



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

по условию  $a_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ,  $a_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3$

$a_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ , тогда  $a_7 \cdot a_9 = a_{15} \Rightarrow \frac{b_1^2 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^{14}} = b_1$

т.е.  $a_1 = b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot x+3}{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}} = (x+3)(x-6)^2 \Rightarrow$

$b_1 = (x+3)(x-6)^2$ , то  $b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}} = q$

тогда  $b_9 = b_7 \cdot q^2 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} = \sqrt{25x-9} = x+3$

$\Rightarrow$  найти натуральные  $x$ , которые удовлетворяют условию

$\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 9 + 6x \quad x^2 - 19x + 18 = 0 \quad (x-1)(x-18) = 0 \Rightarrow$

либо  $x=1$ , либо  $x=18$ .  $x=1$  не подходит в ОДЗ, т.к.

$(25x-9)(x-6) < 0$  для корней.  $x=18$  подходит, т.к.

он входит в ОДЗ и при последовательных применении

или операции у нас число не становится и

не делится на ноль. при  $x=18$

$q = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}$ ,  $a_9 = 21$ ,  $a_7 = 21 \cdot \sqrt{12}$ ,  $a_{15} = \frac{21}{(\sqrt[4]{12})^3} \Rightarrow$

$x=18$  подходит, остальные корни нет

Ответ:  $x=18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 2

Второе уравнение:  $|y+4| + 4|y-5|$  - рассмотрим от  $y$  до точки  $-4$  +  $4$  - рассмотрим до точки  $5$ . Замечает, что  $|y+4| + |y-5| \stackrel{=}{\leq} 9$  (при  $y \in [-4; 5]$ ),  $|y+4| + |y-5| > 9$  при  $y \notin [-4; 5]$ . В данном случае  $\sqrt{0-2^2} \leq 9 \Rightarrow$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq |y+4| + |y-5| \geq 9 \Rightarrow \text{рассуждать, что}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = 9, \text{ все неравенства обратные равенствам}$$

$$\Rightarrow |y-5| = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ и } z = 0 - \text{рассуждать, что}$$

поэтому, оставшиеся  $(y, z) \neq (5, 0)$  тем самым уравнение:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} \text{ ОДЗ: } x \in [-5; 1]$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$5 - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4(x+5)(1-x) + 16 - 16\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$a = \sqrt{(1-x)(x+5)} \geq 0 \Rightarrow 4a^2 - 14a + 10 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8} = 1 \text{ и } \frac{5}{2}$$

$$1) 5 - 4x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2},$$

оба корня лежат в отрезке  $[-5; 1]$

$$2) 5 - 4x - x^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 5}}{2} =$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}, |\sqrt{11}| < 6 \Rightarrow \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2} \text{ лежат в ОДЗ}$$

Однако как получилось не все три корня:

Проблема:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2} + 4$$

$$1) x = -2 + \sqrt{2} \quad \sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{3-\sqrt{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 + \sqrt{2} \text{ не подходит}^0$$

$$2) x = -2 - \sqrt{2} \quad \sqrt{3-\sqrt{2}} = \sqrt{3+\sqrt{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 - \sqrt{2} \text{ не подходит}^0$$

$$3) x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1 > 0$$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ подходит}$$

$$4) x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1 > 0$$

$$x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ не подходит}$$

Иногда не подходит  $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$  и  $x = -2 - 2\sqrt{2}$

~~$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$  и  $x = -2 - 2\sqrt{2}$~~

Ответ:  $x = -2\sqrt{2}; y = 5, z = 0$

$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}, y = 5, z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 3

обозначим  $\cos x = y$ , тогда

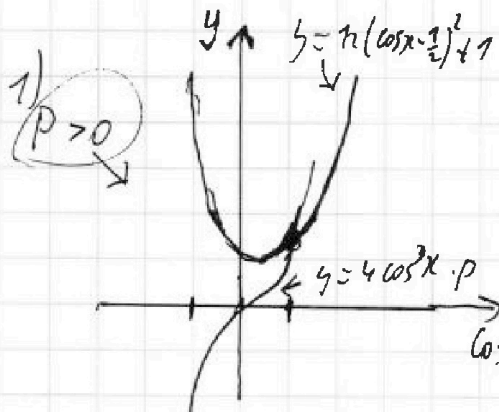
$$p \cdot (4y^3 - 3y) + 3(p+4)y = 12y^2 - 6 + 10$$

$$4py^3 + 12py = 12y^2 + 4 \quad 4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 = 12y^2 - 12y + 4 = 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \quad \text{или продолжим от}$$

$[-1; 1]$  делаем форму по формуле пересечения: сразу  $0 \neq 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$

$p \neq 0$ , так как  $0 \neq 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$



1)  $p > 0$

вправо продолжим  $\cos x$ :

$$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4p \cos^3 x$$

1)  $p > 0$  при увеличении  $p$  абсцисса пересечения графиков

$y = 4p \cos^3 x$  с графиком

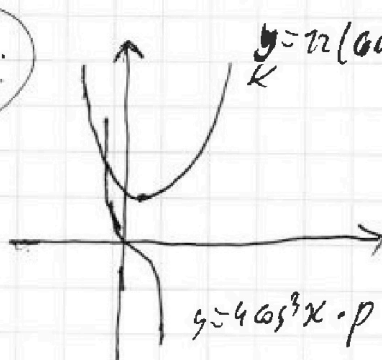
$y = 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$  увеличивается

влево (парабола неубывающая, кубический монотонно убывает)

$\Rightarrow \min p > 0$  находится, когда пересечение в точке 1:  $y = 4$

$$y = 4p = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4 \Rightarrow p \geq 1 \text{ подходит}$$

2)  $p < 0$



$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$  все равно левее:

при увеличении  $p$  от  $0$  до  $-\infty$

абсцисса пересечения перемещается влево

вправо до  $0 \Rightarrow$  минимален

$\max p < 0$  при пересечении с

графиком в точке  $-1$  на абсциссе:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -4p = 12 \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 12 \cdot \frac{9}{4} + 1 = 28 \Rightarrow$$

при  $p \leq -7$  решение будет на промежутке  $[-1; 0]$

при  $p \geq 1$  решение будет на промежутке  $[0; 1]$

Ответ:  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$



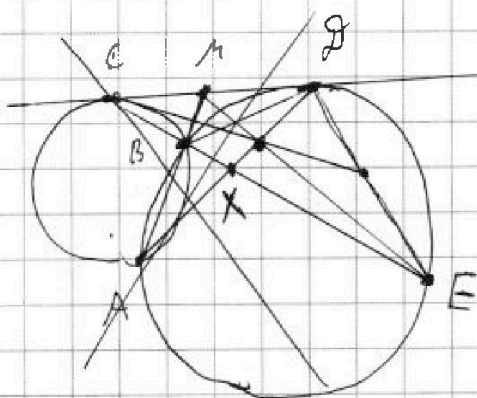
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$AD \cap CE = X; CX:CE = 2:5$$

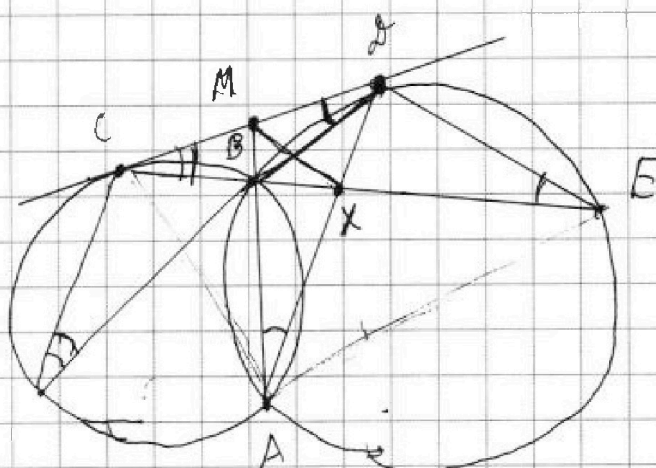
$$CM^2 = MD^2 = MB \cdot MA \Rightarrow$$

$$(M = MD \text{ (средняя точка)})$$

~~CD^2 = CB \cdot CE~~

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

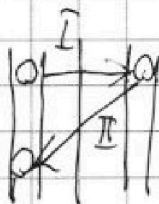
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $C_1$  - кол-во способов выбора раскраски, симметрично относительно вертикали  $\rightarrow$  кол  $C_{2000}^4$  (в одной половине выбрать 4 клетки и окрасить).  $C_2$  - кол-во способов выбора раскраски, которая симметрично относительно центра - кол  $C_{2000}^4$ .  $C_3$  - число способов, когда центральные клетки окрасить, кол  $C_{2000}^4$  (выбрать в одной половине 4 и окрасить).

Но некоторые раскраски повторяются.

Классификация: если раскраска входит в  $C_1$  и в  $C_2$ ; в  $C_1$  и в  $C_3$ , то она входит во все  $C_1, C_2$  и  $C_3$ .

1) если в  $C_1$  и в  $C_2$ , то симметрично, но центрально не симметрично и горизонтально не симметрично.

2) если в  $C_1$  и  $C_3$ :  если 2 клетки, одна в центре, одна в центре, одна в центре, одна в центре.

если одна вертикально и горизонтально симметрично, то она симметрична относительно центра

3) аналогично к 2.

Пусть мы хотим представить  $C_4$ , тогда увидим, что  $C_1 + C_2 + C_3 = 2C_4$ .

Найти  $C_4$ : выбрать 4 клетки и окрасить симметрично относительно центра и горизонтально симметрично.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

также способов  $C_{10000}^2$ . В итоге получим ответ

$C_1 + C_2 + C_3 - 2C_4$  — вычитаем (2 из 3 пересечения, чтобы получить только отрезки горизонтально + только отрезки вертикально + только отрезки диагональ + (все вместе))

$$= 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$$

Ответ:  $3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6

т.к.  $a \neq b$ , то либо  $a-c = -p^2 < -1 = b-c$ , либо

$a-c = 1 < p^2 = b-c$ . Также,  $(b-c) - (a-c) = b-a = p^2 - 1 \neq 3$

но все  $p$  дают либо 1 либо 2 (остатка) по модулю 3  $\Rightarrow$

$p^2 - 1$  при  $p \neq 3$  делится на 3  $\Rightarrow p = 3$  - единственная  
число, контрол по условию  $\Rightarrow \begin{cases} a-c = -9, b-c = -1 \\ a-c = 1, b-c = 9 \end{cases}$

1) если  $a-c = -9, b-c = -1$ , то  $a = b-8 \Rightarrow b = a+8$

2) если  $a-c = 1, b-c = 9$ , то  $a = b-8 \Rightarrow b = a+8$

$$a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 702}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26; -27$$

при  $a = 26$   $b = 34$ ,  $c = 25$ , либо  $c = 35$ ,

при  $a = -27$   $b = -19$ ,  $c = -28$ , либо  $c = -18$

и ответ.

Ответы:  $(26; 34; 25); (26; 34; 35); (-27; -19; -28)$  и

$(-27; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Выберем всевозможные варианты, <sup>или</sup> одновременно вершины; нам нужно в любой паровик вопросов 4 размера, амальгаме и органоидов. Всего можно выбрать  $C_{50 \cdot 400}^4 = C_{20000}^4$ . Выберем всевозможные варианты <sup>или</sup> одновременно органоидов: нуль или, 4 выбирать в одной паровик, и другие <sup>или</sup> одновременно, получим  $C_{200 \cdot 200}^4 = C_{20000}^4$ . Но эти 2 варианта пересекаются: если покраска <sup>или</sup> одновременно одновременно вершины и органоидов, то они <sup>или</sup> одновременно одновременно  $\Rightarrow C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - \text{это покраска, когда одновременно одновременно покраска органоидов + покраска вершины} + 2 \cdot (\text{уменьшение или}), \text{ п.к.}$  Краска <sup>или</sup> одновременно одновременно покраска~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

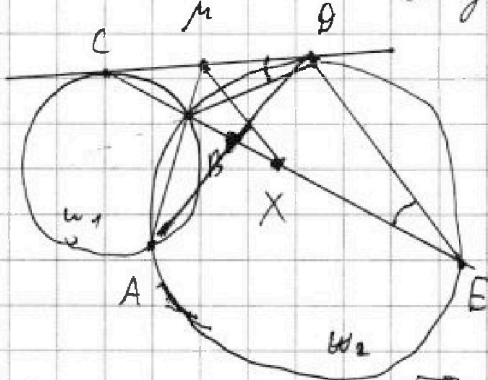


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Фигуры  $ABD \cap CD = M$ , тогда  
 $MC^2 = MB \cdot AM = MD^2$  (свойство касания  $w_1$ )

$\Rightarrow MC = MD$ .

$$CB = \frac{2}{7} CE.$$

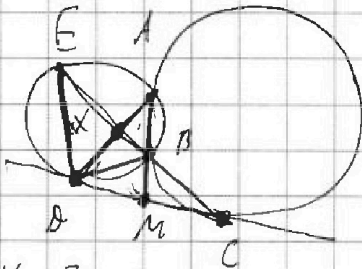
$CD^2 = CB \cdot CE$  - свойство касания (от  $w_2$ )

$$CD^2 = \frac{2}{7} CE^2 \Rightarrow CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$\Delta CDB \sim \Delta CDE$  по углам ( $\angle C$  общий,  $\angle CDB = \angle CED$  как угол между хордой и касательной в одной точке)

$\Rightarrow \frac{CB}{BD} = \frac{CD}{DE}$ . Диаметр  $X$  - середина  $CE$ , тогда

$MX \parallel DE$  и  $MX = \frac{DE}{2}$ ,  $\angle CXM = \angle CED = \angle CDB$



$$\frac{CX}{CE} = \frac{2}{5}$$

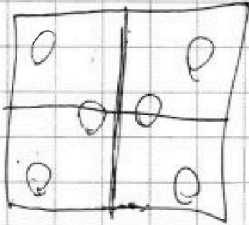


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



40000  
20000



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 q^6, b_1 q^8, b_1 q^{14}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{2\sqrt{2}} = 2$$

$$b_1 \cdot q^{12} = \frac{25x-9}{x-6}$$

$$p(4x^3 - 3x) + 3(p+4)x = 12x^2 - 6 + 10$$

$$b_1 q^6 \cdot b_1 q^8 = b_1^2 q^{14}$$

$$4px^3 + 9px = 12x^2 + 4 \quad 6+2-1=4$$

$$b_1 = \frac{a_7 \cdot a_9}{a_{15}} = \frac{\sqrt{25x-9}(x-6) \cdot (x+3) \cdot \sqrt{(x-6)^3}}{\sqrt{25x-9}} = (x+3)(x-6)^2$$

20  
25  
1100

$$q^8 = (x-6)^2 \quad q^4 = \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$a_7 \cdot q^4 = \sqrt{25x-9} = x+3$$

$$25x-9 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$x=1 \quad x=18$$

$$256 - 460 = 96$$

$$250 + 200$$

$$250 + 12$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x \in (-5; 1)$$

$$|y+4| + |4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

441



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} + 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$a - b + 4 = 2ab \quad -5; -2 \text{ root}$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2) + 16 - 16\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$4a^2 - 8a + 10 = 0$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(1-x)(5+x)} - 4$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5} = 4(1-x)(5+x) + 16 - 16\sqrt{(1-x)(5+x)}$$

$$4a^2 - 14a + 10 = 0 \quad a = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8}$$

$$5-4x-x^2 = 1 \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$5^2 - 4x - x^2 = \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 = 2 + \sqrt{26}$$

$$\sqrt{3 + \frac{\sqrt{26}}{2}} + \sqrt{3 - \frac{\sqrt{26}}{2}} = \frac{5}{2}$$

$$9 - 2 \cdot \left(9 - \frac{13}{2}\right) = \frac{25}{4}$$

$$3 + 3 = 2 \cdot \left(2 + \sqrt{\frac{11}{2}}\right)$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{\frac{11}{2}}} + \sqrt{3 + \sqrt{\frac{11}{2}}} = \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

6

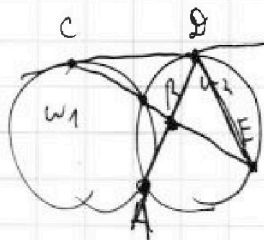
$$\sqrt{5 - 2 + \sqrt{2}} + \sqrt{3 + \sqrt{2}} = 1$$

$$\rho \sqrt{(3 - \sqrt{\frac{13}{2}})(3 + \sqrt{\frac{13}{2}})} = 6 -$$

$$\sqrt{6 - 2 \cdot \frac{5}{2}} \quad 6 -$$

$$4py^3 + 12py = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 - 4 = 12y^2 - py \quad 12y^2 + 4$$



-12

$$C_{2000}^{1000} \cdot C_{2000}^{1000} = 2 \cdot C_{2000}^{1000}$$

$$C_{2000}^{1000} \cdot C_{2000}^{1000} = 2 \cdot C_{2000}^{1000}$$

$$C_{2000}^1 \cdot C_{1999}^1 \cdot \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} + \frac{20000 \cdot 19996}{4!}$$

$$C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - C_{20000}^4 = C_{20000}^4 = \frac{20000!}{19996! \cdot 4!}$$

$$11 = -2 \pm \sqrt{\frac{77}{2}} \quad 4y^3 - 3py + 4p -$$

$$11 + 5 = 3 - \sqrt{\frac{77}{2}}$$

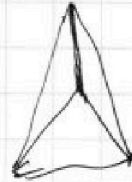
$$1 - 11 = 3 + \sqrt{\frac{77}{2}}$$

$$9 - \frac{77}{4} = \frac{36 - 77}{4} = \frac{5}{2}$$

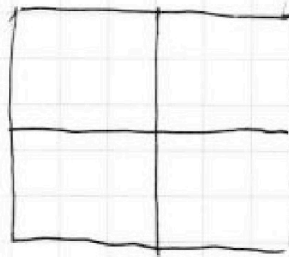
$$p(4y^3 - 3y) + 7py + 12y = 12y^2 - 6 + 10$$

$$4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 = 12y^2 - 12y + 4$$



$C_{2000}^2$   
 $C_{2000}^{1000}$



$$12y^2 + 4 \quad \min = 4$$

$$\max = 16$$

$$4py^3 + 12p \quad \min = -116p$$

$$\max = 116p$$

$$50 \cdot 400 \quad 20000$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

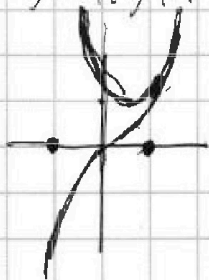
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$12y^2 - 12y + 4$$

$$12(y^2 - y + \frac{1}{4}) + 4 - 3 = 12(y - \frac{1}{2})^2 + 1$$



$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{BE}$$

$$b-c = p^2 \quad a-c = 1$$

$$b-c - (a-c) = p^2 - 1 = b-a$$

найдено при  $p=3$

$$\frac{BP}{CB} = \frac{MX}{CX}$$

$$a^2 + b = 710$$

$$b-c = 9, \quad a-c = 1$$

$$(a-c) = -p^2 \quad (b-c) = -1$$

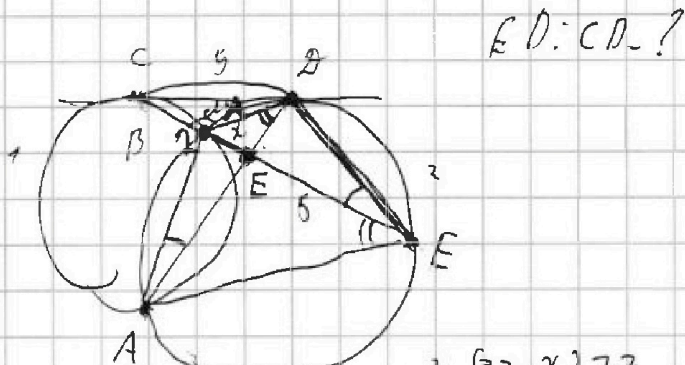
$$a-c = -9 \quad b-c = -1 \quad \text{найдено}$$

$$(a-c) = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a-c = 1 \quad b-c = 9$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 33 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ 53 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ 265 \\ \hline 2809 \end{array}$$



$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$BC = \frac{2}{7} CE$$

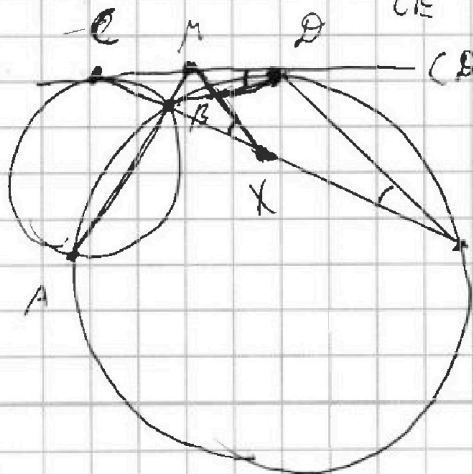
$$\frac{CD}{CE} = \frac{BC}{CD}$$

$$CD^2 = CE \cdot BC = \frac{2}{7} CE^2$$

$$BC = \frac{2}{7} CE$$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$\frac{BP}{CB} = \frac{MX}{CX} = \frac{CD}{CB}$$





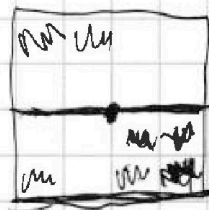
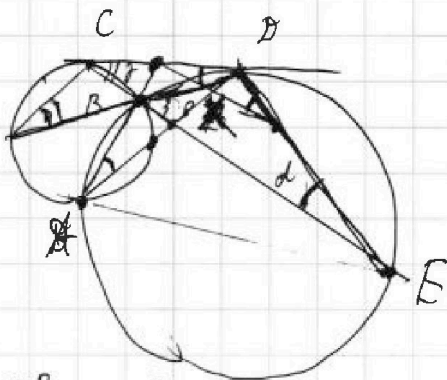
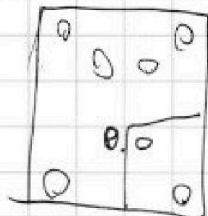


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CB \cdot CE = \frac{2}{7} CE^2 = CA^2$$

$$CA = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$\frac{CB}{\sin d} = \frac{CA}{\sin \beta} = \frac{BD}{\sin \gamma} \quad \text{4ACE}$$

$$\frac{DE}{\sin \beta} = \frac{BD}{\sin d} \quad *$$

$$\frac{CB}{\sin d} = \frac{DE}{\sin \beta}$$

$$DE = BD \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{(2:7)CE}{\sin d} = \frac{\sqrt{2/7}CE}{\sin \beta}$$

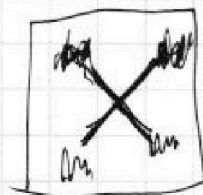
$$\sin \beta = \sin d \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

DL, BC,  $\sin d : \sin \beta$

$$\frac{CA}{CE} = \frac{\sin d}{\sin \beta}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CA}{DE}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CA}{DE}$$



$$CA = \sqrt{\frac{3}{7}} CE$$

$$CB = \frac{2}{7} CE$$

27-27  
27  
189  
54  
729

26  
26  
150  
52  
67

