



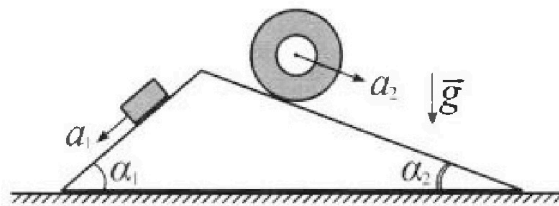
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

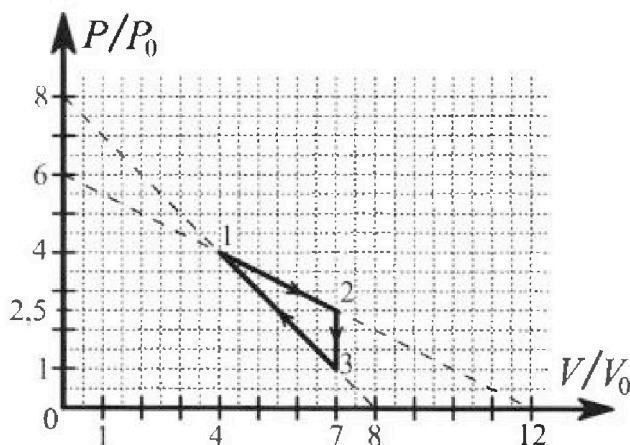


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

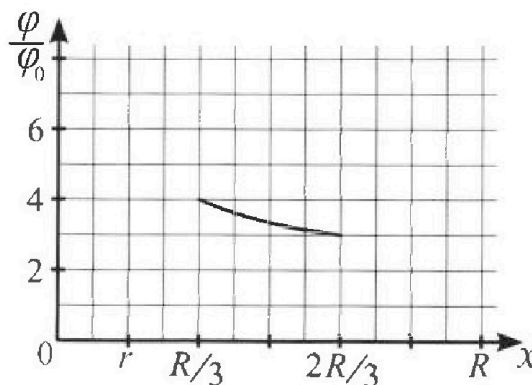
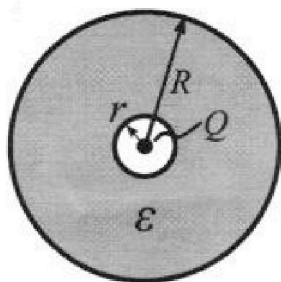
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



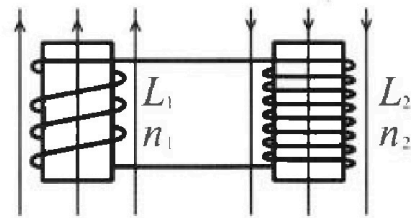
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

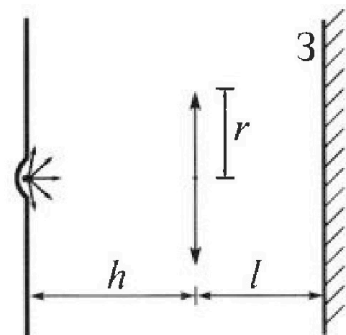


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) на чет изменяется ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

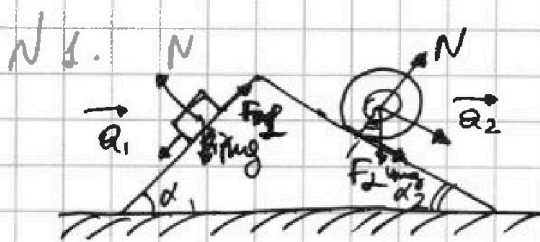
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

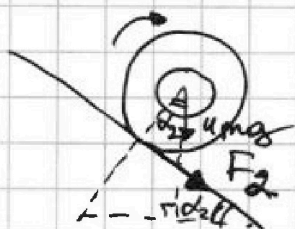


23-к для друга:

$$ma_1 = mgsin\alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = m(gsin\alpha_1 - a_1) =$$

$$= mg\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13}\right) = mg \frac{39 - 25}{65} = \frac{14}{65} mg$$



~~23-к для F2 направлена с~~

~~ускорением, т.к. цилиндр кат~~

~~ится по часовой стрелке.~~

Если F_2 сонаправлена с ускорением:

23-к для цилиндра: $4mgsin\alpha_2 + F_2 = 4ma_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_2 = 4m(a_2 - gsin\alpha_2) = 4mg\left(\frac{5}{24} - \frac{5}{13}\right) < 0.$$

Противоречие $\Rightarrow F_2$ направлена против ускорения (это означает на самом деле, что цилиндр потолкнули снизу и он катится наверх, а a_2 - возвращающее ускорение).

$$4mgsin\alpha_2 - F_2 = 4ma_2 \Rightarrow F_2 = 4mg\left(sin\alpha_2 - \frac{a_2}{g}\right) =$$

$$= 4mg\left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24}\right) = 10mg\left(\frac{24-13}{24 \cdot 13}\right) = mg \frac{5}{6} \frac{11}{13} =$$

$$= \frac{55}{78} mg$$

ка цилиндр действует F_1 и

F_2 ; N_1 и N_2 по 3-му закону.

$$N_1 = mg\cos\alpha_1, \quad N_2 = 4mg\cos\alpha_2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{14}{65}$
 $\frac{55}{78}$ 23-к для "м" и "чм". В проекции на ось X

23-к для "чм": $-N_2 \cos \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \cos \alpha_2$

$$+ F_3 = 0 \Rightarrow F_3 = 4mg \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 -$$

$$- mg \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = mg \left(4 \cos \alpha_2 \cos \alpha_1 + \frac{14}{65} \cos \alpha_1 - \right.$$

$$\left. - \frac{55}{78} \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \right) = mg \left(3 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \right.$$

$$\left. - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} \right) = mg \left(\frac{144 \cdot 5 + 56}{65 \cdot 5} - \frac{55 \cdot 6}{39 \cdot 13} \right) = \frac{mg}{13}.$$

$$\cdot \left(\frac{144 \cdot 5 + 56}{25} - \frac{55 \cdot 6}{39} \right) = \frac{mg}{13} \left(\frac{(144 \cdot 5 + 56) \cdot 39 - 25 \cdot 55 \cdot 6}{25 \cdot 39} \right) =$$

$$= \frac{mg}{13^2 \cdot 25 \cdot 3} \left((776) \cdot 39 - 125 \cdot 66 \right) = \frac{mg}{65^2} \left(13 \cdot 776 - \right.$$

$$\left. - 125 \cdot 22 \right) = \frac{7338}{65^2} mg = \frac{7338}{4225} mg$$

Ответ: $\frac{14}{65} mg$; $\frac{55}{78} mg$; $\frac{7338}{4225} mg$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2. В точке 1: $(P_1; V_1) = (4P_0; 4V_0)$; 2: $(P_2; V_2) = (2,5P_0; 7V_0)$; 3: $(P_3; V_3) = (P_0; 7V_0)$.

$$\Delta U_{23} = \frac{1}{2} \nu R \Delta T_{23} = \frac{3}{2} \Delta(PV) = \frac{3}{2} (\Delta PV + \Delta VP) = \frac{3}{2} \Delta PV = \frac{3}{2} (P_3 - P_2) V_2 = \frac{3}{2} (P_0 - 2,5P_0) 7V_0 = -\frac{4,5 \cdot 7}{2} P_0 V_0 = -15,75 P_0 V_0$$

$A_{\text{цикл}}$ - площадь фигуры 123 в (P, V) координатах.

$A_{123} = A_{12} - A_{13}$, где A_{12} - площадь под отрезком 12,

A_{13} - площадь под отрезком 13.

$$A_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} 6,5P_0 \cdot 3V_0 = 9,75 P_0 V_0$$

$$A_{13} = \frac{1}{2} (P_1 + P_3) (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} 5P_0 \cdot 3V_0 = 7,5 P_0 V_0$$

$$A_{\text{цикл}} = 9,75 P_0 V_0 - 7,5 P_0 V_0 = 2,25 P_0 V_0$$

$$\text{Искомая величина} = \left| \frac{-15,75 P_0 V_0}{2,25 P_0 V_0} \right| = \frac{3,15}{0,45} = \frac{63}{9} = 7$$

По 3-му Менг. Клапейрона $P_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = 16 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$

Каждый закон, по которому P зависит от V в проц. 1-2.

По графику видно, что точки $(6; 0)$ и $(0; 12)$ лежат

на прямой 1-2 $\Rightarrow P(V) = -\frac{V}{2} + 6$. Каждый $\frac{P(V)}{T(V)}$:

$$P(V) V = \nu R T(V) \Rightarrow \left(-\frac{V}{2} + 6\right) V = \nu R T(V) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(V) = \frac{(-V + 12) V}{2 \nu R} \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \left(\frac{-V^2 + 12V}{2 \nu R}\right)' = -\frac{V}{\nu R} + \frac{6}{\nu R} =$$

$$= \frac{6-V}{\nu R} \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \left(\frac{dT}{dV}\right)^{-1} = \frac{\nu R}{6-V}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти $c(V)$ - малая теплоемкость в процессе 1-2.

$$c(V) = \frac{dQ}{dT} = \frac{d(A+U)}{dT} = \frac{dA}{dT} + \frac{dU}{dT} = \frac{PdV}{dT} + \frac{\frac{3}{2}JRdT}{dT} =$$

$$= \frac{P}{V} \frac{dV}{dT} + \frac{3}{2}R = \frac{(-\frac{V}{2}+6)}{V} \frac{JR}{6-V} + \frac{3}{2}R = \left(\frac{12-V}{12-2V} + \frac{3}{2} \right) R =$$

$$= \frac{12-V+3(6-V)}{12-2V} R = \frac{30-4V}{12-2V} R = \frac{15-2V}{6-V} R$$

Когда T будет макс. Тогда энтропия соответств.

будет летать на изомерие $\Rightarrow c(V) \rightarrow \infty$ в этот момент. Из зависимости $c(V)$ можно сделать вывод, что в этот момент $V = 6V_0$.
(Под величинами P и V подразумеваются P_0 и V_0).

Тогда P в этот момент $P = \left(-\frac{6V_0}{2} + 6 \right) P_0 = 3P_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{PV}{JR} = \frac{3P_0 \cdot 6V_0}{JR} = 18 \frac{P_0 V_0}{JR}$$

$$\text{Итак же } \frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{18 \frac{P_0 V_0}{JR}}{16 \frac{P_0 V_0}{JR}} = \frac{9}{8}$$

~~$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{in}}$, где Q_{in} - подведенное тепло~~

~~$$dQ = dA + dU = PdV + \frac{3}{2}JRdT$$~~

$$= PdV + \frac{3}{2}(PdV + VdP) = \frac{5}{2}PdV + \frac{3}{2}VdP$$

~~$$\text{В процессе } 1 \rightarrow 2: PdV = \left(\frac{V}{2} + 6 \right) dV \quad VdP = Vd\left(-\frac{V}{2} + 6 \right) = -\frac{V}{2}dV$$~~

~~$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}$, где A - точка макс. температуры.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$Q_{1A} = \int_{4U_0}^{6U_0} \left(-\frac{UdP}{2} + 6dU \right) \cdot \frac{5}{2} + \left(-\frac{U}{2} \right)$ В процессе $1 \rightarrow 2$:~~

~~$PdU = \left(6 - \frac{U}{2} \right) dU \quad P(U) = 6 - \frac{U}{2} \Rightarrow U(P) = 12 - 2P \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow UdP = (12 - 2P)dP$~~

~~$Q_{12} = Q_{1A} + Q_{A2}$, где A — точка макс T .~~

~~$Q_{1A} = \frac{5}{2} \int_{4U_0}^{6U_0} PdU + \frac{3}{2} \int_{4P_0}^{3P_0} PdP = \frac{1}{2} \left[5 \left(\int_{4U_0}^{6U_0} 6dU - \int_{4U_0}^{6U_0} \frac{UdU}{2} \right) + \right.$~~

~~$\left. + 3 \left(\int_{4P_0}^{3P_0} 12dP - \int_{4P_0}^{3P_0} PdP \right) \right] = \frac{1}{2} \left[5 \left(6(6U_0 - 4U_0) - \frac{1}{4} (36U_0^2 - 16U_0^2) \right) \right]$~~

$\eta = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{н}}}$. $Q_{\text{н}}$ — подведённое тепло. В проц.

$1-2$ Q всё-то подв. и отвед. Также как и в проц. $3-1$. В проц. $2-3$ Q очевидно отводится.

В проц. $1 \rightarrow 2$ $dQ = c(U) \cdot dT$. Пусть A — точка макс T .

До точки A $dT > 0$, т.к. $T_A > T_1$, а $c(U) > 0$, т.к.

$c(U) = \frac{15 - 2U/R}{6 - U/U_0}$ знамен. > 0 , числ. $> 0 \Rightarrow$ В проц.

$1A$ $dQ > 0 \Rightarrow Q$ подв. В проц. AA_2 $dT < 0$, т.к. $T_A = T_{\text{max}}$,

а $c(U) < 0$, т.к. знамен. < 0 , числ. > 0 ($\frac{U}{U_0} < 7 \frac{U}{U_0} < 35 \frac{U}{U_0}$) \Rightarrow

\Rightarrow В проц. AA_2 $dQ < 0 \Rightarrow Q$ отвед. В проц. A_2 .

$dQ_{1A} = A_{1A} + \Delta U_{1A} = \frac{1}{2} (3P_0 + 4P_0) (6U_0 - 2U_0) + \frac{3}{2} JR (T_A - T_1) = 14P_0U_0 + 3P_0U_0 = 17P_0U_0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} Q_{12} &= A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{2} (2,5P_0 + 3P_0) (2V_0 - 6V_0) = \frac{5,5P_0V_0}{2} + \\ &+ \frac{3}{2} JR (T_2 - T_{\max}) = \frac{5,5P_0V_0}{2} + \frac{3}{2} JR \left(\frac{1,5P_0V_0}{JR} - \frac{18P_0V_0}{JR} \right) = \\ &= \frac{5,5P_0V_0 - 1,5P_0V_0}{2} = 2P_0V_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_{12} = (1,7+2)P_0V_0 = 1,9P_0V_0 \end{aligned}$$

~~Район с макс T в проз 3-1: $\frac{P}{P_0} \left(\frac{V}{V_0} \right) =$~~
 ~~$= \frac{V}{V_0} + 8$. Заметим, что прямая ~~13~~ 13 смел-~~
~~ментна. Заметим, что прямая 13 смел-~~
ментна отн. осн-си 1-го координатного угла \Rightarrow

\Rightarrow точка с макс температурой будет точка 1.
Тогда Q_{13} отрицательно знака на всей области.

$$\begin{aligned} Q_{13} &= A_{13} + \Delta U_{13} = \frac{1}{2} 5P_0 3V_0 + \frac{3}{2} JR \left(\frac{16P_0V_0}{JR} - \frac{7P_0V_0}{JR} \right) = \\ &= -\frac{15}{2} P_0V_0 + \frac{27}{2} P_0V_0 = 6P_0V_0 > 0 \Rightarrow Q_{13} \text{ положительна} \end{aligned}$$

Тогда $Q_{11} = Q_{13} + Q_{12} = 1,9P_0V_0 + 6P_0V_0 = 2,5P_0V_0$

$$\eta = \frac{2,25P_0V_0}{2,5P_0V_0} = \frac{225}{25} \cdot 10^{-2} = 0,09 = 9\%$$

Ответ: 1) 7; 2) $\frac{9}{8}$; 3) 9%.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

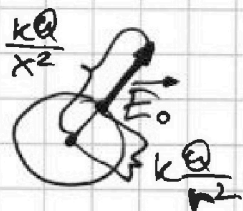
№3. ~~$\varphi(x) = E(x) \cdot x$~~ $\varphi(x) = E(x) \cdot x$

$$E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ k \frac{Q}{r^2} + E_{\text{дизэл}}, & r < x < R \end{cases}$$

$E_{\text{дизэл}}$ в ϵ раз меньше чем если бы оно было.

$$E_{\text{дизэл}} = \frac{E_0}{\epsilon}. E_0 = k \frac{Q}{x^2} - k \frac{Q}{R^2} \text{ — по принципу}$$

суперпозиции напряженности. Сначала



~~$E_0 = kQ \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2} \right)$~~

$$E_0 = kQ \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2} \right) < 0, \text{ т.е. } E_0 \text{ ослабляет поле, что неудивительно, т.к. } E \text{ — тем меньше чем больше}$$

расстояние, а $x > r$. Тогда $E_{\text{дизэл}} = \frac{E_0}{\epsilon} =$

$$= kQ \left(\frac{1}{\epsilon x^2} - \frac{1}{\epsilon R^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{r^2} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{1}{\epsilon x^2}$$

$$\Rightarrow E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x < r \\ kQ \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{\epsilon x^2} - \frac{1}{\epsilon R^2} \right), & r < x < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E\left(\frac{R}{4}\right) = \begin{cases} 16 \frac{kQ}{R^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left(\frac{1}{r^2} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{16}{\epsilon R^2} \right), & r < \frac{R}{4} < R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = E\left(\frac{R}{4}\right) \cdot \frac{R}{4} = \begin{cases} 4kQ \frac{R}{R^2}, & \frac{R}{4} < r \\ kQ \left(\frac{R}{4r^2} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) + \frac{4}{\epsilon R} \right), & r < \frac{R}{4} < R \end{cases}$$

Ответ:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Т.к. } \frac{R}{3} > r: \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = kQ\left(\frac{R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{\varepsilon R}\right), \varphi$$

$$\varphi(x) = kQ\left(\frac{x}{r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{\varepsilon x}\right)$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ\left(\frac{2R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{2\varepsilon R}\right)$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_0} \frac{\varphi_0}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{R}}{\frac{2R}{3r^2}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) + \frac{3}{2R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8R(\varepsilon-1)}{3r^2} + \frac{6}{R} = \frac{R}{r^2}(\varepsilon-1) + \frac{9}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\varepsilon-1) \frac{R}{r^2} \left(\frac{8}{3} - 1\right) = \frac{9}{R} - \frac{6}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{r^2}{R^2} \left(\frac{9-6}{\frac{8}{3}-1}\right) = \frac{r^2}{R^2} \frac{3}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{5} \frac{r^2}{R^2}$$

Из графика видно, что $r = \frac{R}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow \varepsilon-1 = \frac{9}{5 \cdot 36} = \frac{1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{1}{20} = \frac{21}{20} = \frac{105}{100} = 1,05$$

Ответ: 1,05.

Дополнение к первому вопросу:

Ищется зависимость $\varphi(x) = E(x)x$

$$\varphi(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x}, & x < r \\ kQ \left(\frac{x}{r^2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon x} \right), & r < x < R \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Нч. } \Phi_{\text{соед}} \rightarrow \Phi_{\text{L1}} + \Phi_{\text{L2}} \rightarrow |E_i| = |\dot{\Phi}| = |\dot{L}I + \dot{L}I|$$

$$\Phi = \Phi_{\text{катушки}} = \Phi_{\text{соед}} + \Phi_{\text{внешн}} = LI + BSn$$

$$E_i \dot{\Phi} = \dot{L}IL + \dot{B}nS \quad (n, S - \text{постоянные}) \Rightarrow \\ \Rightarrow L - \text{постоянно})$$

$$|E_i| = |\dot{\Phi}| = |\dot{L}IL + \dot{B}nS| \quad E_i = -\dot{\Phi}$$

Φ_1 - поток катушки L_1 , Φ_2 - поток катушки L_2 .

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_2 = 0 \quad - \text{по 3-му закону Кирхгофа}$$

$$L_1 \dot{I} + \dot{B}_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + \dot{B}_2 n_2 S = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \dot{B}_2 = 0 \quad \dot{I}(L_1 + L_2) = -\dot{B}_1 n_1 S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I} = -\frac{\dot{B}_1 n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{2n_1 S}{L_1 + L_2} = -\frac{2nS}{5L}$$

$$|\dot{I}| = \frac{2nS}{5L}$$

$$L_1 \dot{I} + \dot{B}_1 n_1 S + L_2 \dot{I} + \dot{B}_2 n_2 S = 0$$

$$\dot{I}(L_1 + L_2) = -(\dot{B}_1 n_1 S + \dot{B}_2 n_2 S)$$

$$\dot{I} 5L = -(\dot{B}_1 n S + \dot{B}_2 \cdot 2n S) = -nS(\dot{B}_1 + 2\dot{B}_2)$$

$$\dot{I} = -\frac{nS}{5L}(\dot{B}_1 + 2\dot{B}_2) \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{nS}{5L} \left(\frac{dB_1}{dt} + 2 \frac{dB_2}{dt} \right) \cdot dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dI = -\frac{nS}{5L} (dB_1 + 2dB_2) \quad - \text{верно для любого приращения} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta I = -\frac{nS}{5L} (\Delta B_1 + 2\Delta B_2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(I-0) = -\frac{nS}{5L} \left(-B_0 + \frac{B_0}{2} + 2 \left(-2B_0 + \frac{2B_0}{3} \right) \right) =$$
$$\neq \frac{nSB_0}{5L} \left(\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{4}{3} \right) \right) = \frac{nSB_0}{5L} \frac{3+16}{6} = -\frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |I| = \frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L}$$

Ответ: $\frac{2nS}{5L}$; $\frac{19}{30} \frac{nSB_0}{L}$.

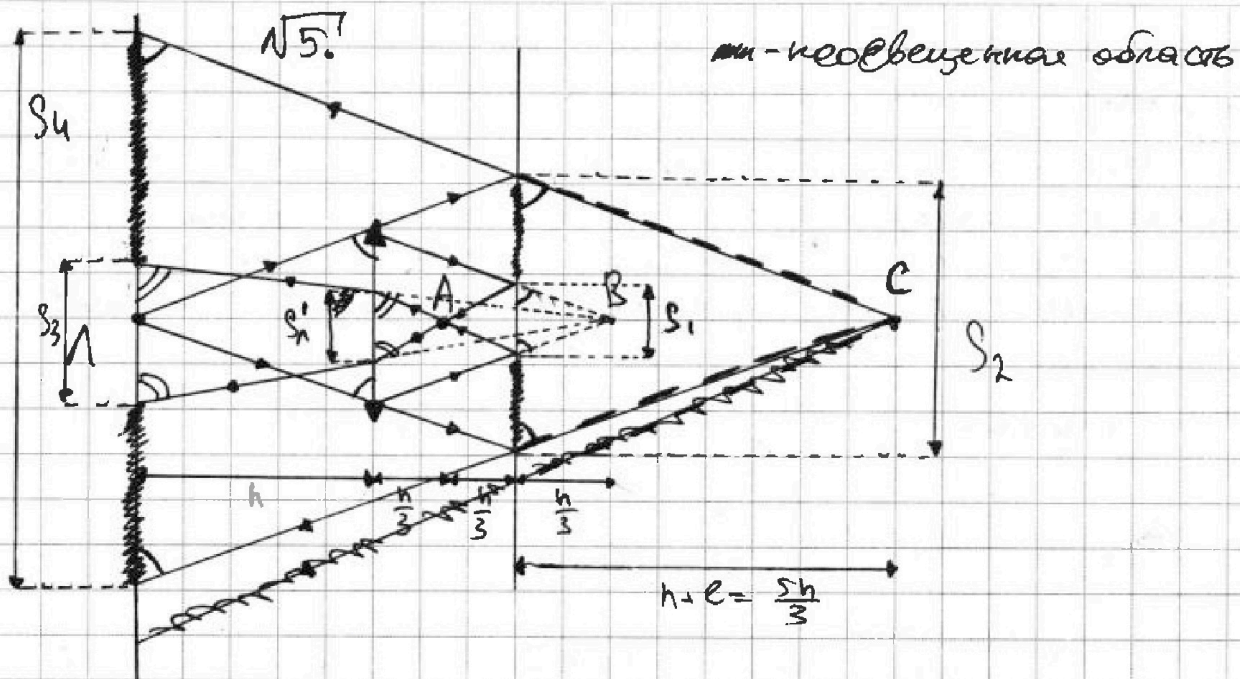


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём расст. f от изобр. Λ в линзе до линзы: $\frac{1}{f} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow$
 $\Rightarrow f = \frac{fh}{-f+h} = \frac{h^2/2}{h/2} = h$. Неорв. область зеркала будет
 область, на которую не попадают лучи от лампы-
 параллельные и непереполненные в линзе). Её
 площадь - $S_2 - S_1$ (см. рис). S_1 - площадь линзы. $S_1 = \pi r^2$.
 Из подобия треугольников: $\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{5h}{h}\right)^2 \Rightarrow S_2 = \frac{25}{9} S_1$
 $\frac{S_1}{S_1} = \left(\frac{h/3}{h}\right)^2 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{9} S_1 \Rightarrow$ искомая площадь: $\frac{24}{9} S_1 =$
 $= \frac{24}{9} \pi r^2 = 24\pi [\text{см}^2]$

После отражения в зеркале параллельные в линзе
 лучи лампы образуют действительный источ-
 ник A (см. рис.). Его расстояние f' до линзы меньше
 фокусного \Rightarrow изображение будет мнимым.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{h/3} - \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{h/2 - h/3}{h/2 \cdot h/3} = \frac{1}{h} \Rightarrow f' = h.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.е. изобразим A в линзе это B (см. рис.). Преломленные лучи попадут на стену и облучат её освещая. Тогда освещённая область это та, которая на стене тем лучей от мнимого источника B и мнимого источника C (изображение A в зеркале). Искомая площадь:

$$S_4 - S_3.$$

$$\text{из подобия: } \frac{S_4}{S_1} = \left(\frac{\frac{5h}{3} \cdot 2}{h} \right)^2 = \frac{100}{9} \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

$$\frac{S_3}{S_1'} = \left(\frac{2h}{h} \right)^2 = 4 \Rightarrow S_3 = 4 S_1'$$

Т.к. A ^{находится} равно посередине между линзой

$$\text{и зеркалом } S_1' = S_1 \Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{иск. площадь: } S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{96}{9} \pi r^2 = 96 \pi \text{ [см}^2\text{]}$$

Ответ: 24π ; 96π .

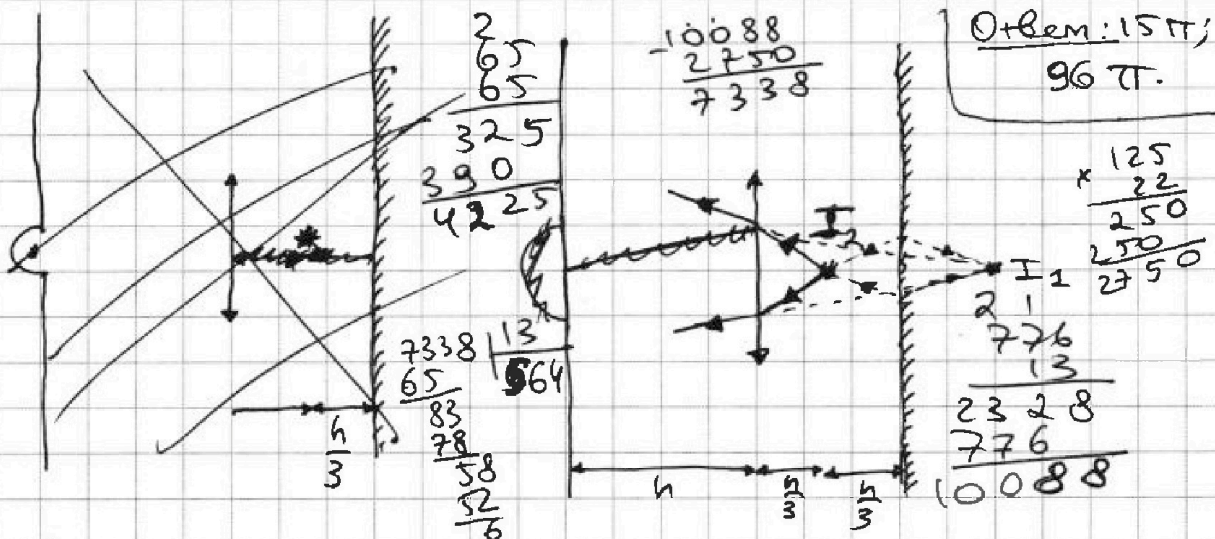
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

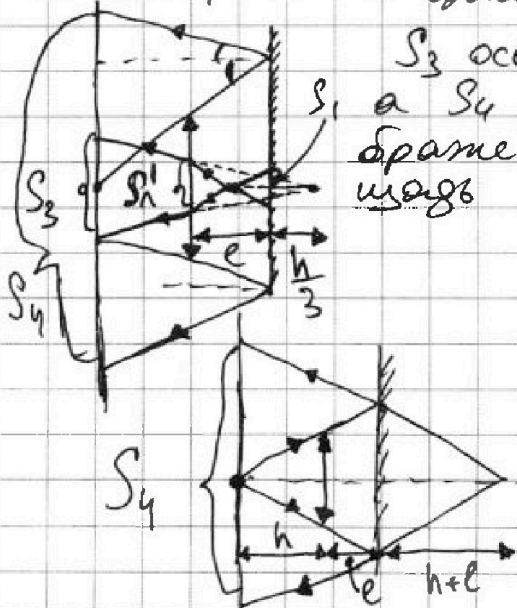
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Чтобы найти площадь освещенной части стены предположим, что лампа, но для нового ~~формулы~~ изображения или действительного источника I_2 , который явл. мнимым изображением I_1 в ~~мне~~ зеркале (I_2 - действ. изображение \Rightarrow мнимый источник). I_2 находится на расст.

$\frac{h}{3}$ от зеркала $\Rightarrow \frac{h}{3}$ от лампы. $\frac{1}{f} = \frac{1}{h/3} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{h} \Rightarrow f = \frac{h}{2}$. $-\frac{1}{h} \Rightarrow$ обратн. мнимое и находится в той же точке, что и ~~лампа~~, I_1 . Тогда (см. рис.)



S_3 освещается мнимым изображением, а S_4 не освещается мнимым I_2 изображением лампы. Тогда площадь освещенной части: $S_4 - S_3$.

$$\frac{S_4}{S_1} = \left(\frac{2(h+e)}{h}\right)^2 \Rightarrow S_4 = \frac{100}{9} S_1$$

Из симметрии $S_1' = S_1$ (см. рис.)

$$\frac{S_3}{S_1'} = \frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{h+e+\frac{h}{3}}{e+\frac{h}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_3 = 4 S_1 = \frac{4}{9} S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_4 - S_3 = \frac{96}{9} S_1 = \frac{96}{9} \pi^2 = 96 \pi^2 \text{ [см}^2\text{]}$$



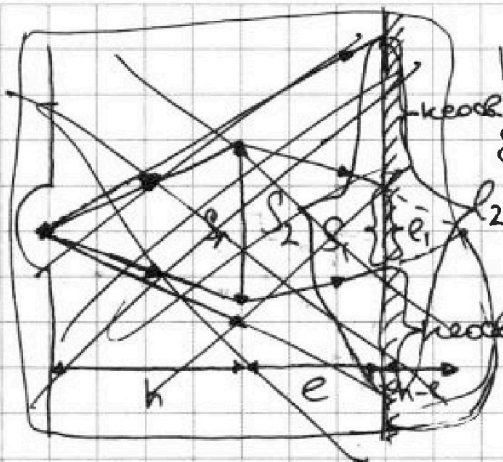
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.



каждый расст. от изображения до линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{h-f}{hf} =$$

$$= \frac{h-h/2}{h \cdot h/2} = \frac{h/2}{h^2/2} = \frac{1}{h} \Rightarrow$$

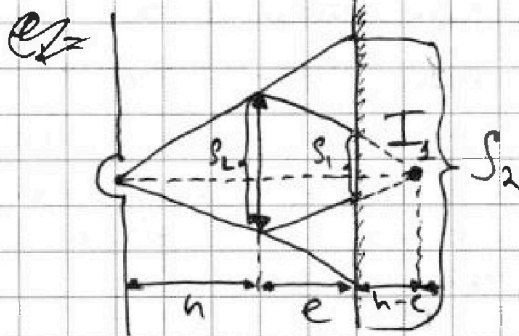
$\Rightarrow f = h \Rightarrow$ изображение

каждится за зеркалом на расст. $h-e = \frac{h}{3}$.

Необ. областью зеркала будет та часть, которую не затрагивают лучи идущие в изобр. предмета в линзе, и лучи, идущие от лампочки, и не проходящие через линзу. Площадь этой области:

$S_2 - S_1$ (см. рис.) S_1 - площадь линзы \Rightarrow луч

$$\frac{S_1}{S_A} = \left(\frac{e}{2r}\right)^2 \Rightarrow S_1 = S_A \left(\frac{e}{2r}\right)^2$$



$$\frac{S_1}{S_A} = \left(\frac{h-e}{h}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{S_A}{9}$$

$$\frac{S_2}{S_A} = \left(\frac{2rh+e}{h}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

Тогда площадь не- $\Rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_A$

освещенной части: $S_2 - S_1 = S_A \left(\frac{16}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{15}{9} S_A = \frac{5}{3} S_A$

$$= \frac{5}{3} \pi r^2 = 15\pi \text{ [см}^2\text{]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Найдём $\varphi(x)$. $\varphi(x) = E(x)x$. Для $x < r$: $E(x) = k \frac{Q}{x^2}$,

а $\varphi(x) = k \frac{Q}{x}$. Чтобы найти $E(x)$ представим,

что заряд Q "размазан" по сфере r .

№3. Найдём $\varphi(x)$. Для $x < r$ $\varphi(x) = k \frac{Q}{x}$.

Для $x > r$ представим, что Q "размазан"

по сфере, а x — рассм. x от центра находится обкладка воображаемой сферы.

Тогда $\Delta\varphi = \frac{Q}{C}$, где C — ёмкость

сферической конденсатора с обкладками

радиусов r и x . $C = k \frac{x-r}{\epsilon r x}$, т.к. среда

с диэлектриком. "Размазанный" заряд Q



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

