



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = x+4 \\ (x+4) \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \end{cases}$$

где q — знаменатель левин прогрессии.

Перемножим системы

$$q^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x+4) = (x+4) \sqrt{(15x+6)/(x-3)}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -\frac{6}{15} \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{6}{15}) \cup (3; \infty)$$

$\Rightarrow x > 3$

$$\sqrt{15x+6} \cdot (x+4) \left(q^8 \frac{1}{(x-3)^3} - \sqrt{(x-3)} \right) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow q^8 = (x-3)^2$ подставим во второе ур-ие системы

и найдем x : $(x+4) \sqrt{(x-3)} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

$$\sqrt{-x+3} \cdot (x+4) - \sqrt{(15x+6)} = 0 \quad - \emptyset \quad (x < 3)$$

$$\sqrt{(x-3)} \cdot (x+4) - \sqrt{(15x+6)} = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ (x+4)^2 = 15x+6 \\ x=3 \\ (x+4)^2 = -15x-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ (x+4)^2 = 15x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \\ x=5 \end{cases}$$

Ответ: 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3x^2} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{25-x^2} & (2) \end{cases}$$

2) $y < 20$: левая часть : $-3y + 90 \Rightarrow$ убывает левая?

$y \in (20; 35)$: левая часть $-y + 15 \Rightarrow$ убывает левая?

$y \geq 35$: левая часть : $3y - 90 \Rightarrow$ левая часть возрастает \Rightarrow

\Rightarrow минимальное значение левой части достигается

в $y = 35$, т.к. это точка экстремума. \Rightarrow минимум

левой части равен $|35-20| + 2|35-35| = 15$.

Теперь рассмотрим максимум правой части :

это просто вершина параболы под корнем \Rightarrow максимум правой части равен $\sqrt{25-0} = 5 \Rightarrow$ равенство может

быть только когда обе части равны 15 $\Rightarrow y = 35, x = 0$

$$(1) \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

Пусть $\sqrt{5-x} = \frac{m}{t}$, $\sqrt{x+7} = \frac{t}{m}$, тогда.

$$\begin{cases} t - m + 6 - 2tm = 0 \\ t^2 + m^2 = 12 \end{cases}$$

Сложим два уравнения.

$$(t+m)(t-m) + (t-m) \frac{-6}{t} = 0$$

$$2t-m = t-6 = 15 < 0 \Rightarrow t-m < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: \emptyset

ОРЗ: $x \in [-7; 5)$

$$D_{(t-m)} = 1 + 24 = 25$$

$$t-m = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\begin{cases} t-m = -3 \\ t-m = 2 \end{cases}$$

Обратимое: $\sqrt{5-x} - \sqrt{x+7} = -3$ $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \quad ||) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \end{array} \right.$

$$1) \quad \frac{x+7}{x+7} + 6\sqrt{x+7} = 5-x$$

$$6\sqrt{x+7} = -2x-11 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 36x + 36 \cdot 7 = 4x^2 + 44x + 121 \\ x < -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

~~...~~

$$D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 131 = 2096 + 64 = 2160$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{2160}}{8}$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{2160}}{8}$$

~~...~~

$$\sqrt{2160} > 46$$

$$2) \quad \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$x+7 = 4 + 2\sqrt{5-x} + 5-x$$

$$2x-2 = 4\sqrt{5-x}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t - m + 6 - 2 + m = 0 \\ t^2 + m^2 = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 35 = (x + 7)(x - 5)$$

$$(t - m) + (t - m)^2 + 6 = 2$$

$$t - m = w$$

$$w^2 + w + 4 = 0, \quad D = 1 - 16$$

$$w = t - m$$

$$x - 1 = 2\sqrt{5 - x}$$

$$x^2 - 2x + 1 - 10 + 2x = 0$$

$$x = \pm 3$$

или

$$\text{Ответ: } \pm 3; \quad - \frac{8 + \sqrt{160}}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$8 \cos^3 x - 4 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 - p = 0$$

$$3 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 2 \cos x + 3 - p = 0$$

Пусть $\cos x = t$, $|t| < 1$

$$3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p = 0. \quad f(t) = 3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p$$

$$f'(t) = 9t^2 - 12t + 2 = 0$$

$$D = 144 - 72 = 72$$

$$t = \frac{12 \pm \sqrt{72}}{18}$$

$$\frac{12 + \sqrt{72}}{18} > 1, \quad 1 < \frac{12 - \sqrt{72}}{18} < 1$$

$$\leftarrow t < \frac{1}{2} \quad (-1 < t < \frac{12 - \sqrt{72}}{18})$$

Левая часть возрастает при $|t| < \frac{1}{2}$, тогда при $t = -1$

$$p = -8, \quad \text{а при } t = 1 \quad p = 2$$

Значит $p \in [-8; 2]$

Пусть $p = -8$, тогда

$$(-t+1)(3t^2-9t+5) \quad (t+1)(3t^2-9t-11) = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{9 \pm \sqrt{132}}{6} \\ t = \frac{9 - \sqrt{132}}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{9 - \sqrt{132}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k \\ x = \pm \arccos\left(\frac{9 - \sqrt{132}}{6}\right) + 2\pi k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\rho = 2$

$$(t-1)(3t^2 - 3t + 1) = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3 + \sqrt{21}}{6} \\ t = \frac{3 - \sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3 - \sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{3 - \sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3 - \sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3 - \sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

При $\rho \in (-8; 2)$: $x \in (-\pi + 2\pi m; -2\pi)$ ($0 + 2\pi m; \pi + 2\pi m$),

$m \in \mathbb{Z}$

Объем. $\rho = -8$: $\begin{cases} x = \pi + 2\pi k \\ x = \arccos\left(\frac{4 - \sqrt{132}}{16}\right) \end{cases}; \rho = 2$: $\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3 - \sqrt{21}}{6}\right) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3 - \sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}; \rho \in (-8; 2): x \in (2\pi k; \pi + 2\pi m),$$

где $k, m, n \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 5 клеток выбрать так чтобы они были симметричны относительно центра, достаточно выбрать 4 клетки и расположить их в одной из половин прямоугольника. Это можно сделать C_{15000}^4 способами.

2) 8 клеток так чтобы они были симметричны относительно средней линии данного прямоугольника, достаточно выбрать 4 точки и расположить их в одной из половин прямоугольника. Это можно сделать:

$2 \cdot C_{15000}^4$

Таким образом мы посчитали несколько раз те случаи, когда мы расположили клетки симметрично в средней линии и тем самым еще и центра. Таких способов сделать это C_{7500}^2 . Т.к мы для 2 клеток относительно закрашенных клеток относительно 2 средних линий одновременно выбираем еще 6 клеток. Тогда всего будет: $3 \cdot C_{15000}^4 + 2 \cdot C_{7500}^2$

Ответ: $\frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot 14996!} + 2 \cdot \frac{7500!}{2! \cdot 7498!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число. Такое может

быть если $(a-c) = (b-c)$ или $(a-c) = p^2, (b-c) = 1$

или $(a-c) = -p^2, (b-c) = -1$ или $(a-c) = -1, (b-c) = -p^2$ или

$-(a-c) = -(b-c)$.

1) $(a-c) = (b-c)$

$a = b$?!

2) $-(a-c) = -(b-c)$

$a = b$?!

3) Пусть $\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow$

$a = c + p^2$

$b = 1 + c$

$a-b \div 3 \Rightarrow c + p^2 - 1 - c \div 3 \Rightarrow p^2 - 1 \div 3$

p

Квадрат любого числа дает остаток 0 или 1 при делении на 3, тогда $p^2 \div 3 \Rightarrow p \div 3 \Rightarrow$

$\begin{cases} a = c + 9 \\ b = 1 + c \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$

$b^2 + b - 812 = 0$.

По теореме Виета $\begin{cases} b = -29 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a = 37 - 21 \\ b = -29 \\ a = 28 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow b = -29$

$(-21; -29; 30) \cup (30; 28; 27)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \begin{cases} (a-c) = -p^2 \\ (b-c) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad a-b/3 \Rightarrow 1-p^2/3 \Rightarrow$$

аналогично с 3 пунктом
 $p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 9 \\ b = c - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -8 \end{cases} \quad ?! (a > b)$$

$$5) \begin{cases} (a-c) = -1 \\ (b-c) = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases} \quad a-b/3 \Rightarrow 1-p^2/3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow$ аналогично с 3 пунктом $p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 812 = 0$$

по Т. Виета $\begin{cases} b = -29 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ a = -21 \\ b = -29 \end{cases}$

$(36; 28; 37)$ и $(-21; -29; -20)$

Ответ: $(36; 28; 37); (-21; -29; -20); (36; 28; 27); (-21; -29; 30)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2^2} \end{cases}$$

LHS: $20-y+70-2y = 90-3y \quad y < -20$

$x^2+2x-35=0$
 $(x+7)(x-5)$
 $(x+7)(x-5)$

$\min(LHS) = 15$
 $\max(RHS) = 15 \quad \Rightarrow \quad y = 35 \quad z = 0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$-1x$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$x \geq -7$$

$$x \leq 5$$

~~$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$~~

~~$$5+x+(x+7) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4\sqrt{(35-2x-x^2)} - 4\sqrt{(35-2x-x^2)+36}$$~~

~~$$(x+7) - (x-7)(x-5)$$~~

~~$$\sqrt{(x-5)} \sqrt{5-x} (\sqrt{-(x-7)+1}) = 6 + \sqrt{x+7}$$~~

~~$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$~~

~~$$t - m + 6 = 2\sqrt{tm}$$~~

~~$$t - m + 6 = 2\sqrt{tm}$$~~

~~$$\sqrt{t} + \sqrt{m} = 2$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b.$$

$$a - b \neq 3.$$

$$(a - c)(b - c) = p^2.$$

$$a + b^2 = 820.$$

$$(a - c)(a - b) = p^2$$

$$(a - c) = 1$$

$$(a - b) = p^2$$

$$a = b + p^2$$

$$b = 1 + c$$

$$-p^2 + 1 \neq 3. \quad p^2 = 0 \Rightarrow p = 3$$

$$p^2 - 1 \neq 3.$$

$$p^2 = 0/1 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$a - c = 9.$$

$$b - c = 1.$$

$$a + b^2 = 820$$

$$a - b = 18.$$

$$3249 = 3^2 \cdot 19^2$$

$$3 + 3^2 - 6 + 2 + 19 \quad | \quad t - 1$$

$$-3t^2 + 2t$$

$$-3t^2 + 3t$$

$$-t + 1$$

$$3(z + 2) - (x + 1), \quad p = 1 + 4 \cdot 812 = 3249$$

$$-(x + 1)^2 + y + (z + 2) - 1 \quad b = \frac{-1 \pm 3 \cdot 19}{2} = \begin{bmatrix} -29 \\ 28 \end{bmatrix}$$

$$3(y + 5) = \sqrt{225 - 2^2}$$

$$9(y + 5)^2 = 225 - 2^2$$

$$3(y + (3y + 5 - 15))(3y + 5 + 15) = 2^2$$

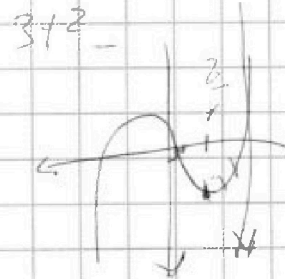
$$(3y - 10)(3y + 20) = 2^2$$

$$9y^2 + 30y - 200 = 2^2$$

$$1805t$$

$$005t$$

$$0005t \cdot 666t \cdot 966t \cdot 666t$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot g^6 = y+4$$
$$\Rightarrow (y+4)g^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$15x+6 = (y+4)^2$$

$$y^2 + 8y + 4 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 + 7x - 2 = 0$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$(t+1)(3t^2 - 9t - 5)$$

$$b = 81 - 60 = 21$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$g^8 \sqrt{\frac{1}{(x-3)^4}} = 1$$

$$g^8 = (x-3)^2$$

$$g^2 = \sqrt{(x-3)}$$

$$g^6 = \sqrt{(x-3)^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _
ИЗ
_ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$$

$$b_{10} = x+4$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$b_{12} \cdot b_4 = \sqrt{\frac{(15x+6)^2}{(x-3)^3}}$$

$$b_4 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot q^6 = x+4$$

$$(x+4) \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 6 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos^3 x + 6 \cos x = 6 \cos^3 x - 1 + p$$

$$3 \cos^3 x + 6 \cos^3 x - 10 \cos x - 1 + p = 0$$

$$\begin{array}{r} 1111111111111111 \\ \hline 6 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{1}{(x-3)} \cdot q^8 = \sqrt{(x-3)}$$

$$q^8 = \sqrt{(x-3)^3}$$

$$q = \sqrt[8]{\sqrt{(x-3)^3}}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)}} \cdot \sqrt[16]{(x-3)^{18}} = x+4$$

$$(x+4) \cdot \sqrt[8]{(x-3)^3} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$= \frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{2(x-3)}{8\sqrt[8]{(x-3)^{18}}} - 1 \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{15x+6} \cdot \sqrt[8]{(x-3)^{18}} = x+4 \\ (x+4) = \frac{\sqrt{(15x+6)^4 (x-3)^4}}{(x-3)^3} \end{array} \right.$$

$$x=2$$

$$\frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{1}{4\sqrt[8]{(x-3)^3}} - 1 > 0$$

$$15 - 8 \cdot \sqrt{(15x+6)^2 (x-3)}$$

$$\cancel{225} = 64$$

$$15^4 = 8^4 \cdot (15x+6)^2 \cdot (x-3)$$

15



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$15^4 \cdot 8^4 \cdot (225x^2 + 180x + 36) \cdot (x-3) = 15^4$$



$$\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt[4]{(x-3)} - x - 4 = 0$$

$$\frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{1}{4\sqrt[4]{(x-3)^3}} - 1 = 0$$

$$\frac{15}{16 \cdot (15x+6)^2} \cdot \frac{1}{256(x-3)^3} = 16$$

$$15 - 16(15x+6)^2 \cdot 16(x-3)^3 = 0$$

$$\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt[4]{x-3} = x+4$$

$$(15x+6)^2 \cdot (x-3) = (x+4)^4$$

$$225x^3 + 180x^2 + 36x - 675x^2 - 540x - 108 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 16$$

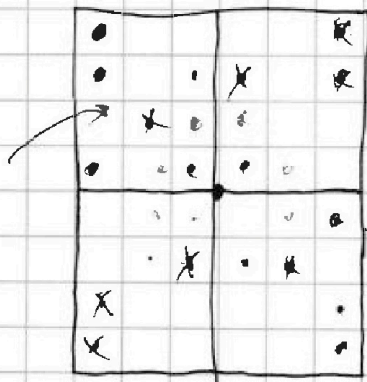
$$1(1-2m) = m-6$$

$6x^2$

$$+ C_{24}^4$$

$$+ C_{24}^4$$

$$+ C_{46}^4$$



средний

центр

$$\frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45}{4!}$$



~~или не может~~

каждо больше все случаи когда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2xz-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 46 \\ \hline 46 \\ 276 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$2 \leq -15184$$

$$5-x-3z > 0$$

$$(-y+15)^2 =$$

$$\begin{array}{r} 95-1 \times 86 \\ \hline 259 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$225 - 430y + y^2 = 225 - z^2$$

$$(y-15)^2 + z^2 = 225$$

$$y+z - (x+1)^2 + 1$$

$$\begin{array}{r} 2096 \\ \hline 641 \\ \hline 2737 \end{array}$$

$$2y-20+2y-35$$

$$y-15-35$$

$$y \geq 50$$

$$3y-55 = \sqrt{225-z^2}$$

$$y+z - (x+1)^2 + 1$$

$$9y^2 - 330y + 55^2 = 225 - z^2$$

$$p = 3\cos^3 x - 6\cos^2 x + 10\cos x + 1$$

$$\cos x = t, |t| \leq 1$$

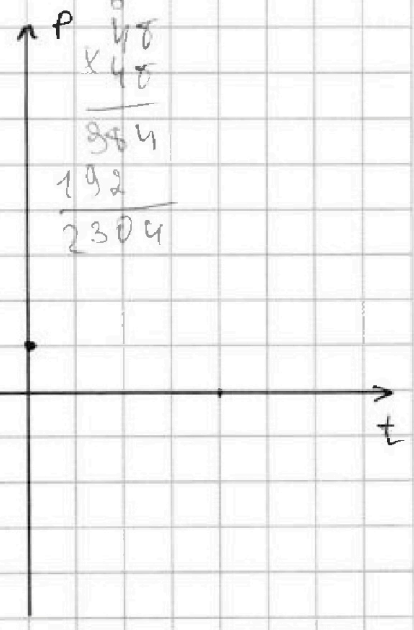
$$p = -3t^3 - 6t^2 + 10t + 1$$

$$-9t^2 - 12t + 10 = 0$$

$$144 + 10 \cdot 9 \cdot 4$$

$$504$$

252 63
126



$$\sqrt{2 \cdot 12^2 - m + 6} - 2 \sqrt{3 \cdot m^2 - m + 6} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\cos 2x \cos x + 5\cos x - 3\cos 2x = p.$$

$$3\cos^3 x - 4\cos x + 6\cos x - 6\cos^3 x + 3 - p = 0.$$

$$3\cos^3 x + 2\cos x - 6\cos^3 x + 3 - p = 0.$$

$$-3t^3 + 2t + 3 - p = 0$$

$$3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p = 0. \quad |t| \leq 1 \quad f(x) \nearrow$$

$$p = 5 \quad \cos x = -1$$

$$t = -1: -3 - 6 - 2 + 3 - p = 0.$$

$$t = 1: 3 - 6 + 2 + 3 - p = 0$$

$$p = 2 \quad \cos x = 1.$$

$$p \in [-\infty; 8; 2]$$

6 (a; b; c).

1) $p^2 = a \cdot b \Rightarrow (a-c) = p, (b-c) = p.$

$(a-c) = (b-c).$

$a > b.$

$a = b. \quad ?1$

$a - b \neq 3.$

$(a-c)(b-c) = p^2.$

2) $p^2 = p^2 \cdot 1.$

$a + b^2 = 80.$

$(a-c) = p^2 \quad 1083$

$(b-c) = 1. \quad 361$

$b = c + 1.$

$a = c + p^2.$

$a = 8 + b.$

$c + 1 - c - p^2 \neq 3.$

$p^2 - 1 \neq 3. \Rightarrow$

$= p : 3. \Rightarrow p = 3.$

0	0
1	1
2	1.
3	

$\begin{cases} a-c = 9 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 10 \quad a-b = 8.$

$b^2 + b - 812 = 0.$

$8 + b + b^2 = 820$

$$\begin{array}{r} \times 812 \\ 4 \\ \hline 3248 \\ 3249. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \times 57 \\ 57 \\ \hline 2055 \\ 3909 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 47 \\ 47 \\ \hline 329 \\ 8 \end{array}$$