



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Первый член арифм. прогр. -  $a$ , разность -  $d \Rightarrow a+d=12-12x$

$$a+3d = (x^2+4x)^2, \quad a+d = (-6x^2) \Rightarrow a+d - a+d = 6d =$$

$$= -6x^2 - 12 + 12x \Rightarrow d = -x^2 - 2 + 2x. \quad a+3d = a+d+2d =$$

$$= 12 - 12x - 2x^2 - 4 + 4x = 8 - 8x - 2x^2 = (x^2 + 4x)^2 \quad (\text{т.к. } a+3d = (x^2+4x)^2)$$

Тогда  $8 - 2(x+4)x = (x(x+4))^2 \Rightarrow 8 = x(x+4)(x(x+4)+2)$ . Пусть

$$t = x(x+4). \quad \text{Тогда } 8 = t(t+2) \Rightarrow t^2 + 2t - 8 = 0.$$

$$D = 2^2 + 8 \cdot 4 = 36 \Rightarrow t_1 = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2} = 2, \quad t_2 = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2} = -4.$$

$$1) \quad x(x+4) = 2 \Rightarrow x^2 + 4x - 2 = 0 \quad D = 16 + 8 = 24 \Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{24}}{2} =$$

$$= \sqrt{6} - 2, \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{24}}{2} = -\sqrt{6} - 2 \quad (\text{все пересечения тождественны})$$

$\Rightarrow$  такие  $x$  подойдут)

$$2) \quad x(x+4) = -4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 = (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2. \quad (\text{все пересечения}$$

тождественны  $\rightarrow$  такой  $x$  подойдет)

\*  $t \in [-4; +\infty)$ , т.к. мин у  $x(x+4)$  достигается при  $-\frac{4}{2} = -2$ ,

т.е. ОК  $-4$ .

Ответ:  $x \in \{-2, -\sqrt{6} - 2, \sqrt{6} - 2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

1)  $2x \geq 3y$  и  $3x \geq 2y$

$$\begin{cases} 2x \leq 3y + 6 & \textcircled{1} \\ 3x \leq 2y + 4 \end{cases} \quad x \geq \frac{2}{3}y \quad \text{и} \quad \frac{3}{2}y + 3 \geq 2x \textcircled{2} \Rightarrow$$

тогда  $\frac{3}{2}y + 3 \geq \frac{2}{3}y \Rightarrow 3 \geq -\frac{5}{6}y \Rightarrow 18 \geq -5y \Rightarrow y \geq -\frac{18}{5}$

$3x \geq 2y \Rightarrow 3x \geq -\frac{36}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{12}{5}$ . Тогда  $10x + 5y \geq \frac{10 \cdot 12}{5} - \frac{18 \cdot 5}{5}$

$= -24 - 18 = -42$ . Тогда проверим эти  $x$  и  $y$ .

$|\frac{-24}{5} + \frac{34}{5}| = 6$  и  $|\frac{-36}{5} + \frac{2 \cdot 36}{5}| = 0 \leq 4$

2)  $2x \geq 3y$   $2y \geq 3x$

$$\begin{cases} 2x \leq 3y + 6 & 2x \leq 3y + 6 \Rightarrow 3x \leq \frac{6}{2}y + 9 \Rightarrow 3x + 4 \leq \frac{6}{2}y + 13 \Rightarrow \\ 2y \leq 3x + 4 & \Rightarrow \frac{6}{2}y + 13 \geq 3x + 4 \geq 2y \Rightarrow y \geq -\frac{26}{5} \Rightarrow \end{cases}$$

$\Rightarrow 3x + 4 \geq 2y \Rightarrow 3x \geq -\frac{52 + 20}{5} = -\frac{48}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{48}{5}$

~~$\frac{48}{5} - 26 = -\frac{48}{5}$ . Тогда проверим эти  $x$  и  $y$   $|\frac{-48}{5} + \frac{28}{5}| = 6$~~

~~$\frac{48}{5} = 2$  ко при этом  $2x \leq$  Тогда  $10x + 5y \geq -48 - 26 =$~~

~~$= -74$ . Проверим эти  $x$  и  $y$   $|\frac{-48}{5} + \frac{52}{5}| \leq 4$  и  $|\frac{-48}{5} + \frac{42}{5}| < 6$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} 3y \geq 2x \\ 3x \geq 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y \leq 2x + 6 & 2x + 6 \geq 3y \Rightarrow x \geq \frac{3y - 6}{2} \Rightarrow 2y + 1 \geq 3x \geq \\ 3x \leq 2y + 4 & 2y + 4 \geq \frac{4}{3}y - 8 \Rightarrow \frac{5}{2}y \leq 13 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow y \leq \frac{26}{5} \quad 3y \geq 3y - 6, \text{ что правда, } \frac{5}{2}y - 4 \geq 2y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}y \geq 4 \Rightarrow y \geq \frac{8}{5} \Rightarrow 2x + 6 \geq \frac{51}{5} \Rightarrow 2x \geq \frac{21}{5} \Rightarrow$$

$$x \geq \frac{12}{5} \Rightarrow \text{то же самое или группа случаев с его отня}$$

4) Попробую, что здесь  $x \geq \frac{24}{5}$  и  $y \geq \frac{26}{5}$ , т.к.

этот случай противостоит 2)  $\Rightarrow$  (или вообще

$$3y \geq 2x \text{ и } 2y \geq 3x \quad \text{это невозможно}$$

$10x \leq 5y$ , а мы видим обратн.

Ответ: -ув (случай 2)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

пусть  $t = m - 2n$  (покажем, что тогда  $t \in \mathbb{Z}$ ), а  $mn = k$

(покажем, что  $k \in \mathbb{N}$ ). Тогда  $A = t(t + 13)$ .  $B = k(t - 2)$

1)  $A = 15p^2$ . Тогда  $t(t + 13) = 15p^2$ . ~~Покажем~~ покажем, что  $t$  и  $t + 13$  разной чётности, т.к. 13 нечётн (~~4+k=k, k+k=4~~).

Тогда  $15p^2$  чётное  $\Rightarrow p$  чётное  $\Rightarrow p = 2$ , т.к.  $p$  простое.

$$\text{Тогда } t^2 + 13t - 68 = 0 \quad D = 169 + 68 \cdot 4 = 441 = 21^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-13 + \sqrt{441}}{2} = 4, \quad t_2 = \frac{-13 - \sqrt{441}}{2} = -14.$$

$$1) t_1 = 4 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = k(t - 2) = 15q^2 \Rightarrow k(t - 2) = 2k$$

$$2k = 15q^2 - 2k \Rightarrow q = 2 \text{ (т.к. } 15q^2 \text{ чётное и } q \text{ простое)} \Rightarrow k = 30. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m = 2n + 4 \end{cases} \Rightarrow (2n + 4)n = 30 \Rightarrow 2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$D = 16 + 30 \cdot 8 = 256 = 16^2 \Rightarrow n_1 = \frac{-4 + \sqrt{256}}{4} = 3, \quad n_2 = \frac{-4 - \sqrt{256}}{4} = -5,$$

$$\text{но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2) t_2 = -14 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\phantom{x}} \\ \phantom{x} \end{cases} \Rightarrow m - 2n = -13 \Rightarrow k \cdot (t - 2) = -13k = 15q^2.$$

$k \in \mathbb{N}$ ,  $15q^2 \in \mathbb{N} \Rightarrow -13$  делится на  $\mathbb{N}$ , но это не так. Противоречие

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A=15q^2 \Rightarrow t(t+13)=15q^2 \Rightarrow q=2 \text{ (мы уже завершили,}$$

$$\text{что } t \text{ и } t+13 \text{ разной чётности} \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow$$

$$q=2, \text{ т.к. } q \text{ простое} \Rightarrow t^2+13t-60=0 \quad D=169+60 \cdot 4=409$$

$$\text{Тогда } t_1 = \frac{-13+\sqrt{409}}{2}, \quad t_2 = \frac{-13-\sqrt{409}}{2}, \text{ но } \sqrt{409} \text{ иррациональное}$$

т.к. 409 не квадрат ~~целого~~ числа (т.к. 409  $\in \mathbb{N}$  оно

не может быть квадратом целого числа, которое является

рациональным). Тогда, т.к.  $t \in \mathbb{Z}$ , такого  $t$  не существует.

т.

$$\text{Ответ: } n=3, m=10$$



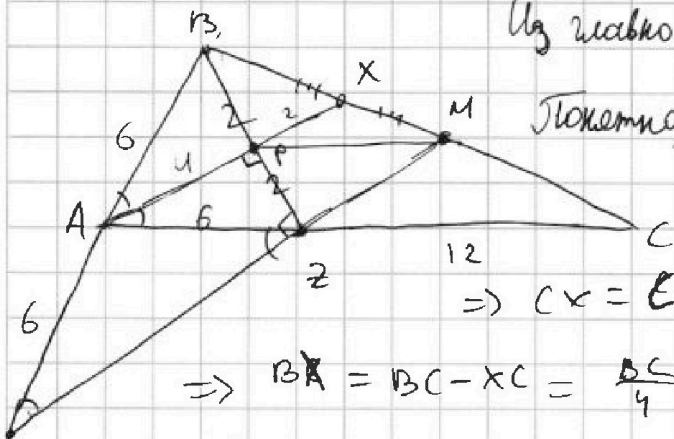
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Из данного св-ва Бисс.:  $\frac{CX}{BX} = \frac{AC}{AB}$   
 $CZ=12$ , т.к.  $CZ=AC-AZ$   
 Показано, что  $\frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA}$  (Измер. Паллеса)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CM}{MX} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow MX = \frac{CM}{2} = \frac{BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = CM + MX = \frac{BC}{2} + \frac{BC}{4} = \frac{3BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BX = BC - CX = \frac{BC}{4} \Rightarrow \frac{CX}{BX} = \frac{\frac{3}{4}BC}{\frac{1}{4}BC} = \frac{3}{1} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{AC}{BA} = \frac{3}{1} \Rightarrow AB=6$ . (т.к.  $AC=18$ ).  $MY \parallel AX \Rightarrow \angle BAX =$   
 т.к.  $AX$  бисс.  $\angle BAC$ .

$$= \angle BYM, \text{ так как } \angle BAX = \angle XAZ = \angle AZY \Rightarrow \angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow AZ = AY \Rightarrow$$

$AY=6$ . Тогда  $AB=AY=AZ=6 \Rightarrow \angle BZY = 90^\circ$  (т.к. медиана равна

половине гипотенузы).  $P = BZ \cap AX$ . тогда показано, что

$$\angle APB = \angle YZB = 90^\circ \Rightarrow \text{(т.к. } AP \text{ - бисс.) } BP = PZ. \text{ Тогда } AP = \frac{1}{2} YZ =$$

$= 4$ , т.к.  $A$  - середина  $YB$  и  $P$  - середина  $BZ$ .  $\Rightarrow AP$  - ср. линия  $\triangle$

$\triangle BYZ \parallel YZ$ , т.к.  $M$  - середина  $BC$ ,  $PM \parallel CZ \Rightarrow PM = \frac{1}{2} CZ = 6$ ,

т.к.  $PM$  - ср. линия  $\triangle BZC$ ,  $\parallel CZ$ . Тогда  $PM \parallel AZ$  и  $PM = AZ \Rightarrow$

$\Rightarrow \square APMZ$  - параллелограмм  $\Rightarrow MZ = 4$ .  $X$  - середина  $BM$ , т.к.

$$MX = \frac{1}{4} BC \text{ и } BX = \frac{1}{4} BC. \Rightarrow PX = \frac{1}{2} ZM = 2, \text{ т.к. } PX \text{ - ср. линия}$$

$$\triangle BZM, \parallel ZM. BP^2 + AP^2 = AB^2 \text{ по теор. Пифагора } \Rightarrow 6^2 - 4^2 =$$

$$= BP^2 \Rightarrow BP^2 = 20 \Rightarrow BP = 2\sqrt{5}. \text{ Тогда } BX^2 = BP^2 + PX^2 = 20 + 4 = 24 \Rightarrow BX = 2\sqrt{6}.$$

$$BX = \frac{1}{4} BC \Rightarrow BC = 8\sqrt{6} \text{ Ответ: } 8\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

Всего узлов в этом квадрате:  $8 \cdot 8 = 64$ , т.к. на каждой ~~стороне~~ строке сетки по 8 узлов, а столько же строк 8.

Тогда заметим, что если выбравшие 2 ~~более~~ точки не центральные симметричны, то ~~кажд~~ такая же, как выбранная, попарно - 64: поворот на  $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 0^\circ$ .

Почему, что все они различны без учета поворота, т.к.

1) ~~такая же~~ точка 1 совпадает с точкой 2 при повороте

на  $\pm 90^\circ$ . Тогда заметим, что при таком повороте вторая

точка не попадет впервые, т.к.  $|90+90| < 360$  и  $|-90+(-90)| < 360$ .

При ~~кажд~~ повороте ~~на  $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$~~  1 попадет туда,

где была ~~пер~~ 2-ая ~~на~~ после предыдущего поворота, а

~~пер~~ а вторая не туда, где была первая после ~~пред~~ поворота

на  $90^\circ \Rightarrow$  все различны без учета поворота.

2) 1 не совп. при любом из наших поворотов со второй

В этом случае очевидно без учета поворота все различны,

т.к. тогда первая не попадает где вторая, а вторая - где

первая





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пор центральносимметричные - 32, т.к. каждой точке состав. равно 1, а всего их 64, тогда поймем, что у центр симм всего 2 картинны после поворотов на  $0^\circ, 90^\circ, 270^\circ$  и  $270^\circ$ , т.к.  $0^\circ$  и  $180^\circ$  совп и  $90^\circ$  и  $270^\circ$  совп (т.к. центр симметрии = поворот на  $180^\circ$  окр. центра)

$$\text{Тогда общ число рисунков} - \frac{C_{64}^2 - 32}{4} + \frac{32}{2} = 6 \frac{C_{64}^2}{4} + 8 =$$
$$= \frac{32 \cdot 63}{4} + 8 = 8 \cdot 64 = 512. \text{ т.к. } C_{64}^2 - \text{всех пар}$$

~~всех~~ парок.  $\Rightarrow$  не центр симм -  $C_{64}^2 - 32$  их мы посчитали

4 раза. 32 центр симм - их посчитали 2 раза.

Ответ: 512.

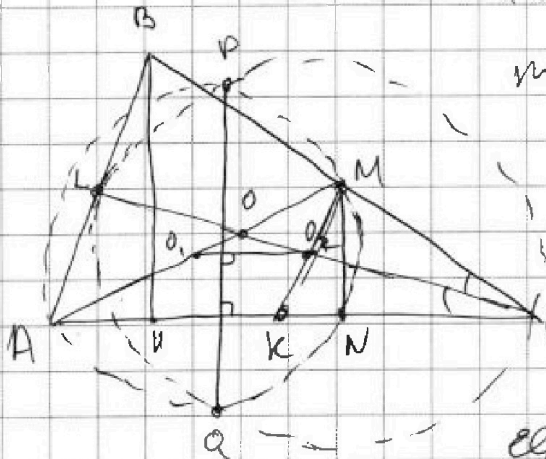
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!



$PQ \parallel BV$ , где  $BV$  - высота  $\Rightarrow PQ \perp AC$ ,

т.к.  $BV \perp AC$ .  $O_1$  - середина  $AM$ ,

$O_2$  - середина  $CL$ . Тогда  $O_1O_2 \perp$

$PQ$ , как линии центров  $\Rightarrow$

$\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$ , при этом  $O_1$  и  $O_2$  -

середины  $AM$  и  $CL$  соотв.  $\Rightarrow LM \parallel AC$ ,

~~т.к. два отрезка концы отрезка отс. концы~~

~~отрезка и линии~~ т.к. пусть  $O$  - пересек

по теор. Палеса

$$AM \text{ и } CL \Rightarrow \frac{OO_1}{OA} = \frac{OO_2}{OC} = \frac{OO_1}{OA} = \frac{OO_2}{OC} \Rightarrow \frac{OO_1 + OA}{OO_1} = \frac{OO_2 + OC}{OO_2}$$

т.к.  $O_1M = OA$  и  $O_2L = OC$ .

$$\Rightarrow \frac{OO_2}{O_2C} = \frac{OO_1}{O_1A} \Rightarrow \frac{OO_1}{O_1M} = \frac{OO_2}{O_2L} \Rightarrow O_1O_2 \parallel LM \text{ по обратн. теор.}$$

Палеса. Тогда  $ML \parallel AC \Rightarrow L$  - середина  $AB$ , т.к.  $M$  - середина

$BC \Rightarrow ML$  - ср. линия  $\parallel AC \Rightarrow L$  - середина  $AB. \Rightarrow BC = AC$ ,

т.к.  $CL$  - бисс и медиана.  $K$  - середина  $AC$ . Пусть  $BC = 2x$ .

Тогда  $MC = CK = x$ .  $AN = 5$ ,  $AK = KC = x \Rightarrow KN = 5 - x$ .  $MK$  -

ср. линия в  $\triangle ABC$ ,  $\parallel AB \Rightarrow MK = \frac{AB}{2} = 3. \Rightarrow MN^2 = 3^2 - (5 - x)^2 =$

$= 9 - 25 + 10x - x^2 = -x^2 + 10x - 16$  по теор. Тогда для  $\triangle MNK$ ,

$\angle MNK = 90^\circ$ , т.к.  $AM$  - диаметр и  $N \in \Omega$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теор. Пифагора для  $\triangle MNC$   $MN^2 = MC^2 - NC^2 = x^2 - (x-5+x)^2 =$

$$= x^2 - 4x^2 + 20x - 25 = -3x^2 + 20x - 25. \text{ Тогда } -x^2 + 10x - 16 = MN^2 =$$

$$= -3x^2 + 20x - 25 \Rightarrow -x^2 + 10x - 16 = -3x^2 + 20x - 25 = 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 16 = 20x - 25 \Rightarrow 2x^2 - 10x + 9 = 0 \quad D = 100 - 9 \cdot 2 \cdot 4 = 28 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{10 + \sqrt{28}}{4} = \frac{5 + \sqrt{7}}{2}, \quad x_2 = \frac{10 - \sqrt{28}}{4} = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}, \text{ но } \frac{5 - \sqrt{7}}{2} < 2$$

т.к.  $5 < 4 + \sqrt{7}$ , т.к.  $\sqrt{7} > 2 \Rightarrow MK < KN$ ; т.к.  $MK = 3$ ,  $AKN = 5 - x >$

$> 5 - 2 = 3$ , но при этом  $MK$  - ширина угла при верш.  $M$  в  $\triangle MNK$ .

Противоречие. Тогда  $x = \frac{5 + \sqrt{7}}{2} \Rightarrow BC = AC = 2x = 5 + \sqrt{7}$

Ответ:  $AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$y = -\frac{20}{5}$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$2x \geq 3y$$

$$2y \geq 3x$$

$$1) \ 2x \geq 3y \Rightarrow 2x \geq 2y \quad \& \quad 3x \geq 2y$$

$$3y \leq 2x \leq 3y + 6 \quad | -\frac{3}{2}$$

$$2y \leq 3x \leq 2y + 4 \quad | -\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}y + 2$$

$$\frac{1}{2}x \leq 2,5x \leq 50 \Rightarrow x \leq 0$$

$$-3x \leq -\frac{9}{2}y + 9$$

$$2x \geq 3y$$

$$2y + 4 \geq 3x \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3}y + \frac{8}{3} \geq 2x$$

$$2y + 4 - \frac{9}{2}y - 9 \geq 0$$

$$\frac{2}{3}x \geq y \quad | \cdot 3$$

$$\frac{4}{3}y + \frac{8}{3} + 6 \geq$$

$$2,5y + 5 \leq 0$$

$$x = y = 0$$

$$15y + 30 + 15y$$

$$3x \leq 2y + 4$$

$$y + 2 \leq 0$$

$$20y + 30 \leq 10x + 5y \leq 20y + 30$$

$$y \leq -2$$

$$x \leq \frac{3}{2}y + 3$$

$$\frac{9}{2}x \leq 3y \leq 2x + 6$$

$$\frac{183 - 64}{15} =$$

$$= \frac{156 + 14}{15} = \frac{170}{15} =$$

$$\frac{13}{2}y \leq \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$\frac{9}{2}x - 2x \leq 6$$

$$\frac{5}{6}y - \frac{2}{3}y \leq \frac{4}{3}$$

$$y \leq$$

$$\frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{3}{2}y + 3$$

$$y = -10$$

$$x = \frac{3y - 6}{2}$$

$$\frac{2y}{3} - \frac{3}{2}y \leq 3$$

$$2x \geq -36$$

$$3y - 6 \leq 2x \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

$$-\frac{5}{6}y \leq 3$$

$$x \geq -18$$

$$-5y \leq 18$$

$$3x \geq -\frac{36}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{12}{5}$$

$$y \geq -\frac{18}{5}$$

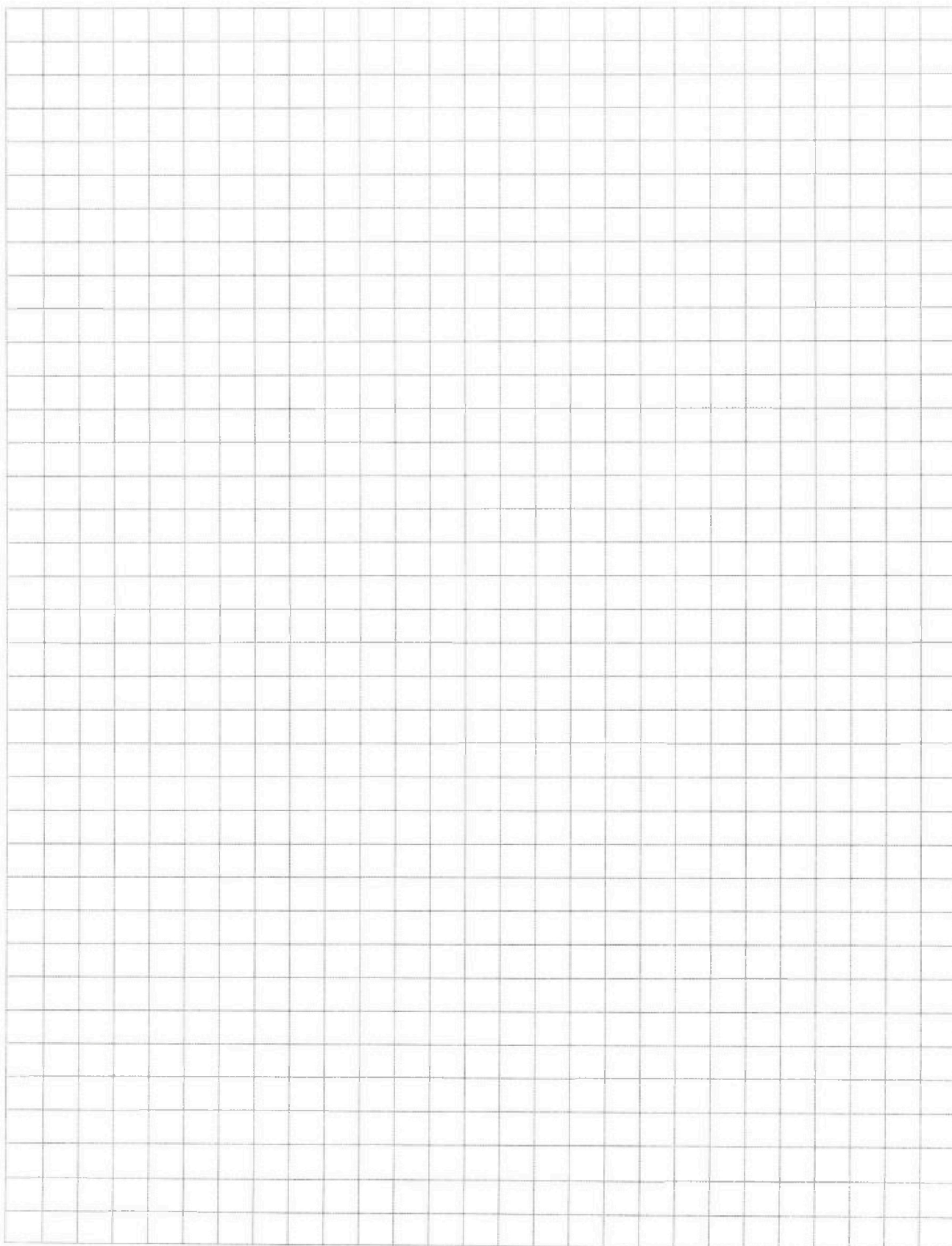


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 + 24 = 36 \quad ((-2)^2 + 4 \cdot (-4))^2 = (-4)^2 = 16$$

$$-6 \cdot (-2)^2 = -24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 36 & 24 & 16 & 6 & -4 & -14 & -24 & \\ +1 & \xrightarrow{+3} & & & & & & +8 \end{array}$$

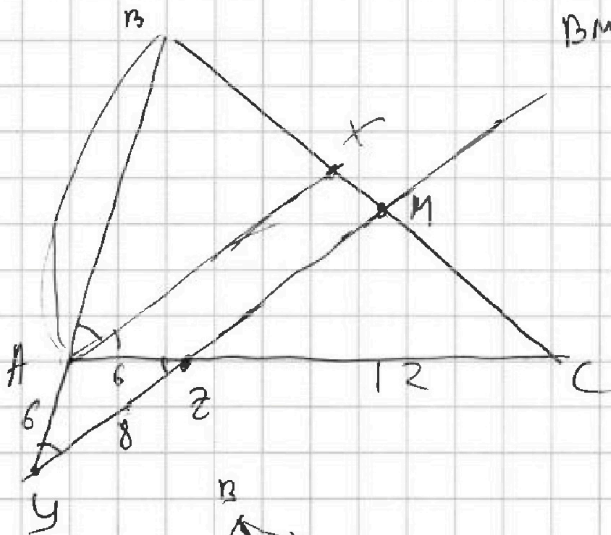
$$12 - 12(\sqrt{6} - 2) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$((\sqrt{6} - 2)^2 + 4(\sqrt{6} - 2))^2 = (6 + 4 - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 9$$

$$-6(\sqrt{6} - 2)^2 = -6(6 + 4 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$d = -x^2 - 2 + 2x = -(\sqrt{6} - 2)^2 - 2 + 2\sqrt{6} - 4 = -10 + 4\sqrt{6} - 2 - 4 + 2\sqrt{6} = -18 + 6\sqrt{6}$$

$$36 - 12\sqrt{6} \rightarrow$$



$$BM = MC$$

$$\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB}$$

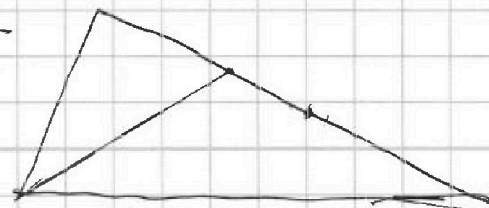
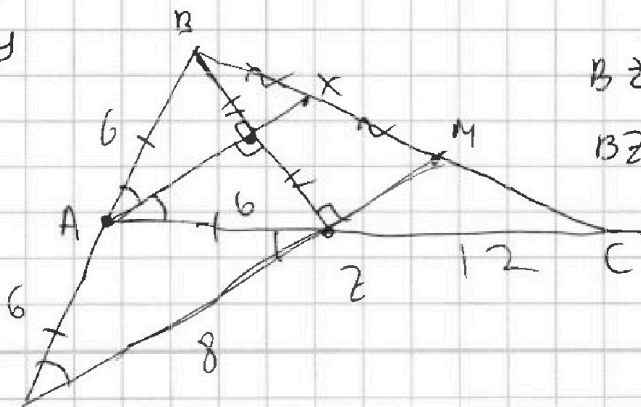
$$\frac{CM}{MX} = \frac{2}{1} \Rightarrow MX = \frac{MC}{2} = \frac{BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = \frac{BC}{2} + \frac{BC}{4} = \frac{3}{4}BC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BX = \frac{1}{4}BC \Rightarrow AB = 6$$

$$BZ^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$$

$$BZ = 4\sqrt{5}$$



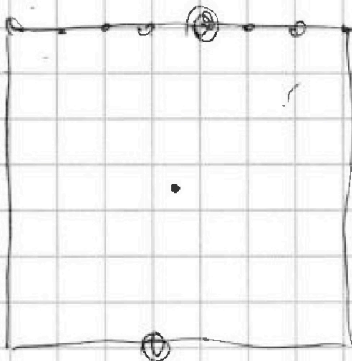


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$12 + 24 = 36$$

$$8 \cdot 8 = 64$$

$$0, 90, 180, 270$$

$$p = 4 + 8 \cdot 4$$

$$\frac{64}{4}$$

$$32$$

$$(4 - 4 \cdot 2)^2 = 16$$

$$-6 \cdot 4 = -24$$

$$x^2 + 4x + 4$$

$$x(x+4) = t$$

$$8 \frac{64 - 32}{4} + \frac{32}{2}$$

$$x = -2$$

$$a + d = 12(1-x)$$

$$8 = t(t+2)$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$a + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$8 - 2t = t^2$$

$$a + 3d = -6x^2$$

$$4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$D = 2^2 + 8 \cdot 4 = 36$$

$$d = -x^2 - 2 + 2x$$

$$\sqrt{D} = 6$$

$$a + 3d = a + d + 2d = 12 - 12x - 2x^2 - 4 + 4x =$$

$$\frac{-2 + \sqrt{D}}{2} = 2$$

$$= 8 - 8x - 2x^2 = (x^2 + 4x)^2$$

$$\frac{-2 - \sqrt{D}}{2} = -4$$

$$8 \geq x(8 + 2x)$$

$$8 - 2(x+4)x = (x(x+4))^2$$

$$t = 2, t = -4$$

$$4 \geq x(4 + x)$$

$$8 = x(x+4)(x^2 + 4x + 2)$$

$$x^2 + 4x = 2$$

$$8 - 2x(x+4) = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$-4x^2 - 8 + 8x = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$$

$$D = 16 + 2 \cdot 4 = 24$$

$$-8 + 8x = -x^4 - 8x^3 - 18x^2$$

$$x = \frac{-4 + \sqrt{6}}{2} = \sqrt{6} - 2$$

$$8x - 8 = x^4 + 8x^3 + 18x^2$$

$$x = \frac{-4 - \sqrt{6}}{2} = -\sqrt{6} - 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2x \leq 6 - \frac{48}{5}$   
 $x \leq 3 - \frac{24}{5} \Rightarrow x \leq \frac{15-24}{5} = -\frac{9}{5}$

$2(5+y) = \frac{5+y}{2}$   
 $\sqrt{20+4} = 2\sqrt{6}$

$x > 2$   
 $x > 2,5$

$4x - 10$   
 $2x - 4x + 10$   
 $10 - 2x$

$x^2 - 10x + 25$   
 $5 - x^2 + 17x + 25$   
 $-x^2 + 10x - 16$

$20$   
 $2x + \frac{48}{5} \leq 6$

$2y \leq \frac{9}{2}y + 13$   
 $132 - \frac{5}{2}y$   
 $y \geq -\frac{26}{5}$

$1x^2 - 20x + 25$

$25 - 10x + x^2 + h^2 = 9$   
 $h^2 = -16 + 10x - x^2$   
 $h^2 = x^2 - 4x^2 + 20x - 25$

$3x + 4 \geq 24$   
 $3x \geq -\frac{52}{5} + 4$   
 $x \geq$

$-\frac{48}{5} + \frac{48}{5}$   
 $-\frac{113}{5} + \frac{82}{5}$   
 $3x + 4 \geq -\frac{31}{5}$   
 $3x \geq -\frac{52+20}{5} = -\frac{32}{5}$

$-3x^2 + 20x - 25 = -x^2 + 10x - 16 / \pm 2x$   
 $20x - 25 = 2x^2 + 10x - 16$   
 $20x = 2x^2 - 10x + 9$   
 $2x^2 - 10x + 9 = 0$   
 $D = 100 - 72 = 28$   
 $x = \frac{10 \pm \sqrt{28}}{4}$

$\frac{5}{2}y + 13 > 0$   
 $\frac{5}{2}y > -13$   
 $y > -\frac{26}{5}$

$x \geq \frac{3}{2}y$   
 $\Rightarrow x \geq -\frac{39}{5}$

$30 - \frac{52+20}{5} = 0$

$\frac{10 - \sqrt{28}}{4} = \frac{y - 2 - 2}{4} = \frac{y - 4}{4}$

$3x + 4 \leq \frac{9}{2}y + 4 + 4$

3





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

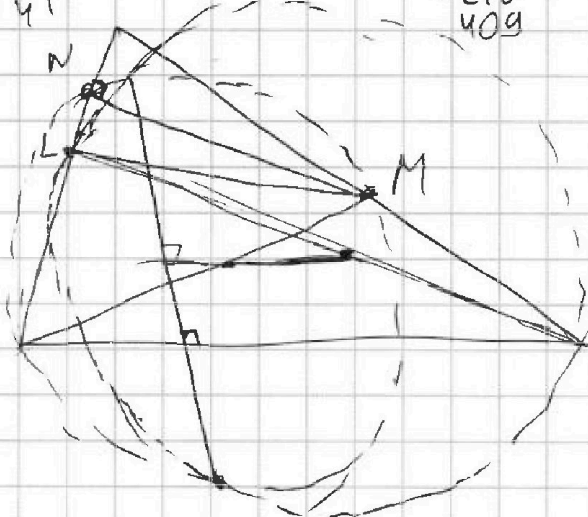
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = mn(m-2n-2)$$

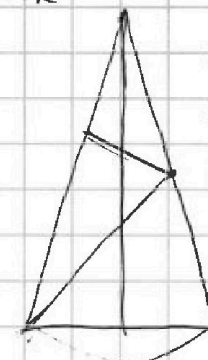
$$\begin{array}{r} \times 68 \\ 169 \\ + 292 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 68 \\ 240 \\ + 240 \\ \hline 480 \end{array}$$



$$m-2n = t$$

$$mn = k$$



- $$2) t(t+13) = 15q^2$$
- 1)  $t=1$   $t+13=13q^2$  ⊖
  - 2)  $t=3$   $t+13=5q^2$  ⊖
  - 3)  $t=5$   $t+13=3q^2$  ⊖
  - 4)  $t=q$   $t+13=15q$   
 $t=2$  ⊖
  - 5)  $t=3q$   $t+13=5q$
  - 6)  $t=q^2$   $t+13=15$

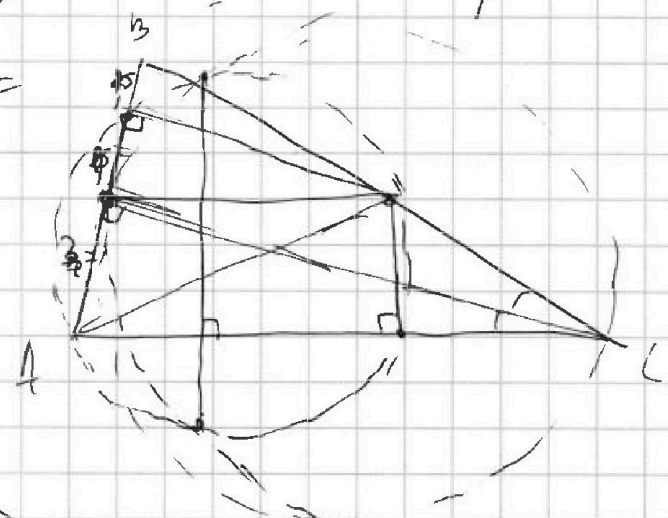
$$t(t+13) = 15p^2$$

$$k(t-2) = 15q^2$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13(m-2n) =$$

$$= (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$

$$= (m-2n)(m-2n+13)$$

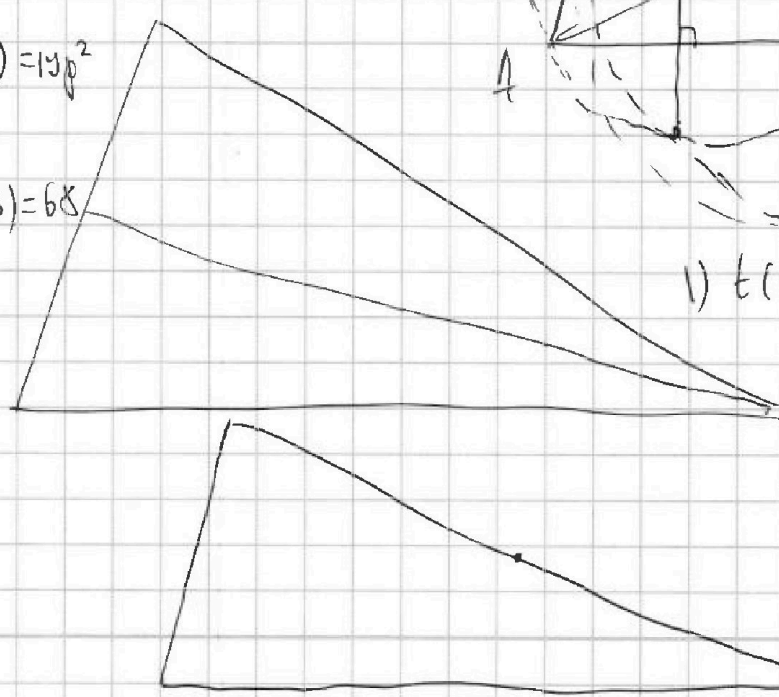


$$t(t+13) = 15p^2$$

$$p=2$$

$$t(t+13) = 68$$

$$t=4$$



- $$1) t(t+13) = 15p^2$$
- 1)  $t=1$   $t+13=15p^2$  ⊖
  - 2)  $t=p$   $t+13=15p$  ⊖
  - 3)  $t=15$   $t+13=p^2$  ⊖
  - 4)  $t=p^2$   $t+13=15$   
 $t=2$  ⊖