



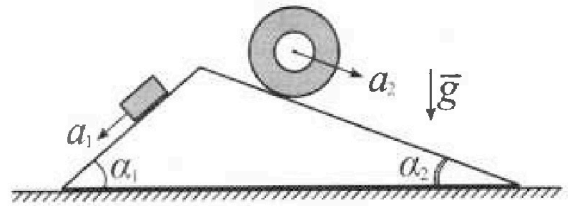
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

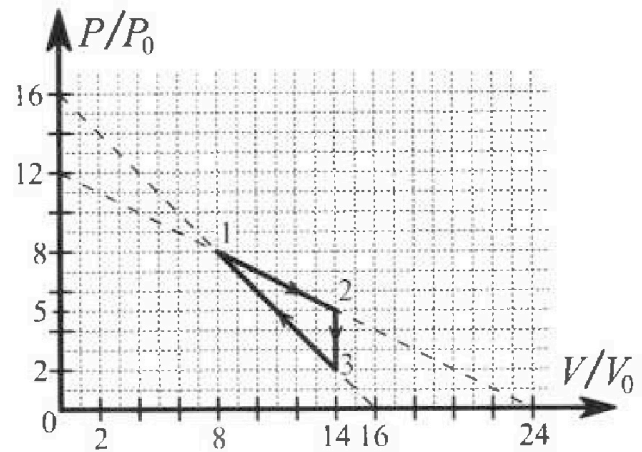


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

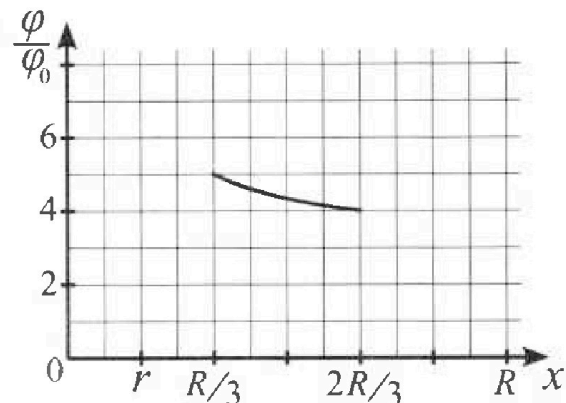
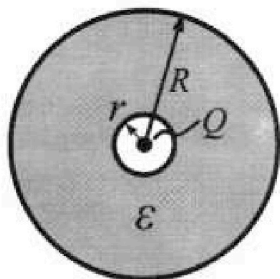
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



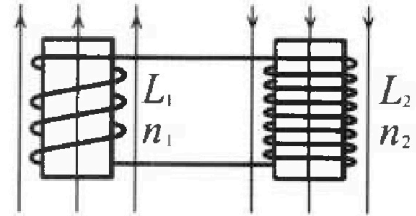
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

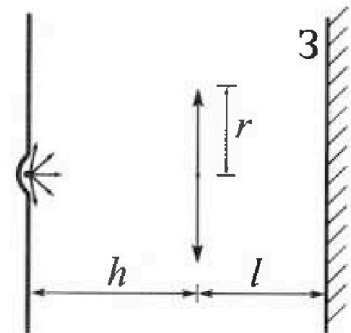


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) нач нет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



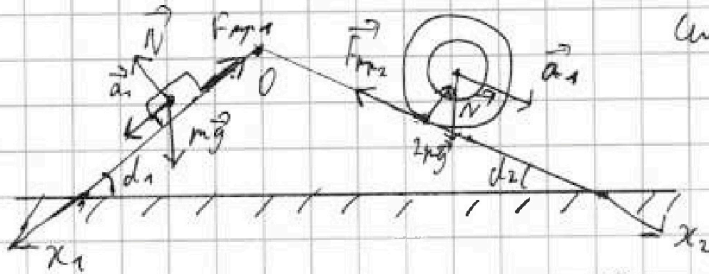
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Для каждого из объектов
центр, центр масс по оси Ox_1 и Ox_2 , и по Oy_1 и Oy_2 .



1) Запишем II з. Косинуса для блока в проекции на ось Ox_1 :

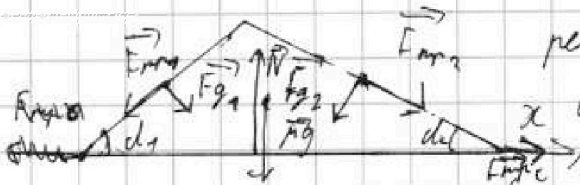
$$ma_1 = mg \cdot \sin \alpha_1 - F_{mp1} \Rightarrow F_{mp1} = \frac{mg \cdot 3}{5} - \frac{6mg}{13} = \frac{9}{65} mg$$

2) Запишем II з. Косинуса для цилиндра в проекции на ось Ox_2 :

$$2ma_2 = 2mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{mp2} \Rightarrow F_{mp2} = 2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = mg \cdot \left(\frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) = \frac{7mg}{26}$$

3)

на кончик клиновидного бруса; реакция опоры N , сила натяжения mg (по оси Ox)



сила тяжести со стороны блока $F_{g1} = mg \cdot \cos \alpha_1$,

сила тяжести со стороны цилиндра $F_{g2} = 2mg \cos \alpha_2$

сила натяжения со стороны блока $F_{mp1} = \frac{9}{65} mg$ (II з. К.)

сила натяжения со стороны цилиндра $F_{mp2} = \frac{7}{26} mg$,

а реакция силы натяжения со стороны F_{mpc} . Спроецируем

центр на ось Ox , так чтобы $\sin \alpha_1 = 0$, т.к. клин не поворачивается:

$$F_{mp2} \cdot \cos \alpha_2 - (2mg \cdot \cos \alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 + mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_{mp1} \cdot \cos \alpha_1 - F_{mpc} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{mp2} \cdot \cos \alpha_2 = (2mg + \cos \alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 + (mg \cos \alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 - F_{mp1} \cdot \cos \alpha_1 + F_{mpc} = 0$$

$$mg \cdot \left(\frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} - 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} \right) + F_{mpc} =$$

$$= mg \left(\frac{7 \cdot 12}{26 \cdot 13} - \frac{20 \cdot 12}{26 \cdot 13} + \frac{12 \cdot 13}{65 \cdot 5} - \frac{36}{65 \cdot 5} \right) + F_{mpc} =$$

$$= mg \left(-\frac{12}{26} + \frac{12 \cdot 2}{65} \right) - F_{mpc} = mg \left(-\frac{30}{65} + \frac{24}{65} \right) + F_{mpc} = 0$$

$$\Rightarrow F_{mpc} = \frac{6}{65} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{9}{65} mg; F_2 = \frac{7}{26} mg, F_3 = \frac{6}{65} mg$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

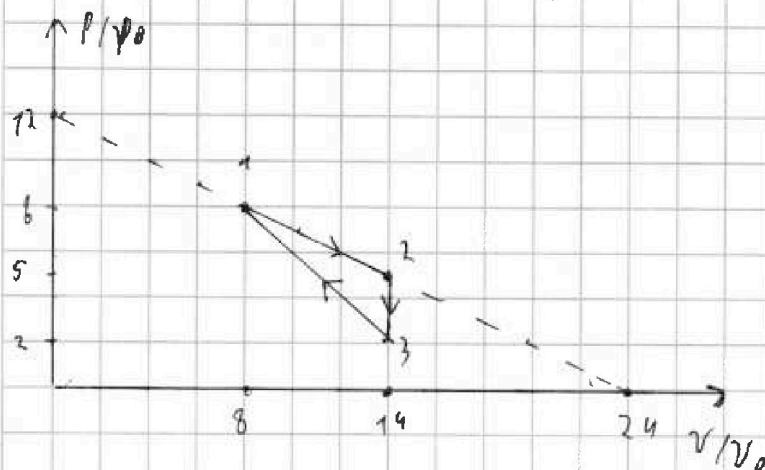
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2



$$1) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{3}{2} \cdot (70 p_0 v_0 - 64 p_0 v_0) = 9 p_0 v_0$$

A - площадь под графиком 1-3 можно вычислить как площадь трапеции $(p_3 + p_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot (v_3 - v_1) = \frac{1}{2} \cdot 10 p_0 \cdot 6 v_0 = 30 p_0 v_0$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A} = \frac{9}{30} = 0,3$$

2) прямая 1-2 задается уравнением $p(V) = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right)$

$$pV = \nu RT = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right) \cdot V \Rightarrow \text{max } T, \text{ когда max } pV \Rightarrow$$

$$\text{используем } \frac{d(pV)}{dV} = 12 p_0 - \frac{V}{V_0} \Rightarrow \text{max } T \text{ при } V = 12 V_0 \Rightarrow$$

$$T_{\text{max}} = (4 p_0 \cdot 12 V_0) / \nu R, T_3 = (14 V_0 \cdot 2 p_0) / \nu R \Rightarrow$$

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{12}{7}$$

Ответы: 0,3 ; $\frac{12}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

① Изменение потока в первой катушке равно $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot S \cdot n_1$

ЭДС катушки индуцирована взаимно индуктивно \Rightarrow

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = \Delta \Phi = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot S \cdot n_1 = d \cdot S \cdot n_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{d S n_1}{L_1 + L_2} =$$

$$= \frac{d S n}{17L}$$

② $L_{\text{катушки}} = \frac{\mu_0 S n^2}{l}$, где l - длина катушки \Rightarrow

$$d = \frac{\mu_0 S n^2}{L_{\text{катушки}}}$$

индуктивность, создаваемая катушкой

в месте I равен $B = \frac{\mu_0 I n}{l} = \frac{LI}{S n} \Rightarrow$ концентратор магн, катушкой

Будем считать в катушке будет создаваться магнитное поле $\frac{L_1 I n_1}{S n_1}$ и $\frac{L_2 I n_2}{S n_2}$

Итого: $\frac{d S n}{17L}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

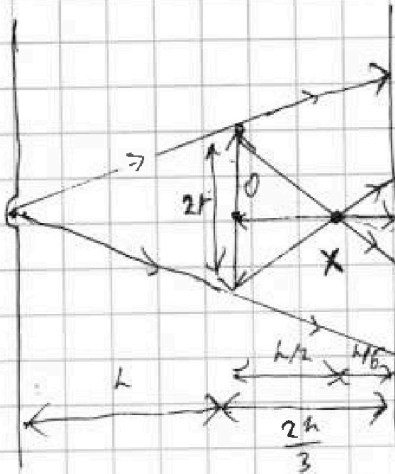


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



① дуга, которая не проходит
через точку, не будет обведена
круг радиуса r . $\frac{h + \frac{2h}{3}}{k} = \frac{5}{3} r$
(из подобия треугольников)

② дуга, которая проходит

через точку, возьмем в точку X так, что:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{h} \Rightarrow \text{расстояние}$$

расстояние $\frac{h}{2}$ от центра, $\frac{h}{6}$ от зеркала \Rightarrow длина

радиуса r от крайней точки, но эти отрезки

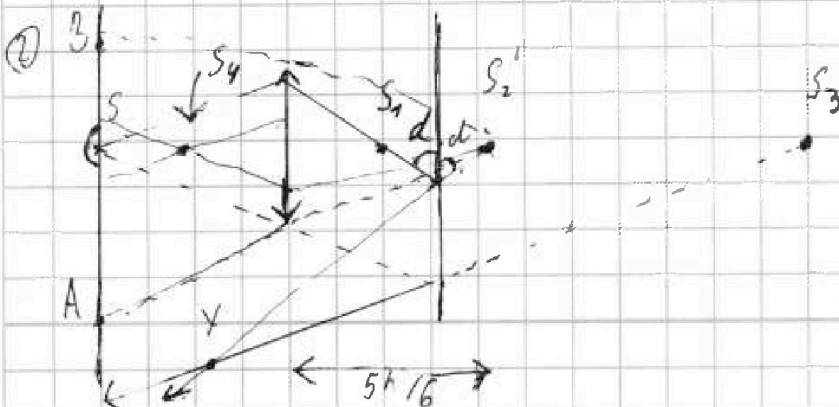
окружности радиуса r . $\frac{h/6}{h/2} = r/3$. Все это окружн.

будет обведена внутри \Rightarrow в виде дуги $1/3$ от

круга площадью $\pi (\frac{5}{3}r)^2$ и внутри не обведенной

части $\pi (\frac{h}{3})^2 \Rightarrow$ площадь плоскости равна

$$\pi (\frac{5}{3}r)^2 - \pi (\frac{h}{3})^2 = \pi \cdot \frac{24}{9} r^2 = \frac{8\pi}{3} \cdot 25 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\mu_0 I N}{l} = B \quad \frac{L dI}{dt} = \frac{dB \cdot S \cdot N}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0 I N}{l}$$

$$\frac{S \cdot dB \cdot N}{dt} = \frac{\mu_0 dI}{dt}$$

$$B dl = \mu_0 I$$

$$\frac{B}{I} = \frac{\mu_0}{l}$$

$$\frac{S \cdot \mu_0 \cdot N \cdot dI}{l} \cdot N = L \frac{dI}{dt} \quad L = \frac{S \mu_0}{l} \cdot N^2$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{I} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$\frac{B \cdot S}{l} = \frac{L \cdot I}{l} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S = \frac{L}{l}$$

$$\frac{dB S}{l} = L dI \quad \frac{\mu_0 S}{l} N^2 = L$$

$$L_1 = \frac{\mu_0 S}{l} N_1^2$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 S N_2^2}{l} = \frac{\mu_0 S N^2}{L}$$

$$\frac{\mu_0 I N_1}{L_1} = B_0 / 3$$

$$\frac{\mu_0 I N_2}{L_2} = 9 B_0 / 4$$

$$\frac{\mu_0 I N_1}{L_1} = \frac{L I N_2}{S N_1}$$

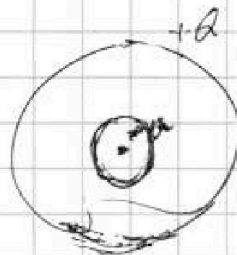
$$\frac{r/3}{h/6} = \frac{2r}{h} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\frac{h}{2r}$$

$$\frac{h}{6} + \frac{2h}{3} + h = \frac{11h}{6}$$

Q

$$-\frac{kQ}{r^2} + \frac{kQ}{R}$$



$$\frac{kQ}{r}$$

ΔF

$$P_0 \left(12 - \frac{1}{2v_0} \right) V$$

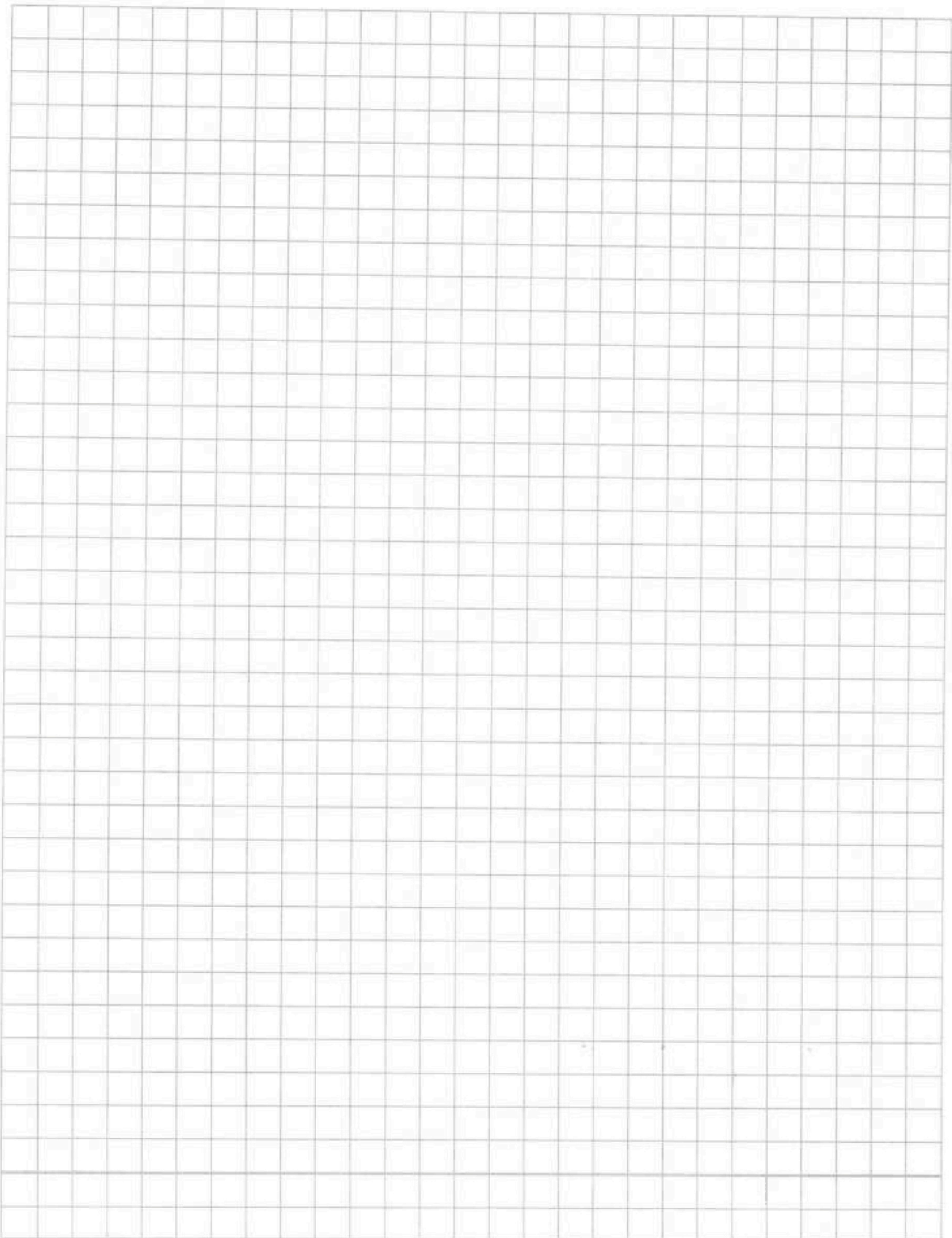


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



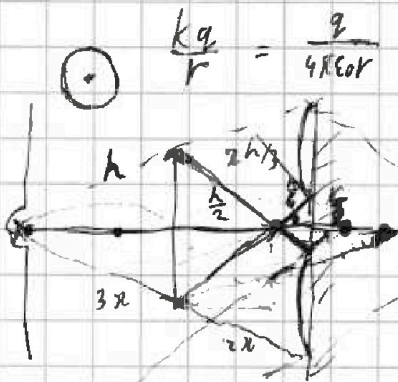
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C dT = \frac{3}{2} (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (v_2 - v_1) \quad \frac{d \mu \cdot d B \cdot S}{dt} = \frac{L dI}{dt}$$

$$C dT = \frac{3}{2} ((p_1 - k(V+dv)) \cdot (V+dv)) + \frac{1}{2} ($$



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{h}{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$f = \frac{h}{3} \quad L_1 \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot n_1 \cdot S$$

$$\frac{3}{h} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \quad L_2 \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot n_2 \cdot S$$

$$f = \frac{h}{2} \quad L \sim n$$

$$9 \left(\frac{5}{3} h \right)^2 = 9 \left(\frac{h}{3} \right)^2 =$$

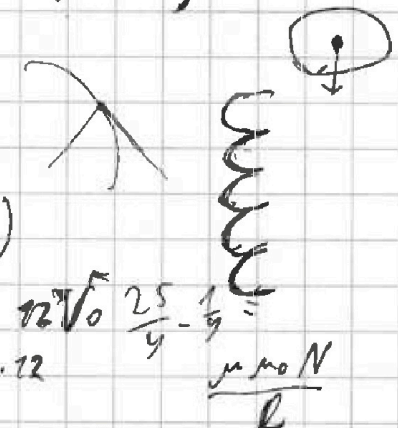
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{125}{9} - \frac{1}{9} = \frac{124}{9}$$

$$p(V) = 8p_0 \left(2 - \frac{V}{8V_0} \right) = 8p_0 +$$

$$p(V) = - \frac{1}{2V_0} p_0 \cdot V + 12p_0 = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right)$$

$$p_0 \cdot \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right) \cdot V' = 12p_0 - \frac{V}{V_0} = 0$$



$$J R A T = p A V + V A p$$

$$J \cdot R \frac{dT}{AV} = p + V \cdot \frac{dp}{dV}$$

$$C dT = p_0 \left(24 - \frac{V}{V_0} - \frac{dV}{2V_0} \right) \cdot dV +$$

$$\beta = \frac{\mu_0 I d e x A}{l^3}$$

$$\beta = \mu_0 I n \quad h + \frac{2h}{3} + \frac{h}{6}$$

$$\frac{\mu_0 I n S}{6}$$

$$\epsilon_{12} = - \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{L dI}{dt}$$

$$\Delta \varphi = n \bar{I} \sim n^2$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot n_1 \cdot S \quad \frac{dI}{dt} = \frac{n_1 \cdot S}{L_1 + L_2} \cdot d \quad \frac{8}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_2 = \frac{7}{26} mg$$

$$F_1 = \frac{9}{65} mg$$



$$1) \quad mg \cdot \sin \alpha_1 - F_{mp} = ma_1 = \frac{6mg}{13}$$

$$mg \cdot \frac{3}{5} = \frac{6mg}{13} = F_{mp}$$

$$mg \cdot \frac{(39-30)}{65} = \frac{9}{65} mg$$

$$F_2 \cos \alpha_2 - (2mg \cos \alpha_2) \sin \alpha_2 + mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 - F_{mp} \cos \alpha_1 -$$

$$L = \mu_0 I r$$

$$r = 0$$

$$B dS = \mu_0 I$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

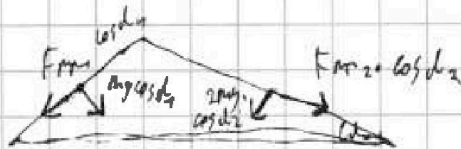
$$2) \quad 2m \frac{g}{4} = 2mg \sin \alpha_2 - F_{mp}$$

$$\frac{mg}{2} - \frac{10}{13} mg = F_{mp} \quad \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

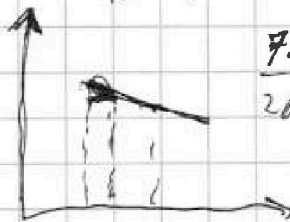
$$F_{mp2} = \frac{7}{26} mg$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

3)



$$B = \mu_0 I n$$



$$p(V) = 12 - \frac{V}{2}$$

$$P = p_1 - dV$$

$$dV \cdot (p_1 - dV - (p_1 - d(V+dV))) = dV \cdot (-dV) = -dV^2$$

$$pV = (p_1 - dV) \cdot V = JRT$$

$$g(V) = \frac{kq}{\epsilon_0 r}$$

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2) \cdot (V_1 - V_2)}{2}, A$$

$$\Delta W_{12} = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} \cdot 5 p_0 \cdot 14 V_0 - \frac{3}{2} \cdot 8 p_0 \cdot 8 V_0 = \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$

$$A = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \cdot (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} (8 p_0 + 2 p_0) \cdot (14 V_0 - 8 V_0) = 30 p_0 V_0$$

$$\frac{\Delta W_{12}}{A} = \frac{3}{20} = 0,15$$

$$p_1 V - dV^2 = JRT$$

$$p_2 V - dV^2 = JRT$$

$$p_1 - 2dV = 0$$

$$p_2 - 2dV = 0$$

$$8 p_0 - \frac{p_0 \cdot V}{V_0} = p$$

$$8 p_0 - \frac{2}{V_0} p_0 \cdot V = p$$

$$(8 p_0 - \frac{2 p_0 \cdot V}{V_0}) \cdot V = JRT$$

$$\frac{64}{28} = \left(\frac{16}{7}\right)$$

$$8 p_0 - \frac{V \cdot p_0}{V_0} = 0 \quad (V = 8 V_0)$$