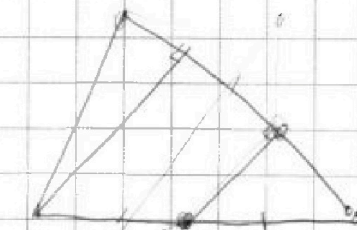
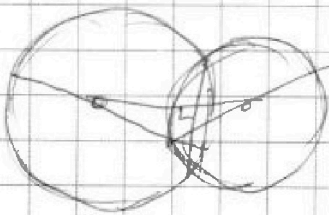
$$\left| \frac{3x-2}{2} \right| \leq 1$$



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 2y = -2$$

$$\left| \frac{1}{2} - 2y \right| \leq 2$$



$$\left| 1 - y \right| \leq 1$$

$$2x - t = 2x$$

$$4x - t$$

$$5 = \frac{4}{3} + 2$$

$$3 = \frac{5}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = 2t$$

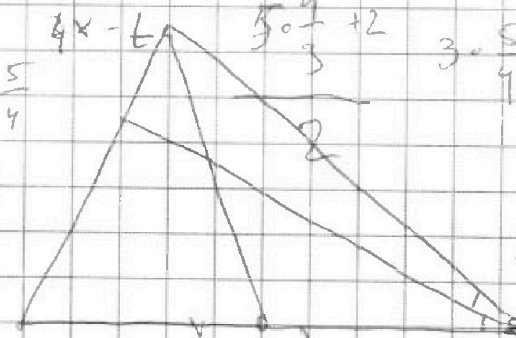
$$\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{5}{4}$$

$$5x - 2t = -2$$

$$t = \frac{5x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x+2}{2} \right| \leq 1$$



$$t =$$

$$x = \frac{4}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{s}{h+2h+2} = x$$

$$2\sqrt{2} = t + \sqrt{\frac{s}{h+2h+2}}$$

$$h+2s+2h = f$$

$$\sqrt{h+2s+2h} = \sqrt{h+2sx+2h}$$

$$x+2 = \sqrt{h+2sx+2h}$$

$$82-8h+2h-x+2+9s = (h+2)(2+x)$$

$$82-8h+2h-x+2+9s = (h+2)(2+x)$$

$$\begin{array}{r} 2- \\ 61- \\ \hline 2- \\ 57s- \end{array}$$

$$(2+x)(x-2) = 2x-4$$

$$2x-4 = 2x-4$$

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{2-x}$$

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{2-x}$$

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{2-x}$$

$$D = 25 + 14.4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

$$m+2n = 11$$

1	5	7
2	4	7
5	3	7
7	2	7
9	1	7

$$m+2n+7 = p^2$$

$$11-7 = p^2$$

$$p = 4$$

$$m+2n = 11p$$

$$11p - 7 = p$$

$$10p = 7$$

$$\textcircled{x} m+2n = 11p^2$$

$$m+2n = p$$

$$p \cdot 7 = 11p \textcircled{x}$$

$$m+2n-7 = 1$$

$$m+2n = 8$$

2	3
4	2
6	1

$$5 \cdot 5 = 3$$

$$2x = 8h + 9z + h^2$$

$$x = \frac{8h + 9z + h^2}{2}$$

$$\textcircled{1} 2x + 5z$$

2	2	2
8	h	h
0	8	1
2	6	2
2	2	8

$$75 \cdot 5$$

$$15 \cdot 5$$

$$15 \cdot 7$$

$$25 \cdot 3$$

$$\frac{3}{r} = (p^2 - 28) \cos \alpha$$

$$\frac{3}{r} = 7 \cos 2\alpha$$

$$6 \cos 2\alpha = 2$$

$$18 - 6 \cos 2\alpha = 16$$

$$= h^2$$

$$3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cos 2\alpha =$$

$$\frac{CM}{c} = \frac{h^2}{c}$$

$$\frac{AC}{c} = \frac{5A}{AB} = \frac{MX}{BX}$$

$$14 \cdot 11$$

$$7 \cdot 7 \cdot 5$$

$$\frac{3}{4} = \frac{h^2}{5A}$$

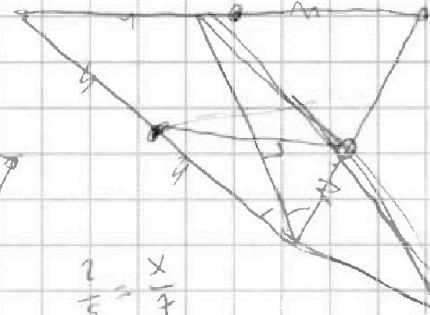
$$h^2 = 4$$

$$h = 2$$

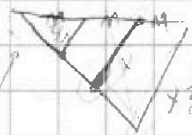
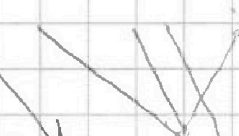
$$A = 3$$

$$AC = 6$$

$$\textcircled{6} \quad \textcircled{3}$$



$$\frac{x}{2} = \frac{h}{3}$$

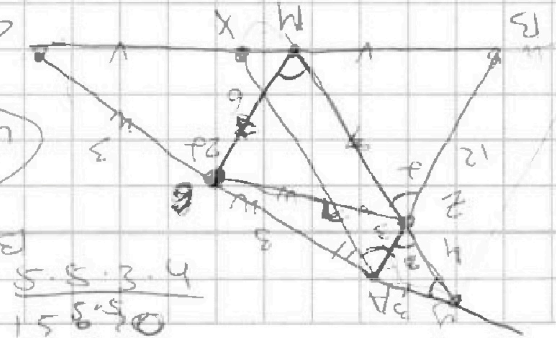


$$h \cdot 5 \cdot 5$$

$$3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5$$

$$12 \cdot 20$$

$$B = 21$$



$$0.5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$h \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

*уравнение*  
 $y \in [0; 7]$   
 $x \in [0; +\infty)$

$$x^3 + 3x - 2\sqrt{y} = y^3 - 2\sqrt{x} + 3y$$

$$x^3 + 3x + 2\sqrt{x} = y^3 + 3y + 2\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 60 \\ \hline 7200 \end{array}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 3(y-x) + 2(\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$3(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) + 2(\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

Вариант  $\rightarrow \frac{121-120}{2} \neq x$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(3\sqrt{y} + 3\sqrt{x} + 2)$$

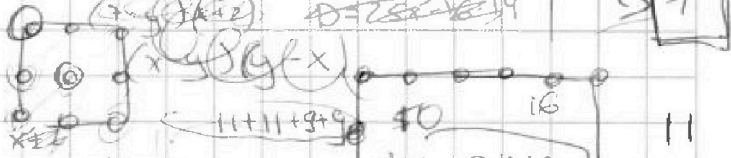
$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) = 3\sqrt{y} + 3\sqrt{x} + 2$$

$9+9+7+2 = 18+14 = 32$

$$(7-y)(x+2) = 7x + 14 - yx - 2y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x+y^2}$$

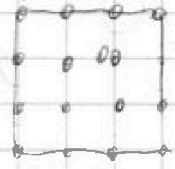
$$y^2 + 5x + 14 = 16$$



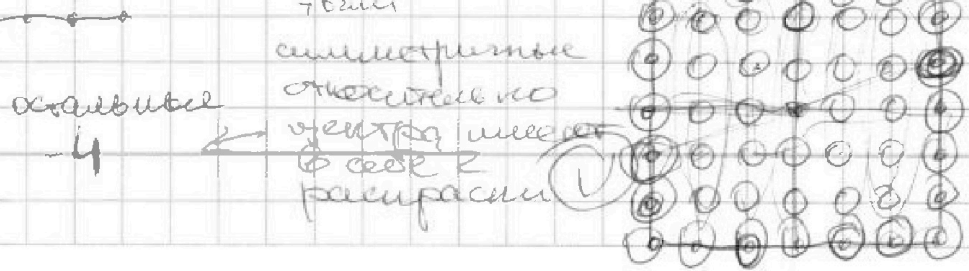
- 2x2  $\rightarrow 4$
- 4x4  $\rightarrow 8$
- 6x6  $\rightarrow 12$
- 8x8  $\rightarrow 16$
- 10x10  $\rightarrow 20$

$$x(x^2 + 3x + 2) = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) - 3(\sqrt{y} + \sqrt{x}) - \sqrt{2} = 0$$



$$(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x^2 + xy + y^2 - 3) = \sqrt{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solutions on a grid background. The page is filled with various equations, diagrams, and annotations.

**Top Left:**  $d = 11 + 11p$ ,  $d = 10 + 2p$ ,  $m = 11$ ,  $n = 11$ ,  $m = 11$ ,  $n = 11$ ,  $m = 11$ ,  $n = 11$ .

**Top Right:**  $d = 10 + 2p$ ,  $d = 11 + 2p$ ,  $m = 11$ ,  $n = 11$ ,  $m = 11$ ,  $n = 11$ .

**Center:**  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ .

**Bottom Left:**  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ .

**Bottom Center:**  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ .

**Bottom Right:**  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ ,  $m + 2n + 9 = 11p$ .

**Diagrams:** A 3x3 grid of dots is drawn in the bottom left corner. There are several circular and rectangular annotations throughout the page.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$6-9x$      $(x^2-2x)^2$      $9x^2$      $6d$   
 $a_1+3d$      $a_1+5d$      $4d$      $a_1+9d$

$(x^2-2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$   
 $9x^2 - 4x^3 + 4x^2 - x^4 = 5x^2 - x^4 + 4x^3 = 4d$

$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x = 2d$

$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 - x^4 + 4x^3$   
 $3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$

$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \mid x-1$   
 $3x^3 - 9x^2 - 6x + 12$   
 $(x-1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$

$3x^3 - 9x^2 - 6x + 12 \mid x-1$   
 $3x^2 - 6x - 12$   
 $(x-1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$   
 $0 = 36 + 12^2$   
 $6 \pm 2\sqrt{45}$

$6-9$   
 $-3$   
 $a_1+3d$      $a_1+5d$      $a_1+9d$   
 $4d=4$      $8$

$9x^2 + 9x - 6 = 5x^2 - 4x - 4x^3$   
 $4x^3 + 9x^2 + 13x - 6 = 0$   
 $(3-2\sqrt{45})^2 = 9 + 180 - 12\sqrt{45} - 6 + 4\sqrt{45}$   
 $(183 - 8\sqrt{45})^2$

$|x-2y| \leq 2$      $3y + 6x \rightarrow \max$   
 $|2x-y| \leq 1$      $x-2y \in [-2, 2]$      $x \leq 2+2y$   
 $x-2y \geq 0$      $2x-y \in [-1, 1]$      $x \leq \frac{1+y}{2}$   
 $x-2y \leq 2$      $|x-2y| \leq 2$      $3(y+2x)$   
 $x \leq 2+2y$      $(x-2y)^2 \leq 4$   
 $2x-y \leq 1$      $(x^2 - 4yx + 4y^2) \leq 4$   
 $2x \leq 1+y$      $(4x^2 - 4yx + 4y^2) \leq 4$   
 $8yx \rightarrow \max$      $4x^2 - 4yx + y^2 - x^2 + 4yx - 4y^2$   
 $y^2 + 4x^2 \leq 1 + 4yx$      $3x^2 - 3y^2 \leq 3$   
 $x^2 + 4y^2 \leq 4 + 4yx$      $x^2 - y^2 \leq 1$   
 $(x^2 + 4y^2 - 4) - 2 \leq 8yx$      $(x-y)(x+y) \leq 1$   
 $x^2 - 4yx + 4y^2 \leq 4$      $4x^2 + 4yx + y^2 \leq 1 + 8yx$

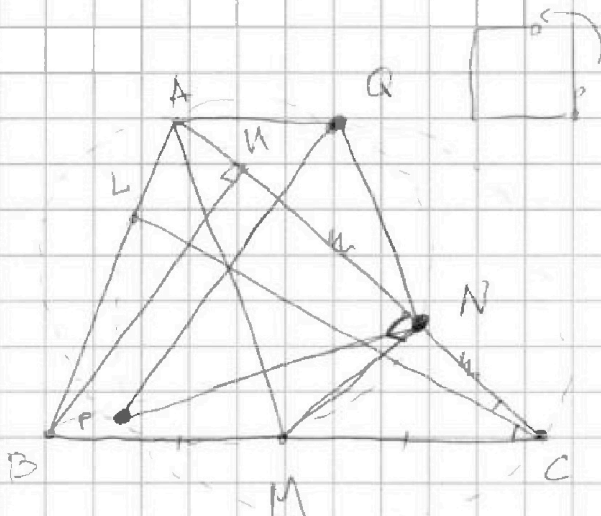


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1     2     3     4     5     6     7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AM = \sqrt{2}$     и а  
 $CL = W$     диаметры

$PQ \parallel BN$   
 $AC, BC - ?$

$AB = 4$   
 $AN = 5$

$54 - 9 = 45$   
 $16 - 12 - 9 = -3$   
 $6 - 9 + 9\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - 3$   
 $54 + 18\sqrt{5}$   
 $16 + 3 + 9\sqrt{5} = 19 + 9\sqrt{5}$   
 $6 - 9 - 9\sqrt{5} = -9 - 9\sqrt{5}$   
 $54 + 18\sqrt{5}$   
 $16 + 3 + 9\sqrt{5}$   
 $6 - 9 - 9\sqrt{5}$

$3x^4 - 6x^3 - 12x^2 - 6x + 12x^2 + 24x + 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12$   
 $(x^2 - 2x + 4)(3x^2 - 6x - 12)$   
 $(x - 1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$   
 $3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$   
 $9x^2 + 9x - 6 = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18$   
 $9x^2 + 9x - 6 = \frac{3}{3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including various equations and algebraic manipulations. The work is organized into several sections, some of which are circled or boxed.

**Top Section:** Contains several equations and expressions, including  $(14-t)(7-y)$ ,  $(14-5x-h)$ , and  $3+4+5+5+4+3$ . There are also circled numbers 15, 16, and 17.

**Middle Section:** Features a large equation  $25x^2 - 20xt + 4t^2 = 4$  and other related expressions like  $16x^2 - 8xt + t^2 = 1$ . There are also circled numbers 18, 19, and 20.

**Bottom Section:** Includes a system of equations  $\begin{cases} |x-2y| \leq 1 \\ |x-y| \leq 1 \end{cases}$  and other algebraic steps. There are also circled numbers 21, 22, and 23.

The work shows a progression of algebraic steps, including factoring, substitution, and solving for variables. Some parts are crossed out or corrected.