



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

по условию $a_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $a_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3$

$a_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$, тогда $a_7 \cdot a_9 = a_{15} \Rightarrow \frac{b_1^2 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^{14}} = b_1$

т.е. $a_1 = b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot x+3}{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}} = (x+3)(x-6)^2 \Rightarrow$

$b_1 = (x+3)(x-6)^2$, то $b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}} = q$

тогда $b_9 = b_1 \cdot q^8 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} = \sqrt{25x-9} = x+3$

\Rightarrow найти натуральные x , которые удовлетворяют условию

$\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 9 + 6x \quad x^2 - 19x + 18 = 0 \quad (x-1)(x-18) = 0 \Rightarrow$

либо $x=1$, либо $x=18$. $x=1$ не подходит в ОДЗ, т.к.

$(25x-9)(x-6) < 0$ для корней. $x=18$ подходит, т.к.

он входит в ОДЗ и при последовательных преобразова-

нии операций у нас число не становится и

не делится на ноль. при $x=18$

$q = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}$, $a_9 = 21$, $a_7 = 21 \cdot \sqrt{12}$, $a_{15} = \frac{21}{(\sqrt[4]{12})^3} \Rightarrow$

$x=18$ подходит, остальные корни нет

Ответ: $x=18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Второе уравнение: $|y+4| + 4|y-5|$ - рассмотрим от y до точки -4 + 4 - рассмотрим до точки 5 . Замечает, что $|y+4| + |y-5| \stackrel{=}{\leq} 9$ (при $y \in [-4; 5]$), $|y+4| + |y-5| > 9$ при $y \notin [-4; 5]$. В данном случае $\sqrt{0-2^2} \leq 9 \Rightarrow$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq |y+4| + |y-5| \geq 9 \Rightarrow \text{рассматриваем, когда}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = 9, \text{ все неравенства обратные равенствам}$$

$$\Rightarrow |y-5| = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ и } z = 0 - \text{рассматриваем только}$$

поиск, остальные $(y, z) \neq (5, 0)$ тем, первое уравнение: $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$ рассматриваем y и z !

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4 \quad \text{ОДЗ: } x \in [-5; 1]$$

$$5 - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4(x+5)(1-x) + 16 - 16\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\text{а } \sqrt{(1-x)(x+5)} \geq 0 \Rightarrow 4a^2 - 14a + 10 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8} = 1 \text{ и } \frac{5}{2}$$

$$1) 5 - 4x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2},$$

оба корня лежат в отрезке $[-5; 1]$

$$2) 5 - 4x - x^2 = \frac{25}{4} \quad x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0 \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 5}}{2} =$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}, \quad |\sqrt{11}| < 6 \Rightarrow \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2} \text{ лежат в ОДЗ}$$

Однако нам необходимо не все три корня:

Проблема:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2} + 4$$

$$1) x = -2 + \sqrt{2} \quad \sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{3-\sqrt{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 + \sqrt{2} \text{ не подходит}^0$$

$$2) x = -2 - \sqrt{2} \quad \sqrt{3-\sqrt{2}} = \sqrt{3+\sqrt{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 - \sqrt{2} \text{ не подходит}^0$$

$$3) x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1 > 0$$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ подходит}$$

$$4) x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1 > 0$$

$$x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ не подходит}$$

Иногда не подходит $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$ и $x = -2 - 2\sqrt{2}$

~~$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$ и $x = -2 - 2\sqrt{2}$~~

Ответ: $x = -2\sqrt{2}; y = 5, z = 0$

$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}, y = 5, z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

обозначим $\cos x = y$, тогда

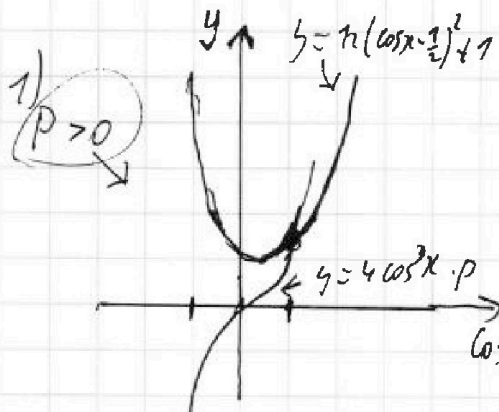
$$p \cdot (4y^3 - 3y) + 3(p+4)y = 12y^2 - 6 + 10$$

$$4py^3 + 12py = 12y^2 + 4 \quad 4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 = 12y^2 - 12y + 4 = 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \quad \text{или продолжим от}$$

$[-1; 1]$ делаем форму по формуле пересечения: сразу $0 \neq 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$

$p \neq 0$, так как $0 \neq 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$



1) $p > 0$

вправо продолжим $\cos x$:

$$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4p \cos^3 x$$

1) $p > 0$ при увеличении p абсцисса пересечения графиков

$y = 4p \cos^3 x$ с графиком

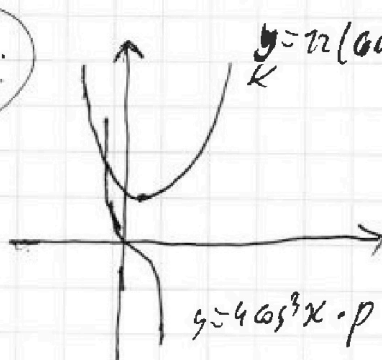
$y = 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$ увеличивается

влево (парабола неубывает, кубический монотонно растет)

$\Rightarrow \min p > 0$ находится, когда пересечение в точке 1: $y = 4$

$$y = 4p = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4 \Rightarrow p \geq 1 \text{ подходит}$$

2) $p < 0$



$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$ в левом случае:

при увеличении p от 0 до $-\infty$

абсцисса пересечения перемещается влево

вправо до $0 \Rightarrow$ минимал

$\max p < 0$ при пересечении с

графиком в точке -1 абсциссе:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -4p = 12 \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 12 \cdot \frac{9}{4} + 1 = 28 \Rightarrow$$

при $p \leq -7$ решение будет на промежутке $[-1; 0]$

при $p \geq 1$ решение будет на промежутке $[0; 1]$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$



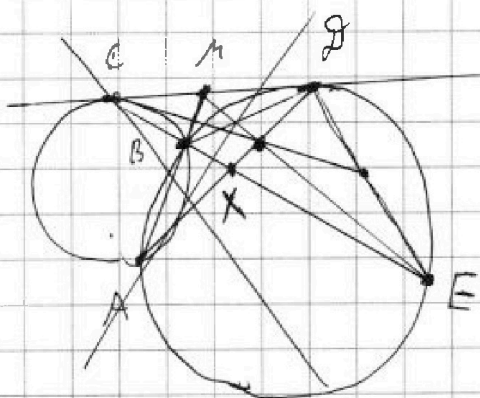
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$AD \cap CE = X; CX:CE = 2:5$$

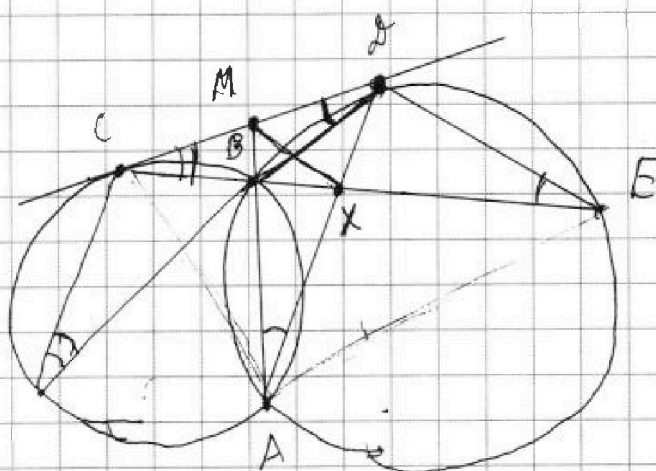
$$CM^2 = MD^2 = MB \cdot MA \Rightarrow$$

$$(M = MD \text{ (сменены метки)})$$

~~CD^2 = CB \cdot CE~~

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

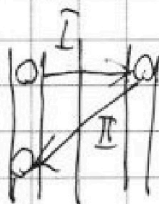
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть C_1 - кол-во способов выбора раскраски, симметрично относительно вертикали \rightarrow кол C_{2000}^4 (в одной половине выбрали 4 клетки и окрасили). C_2 - кол-во способов выбора раскраски, симметрично относительно горизонтали - кол C_{2000}^4 . C_3 - кол-во способов, когда центральная клетка окраслена, кол C_{1999}^4 (выбрали в одной половине 4 и окрасили).

Но некоторые раскраски повторяются.

Клетки: если раскраска входит в C_1 и в C_2 , то она входит и в C_3 , но она входит во все C_1, C_2 и C_3 .

1) если в C_1 и в C_2 , то симметрично, но центрально симм. вертикали и горизонтально относительно центра.

2) если в C_1 и C_3 :  Если 2 клетки, одна в каждой половине, симметрично относительно центра.

Есть еще вертикали и горизонтально симметрично, но не центрально симметрично относительно центра.

3) аналогично п.2.

Пусть можно представить C_4 , тогда имеем соотношение $C_1 + C_2 + C_3 = 2C_4$.

Найти C_4 : выбрали строчку и столбец, окрасили в них 2 клетки и сделали симметрично относительно горизонтали + относительно вертикали.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

также способов C_{10000}^2 . В итоге получим ответ

$C_1 + C_2 + C_3 - 2C_4$ — вычитаем (2 из 3 пересечения, чтобы получить только отрезки горизонтально + только отрезки вертикально + только отрезки изгибы + (объемы))

$$= 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$$

Ответ: $3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

п.к. $a \neq b$, то либо $a-c = -p^2 < -1 = b-c$, либо

$a-c = 1 < p^2 = b-c$. Также, $(b-c) - (a-c) = b-a = p^2 - 1 \neq 3$

но все p дают либо 1 либо 2 (остатка) по модулю 3 \Rightarrow

$p^2 - 1$ при $p \neq 3$ делится на 3 $\Rightarrow p = 3$ - единственная
число, контрол по модулю $\Rightarrow \begin{cases} a-c = -9, b-c = -1 \\ a-c = 1, b-c = 9 \end{cases}$

1) если $a-c = -9, b-c = -1$, то $a = b-8 \Rightarrow b = a+8$

2) если $a-c = 1, b-c = 9$, то $a = b-8 \Rightarrow b = a+8$

$$a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 702}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26; -27$$

при $a = 26$ $b = 34$, $c = 25$, либо $c = 35$,

при $a = -27$ $b = -19$, $c = -28$, либо $c = -18$

и ответ.

Ответы: $(26; 34; 25)$; $(26; 34; 35)$; $(-27; -19; -28)$ и

$(-27; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Выберем всевозможные варианты, ^{или} одновременно вершины; нам нужно в любой паровый вариант 4 элемента, остальные 4 элемента. Всего possible способов $C_{50 \cdot 400}^4 = C_{20000}^4$. Выберем всевозможные варианты ^{или} одновременно вершины: нуль или, 4 вершины в одной паровый, и другие комбинации, получим $C_{200 \cdot 200}^4 = C_{20000}^4$. Но эти 2 варианта пересекаются: если покраска комбинация одновременно вершины и комбинация, но они комбинация комбинация $\Rightarrow C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - 2 \cdot$ (число покраски, когда комбинация одновременно паровый комбинация + только вершины + $2 \cdot$ (комбинация комбинация), п.к. комбинация комбинация комбинация пара~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

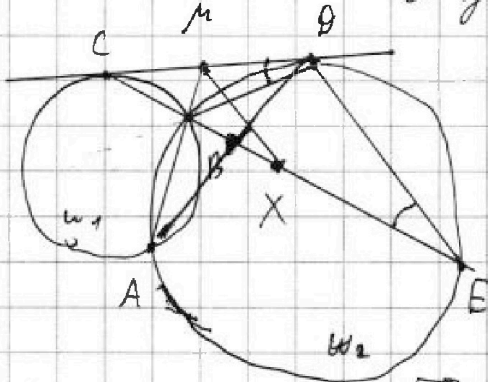


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Фигуры $ABD \cap CD = M$, тогда
 $MC^2 = MB \cdot AM = MD^2$ (свойство секущих ω_1)

$\Rightarrow MC = MD$.

$$CB = \frac{2}{7} CE.$$

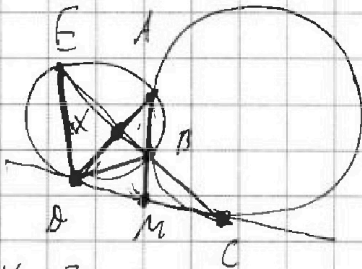
$CD^2 = CB \cdot CE$ - свойство секущих (относительно ω_2)

$$CD^2 = \frac{2}{7} CE^2 \Rightarrow CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$\triangle CDB \sim \triangle CDE$ по углам ($\angle C$ общий, $\angle CDB = \angle CED$ как углы между хордой и касательной в одной точке)

$\Rightarrow \frac{CB}{BD} = \frac{CD}{DE}$. Диаметр XE - диаметр ω_2 , тогда

$MX \parallel DE$ и $MX = \frac{DE}{2}$, $\angle CXM = \angle CED = \angle CDB$



$$\frac{CX}{CE} = \frac{2}{5}$$

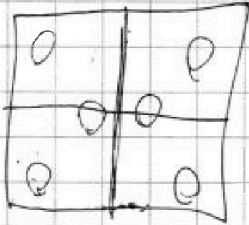


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



40000
20000



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 q^6, b_1 q^8, b_1 q^{14}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{2\sqrt{2}} = 2$$

$$b_1 \cdot q^{12} = \frac{25x-9}{x-6}$$

$$p(4x^3 - 3x) + 3(p+4)x = 12x^2 - 6 + 10$$

$$b_1 q^6 \cdot b_1 q^8 = b_1^2 q^{14}$$

$$4px^3 + 9px = 12x^2 + 4 \quad 6+2-1=4$$

$$b_1 = \frac{a_7 \cdot a_9}{a_{15}} = \frac{\sqrt{25x-9}(x-6) \cdot (x+3) \cdot \sqrt{(x-6)^3}}{\sqrt{25x-9}} = (x+3)(x-6)^2$$

20
25
1100

$$q^8 = (x-6)^2 \quad q^4 = \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$a_7 \cdot q^4 = \sqrt{25x-9} = x+3$$

$$25x-9 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$x=1 \quad x=18$$

$$256 - 460 = 96$$

$$250 + 200$$

$$250 + 12$$

$$441$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x \in (-5; 1)$$

$$|y+4| + |4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$441$$



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} + 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$a - b + 4 = 2ab \quad -5; -2 \text{ root}$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2) + 16 - 16\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$4a^2 - 8a + 10 = 0$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1 \quad [-5; 1]$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(1-x)(5+x)} - 4$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5} = 4(1-x)(5+x) + 16 - 16\sqrt{(1-x)(5+x)}$$

$$4a^2 - 14a + 10 = 0 \quad a = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8}$$

$$5-4x-x^2 = 1 \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$5^2 - 4x - x^2 = \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 = 2 + \sqrt{26}$$

$$\sqrt{3 + \frac{\sqrt{26}}{2}} + \sqrt{3 - \frac{\sqrt{26}}{2}} = \frac{5}{2}$$

$$9 - 2 \cdot \left(9 - \frac{13}{2}\right) = \frac{25}{4}$$

$$3 + 3 = 2 \cdot \quad x + 5 = -2 \pm \sqrt{\frac{11}{2}}$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} + \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} = \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

6

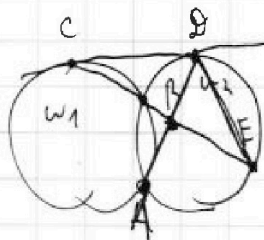
$$\sqrt{5 - 2 + \sqrt{2}} + \sqrt{3 + \sqrt{2}} = 1$$

$$\rho \sqrt{(3 - \frac{\sqrt{13}}{2})(3 + \frac{\sqrt{13}}{2})} = \quad 6 -$$

$$\sqrt{6 - 2 \cdot \frac{5}{2}} \quad 6 -$$

$$4py^3 + 12py = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 - 4 = 12y^2 - py \quad 12y^2 + 4$$



-12

$$C_{2000}^{2000} \cdot C_{2000-1}^{2000-1} \cdot C_{2000-2}^{2000-2} \cdot C_{2000-3}^{2000-3} \dots$$

$$C_{2000}^{1999} \cdot C_{2000-1}^{1999-1} \cdot C_{2000-2}^{1999-2} \cdot C_{2000-3}^{1999-3} \dots$$

$$C_{2000}^1 \cdot C_{1999}^1 \cdot \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} + \frac{20000 \cdot 19996}{4!}$$

$$C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - C_{20000}^4 = C_{20000}^4 = \frac{20000!}{19996! \cdot 4!}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\frac{11}{2}} \quad 4y^3 - 3py + 4p -$$

$$x + 5 = 3 - \sqrt{\frac{11}{2}}$$

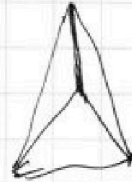
$$1 - x = 3 + \sqrt{\frac{11}{2}}$$

$$9 - \frac{11}{4} \quad \frac{36 - 11}{4} = \frac{25}{4}$$

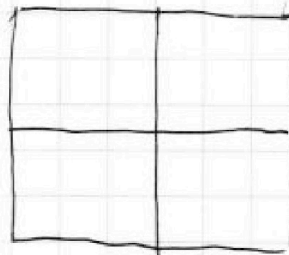
$$p(4y^3 - 3y) + 12y + 12y = 12y^2 - 6 + 12$$

$$4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 = 12y^2 - 12y + 4$$



C_{2000}^2
 $C_{2000-100}^2$



$$12y^2 + 4 \quad \min = 4$$

$$\max = 16$$

$$4py^3 + 12p \quad \min = -116p$$

$$\max = 116p$$

$$50 \cdot 400 \quad 20000$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

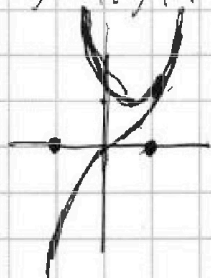
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$CD = \sqrt{\frac{27}{7}} CE$$

$$12y^2 - 12y + 4$$

$$12(y^2 - y + \frac{1}{3}) + 4 - 3 = 12(y - \frac{1}{2})^2 + 1$$



$$b - c = p^2 \quad a - c = 1$$

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{DE}$$

$$b - c - (a - c) = p^2 - 1 = b - a$$

маленько при $p=3$

$$\frac{BP}{CP} = \frac{MX}{CX}$$

$$a^2 + b = 710$$

$$b - c = 9, \quad a - c = 1$$

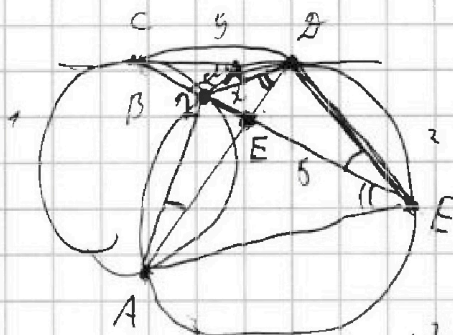
$$(a - c) = -p^2 \quad (b - c) = -1$$

$$a - c = -9 \quad b - c = -1 \quad \text{find}$$

$$(a - c) = 1 \quad b - c = p^2$$

$$a - c = 1 \quad b - c = 9$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 9 \\ \hline 333 \\ 159 \\ \hline 265 \\ 2809 \end{array}$$



$ED : CD = ?$

$$CD = \sqrt{\frac{27}{7}} CE$$

$$BC = \frac{2}{7} CE$$

$$s^2 = (23 - x) 73$$

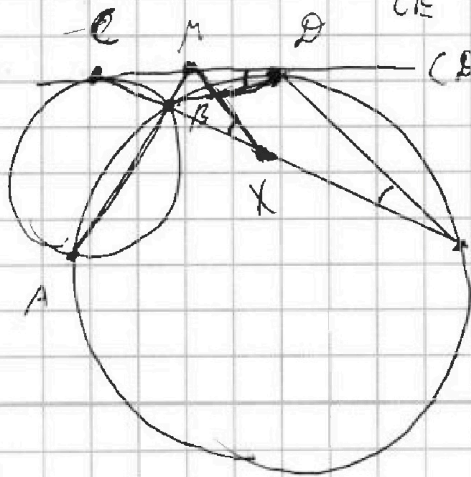
$$\frac{CD}{CE} = \frac{BC}{CP}$$

$$CD^2 = CE \cdot BC = \frac{2}{7} CE^2$$

$$CB = \frac{2}{7} CE$$

$$CD = \sqrt{\frac{27}{7}} CE$$

$$\frac{BP}{CP} = \frac{CX}{CP} = \frac{CP}{CB}$$



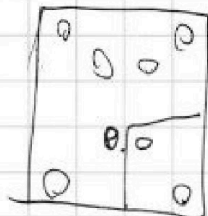


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



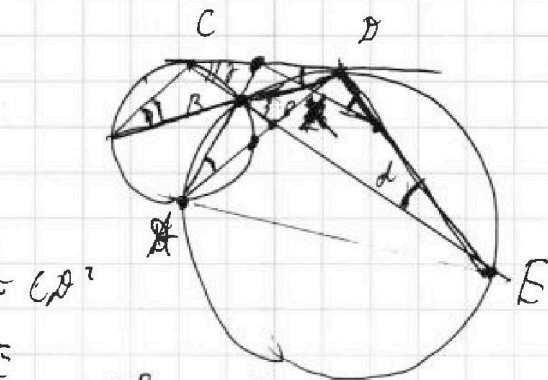
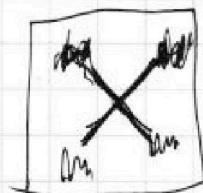
$$CB \cdot CE = \frac{2}{7} CE^2 = CA^2$$

$$CA = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$\frac{CA}{CE} = \frac{\sin d}{\sin \beta}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CA}{DE}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CA}{DE}$$



$$\frac{CB}{\sin d} = \frac{CA}{\sin \beta} = \frac{BA}{\sin \gamma}$$

$$\frac{DE}{\sin \beta} = \frac{BA}{\sin d}$$

$$\frac{CA}{\sin d} = \frac{DE}{\sin \beta}$$

$$DE = BA \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{(2:7)CE}{\sin d} = \frac{\sqrt{2/7}CE}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \sin d \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$AC, BC, \sin d : \sin \beta$$

$$CA = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$CB = \frac{2}{7} CE$$

27-27

27

189

54

729

26

26

150

52

67

