



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы покрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_1, a_2, \dots, a_n — это геометрическая прогрессия. Тогда $a_{10} = \sqrt{(25x+34) \cdot (3x+2)}$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}, \text{ тогда } (a_{14})^2 = \sqrt{a_{10} \cdot a_{18}}$$

$$a_{14} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}, \text{ тогда } a_{12}^2 = a_{10} \cdot a_{14}$$

$$a_{12} = \sqrt{25x+34} = \cancel{x} \cdot 2-x$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$f(x) = \sqrt{25x+34} \text{ ДД на } \left[-\frac{34}{25}; +\infty\right) \quad g(x) = 2-x \quad \forall \mathbb{R}$$

$x = -1$. Значит такая геометрическая

прогрессия существует только для $x = -1$.

Ответ: $x = -1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

z

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим 2-е ур-е.

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow |y+2| + 2|y-18| \leq 20.$$

При $y > 18$ $|y+2| + 2|y-18| > 20$

При $y = 18$ $|y+2| + 2|y-18| = 20$

При $-2 \leq y < 18$ $|y+2| + 2|y-18| = y+2-2y+36 = 38-y > 20$

При $y < -2$ $-y-2-2y+36 = 34-3y > 20.$

Значит $|y+2| + 2|y-18| \geq 20$, а $\sqrt{400-z^2} \leq 20$

$$\Rightarrow |y+2| + 2|y-18| = 20 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} = 20 \Rightarrow y = 18, z = 0.$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \\ y = 18 \\ z = 0. \end{cases}$$

Решим 1-е ур-е из системы:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad ; \quad x \in [-6; 3]$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 = (2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7)^2$$

$$9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = (2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7)^2$$

Пусть $t = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$

тогда $t^2 - 13t + 40 = 0$.

$$(t-5)(t-8) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} 4x^2 + 12x - 47 = 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 0 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14} \\ x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{array} \right.$$

Проверка:

$x = -\frac{3}{2} - \sqrt{14}$ - подходит; $x = -\frac{3}{2} + \sqrt{14}$ - подходит.

$x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$ - не подходит; $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ - подходит.

Ответ: $x = -\frac{3}{2} - \sqrt{14}$; $-\frac{3}{2} + \sqrt{14}$; $-\frac{3 + \sqrt{17}}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}$$

~~$$\sqrt[3]{1-p} = \cos x$$~~

При $p=0$:

$$3\cos^3 x + 3\cos x + 1 = 0$$

нет решений.

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 3 < 0, \text{ т.е.}$$

При $p \neq 0$.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} = \cos x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}, \end{array} \right.$$

Ответ:

$$\begin{array}{l} x = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot h, h \in \mathbb{Z}, \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z} \end{array}$$

У-е имеет хотя бы 1 решение.

$$\text{при } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$p \cdot \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

каждый угол был
(реш.
p-?)

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cdot \cos^3 x + \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$(p-1) \cdot \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0.$$

$$p-1 = - \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x} \right)^3$$

$$1-p = \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x} \right)^3$$

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}.$$

При $\cos x > 0$, $1 + \frac{1}{\cos x} \in [2; +\infty)$.

При $\cos x < 0$, $1 + \frac{1}{\cos x} \in (-\infty; 0]$.

Значит $\sqrt[3]{1-p} \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Значит при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

- ур-е имеет решение.

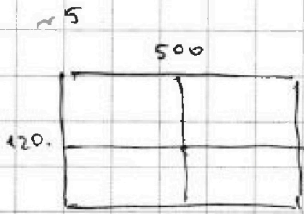


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пойдем, ~~каждый~~ сколько существует расстановок, при которых выполняется

только 1 симметрия.

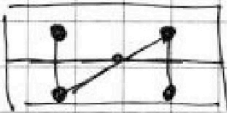
- Если 2 эти симметрии относительно ~~центры~~ линий.



3 случая выполняется

еще и центральная симметрия.

- Если 2 эти симметрии - центральная и относительно одной из средних линий, т.о.



Выполняется ~~2~~ симметрия относительно

другой средней линии.

Итого из этих фактов, можно показать, что если выполняется только одной симметрии, то

выполняются сразу все. Найдем кол-во

расстановок так же, что выполняются сразу

все симметрии.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда теперь как кушечко вы есть это кол-во, чтобы найти кол-во раскрасок относительно ровки одной миллиметра.

$$\text{это } \frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} =$$

$$= \frac{(500 \cdot 60)(500 \cdot 60 - 1)(500 \cdot 60 - 2) \cdot (500 \cdot 60 - 3)}{4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2}$$

$$= \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} \cdot \frac{(500 \cdot 60 - 1)(500 \cdot 60 - 3) - 1}{3}$$

это количество для 1 отдельной взятой миллиметра.

Значит суммарное кол-во раскрасок

(с учетом ~~миллиметров~~ раскрасок с 3 миллиметрами)

$$3 \cdot \left(\frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} \right) + \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} =$$

$$= \frac{(500 \cdot 60) \cdot (500 \cdot 60 - 1) \cdot (500 \cdot 60 - 2) \cdot (500 \cdot 60 - 3)}{8} - 250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)$$

$$\text{и Ответ: } \frac{500}{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)} \cdot \left(\frac{(500 \cdot 60 - 1) \cdot (500 \cdot 60 - 3)}{2} - 1 \right)$$

$$\text{или } = 3 \cdot \frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{(250 \cdot 60)!}{(250 \cdot 60 - 2)! \cdot 2!}$$



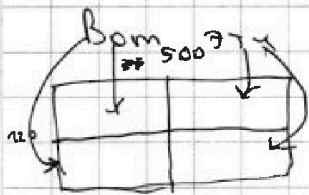
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Закрасим 2 клетки в одном из 4 возможных прямоугольников, которые получаются после деления заданного прямоугольника "средней линией".



По 2 клетки в одном из четырех вариантов будет полностью.

задача раскраска. Значит кол-во таких раскрасок

$$\frac{(250-60)!}{(250-60-2)! \cdot 2!} = \frac{250-60 \cdot (250-60-1)}{2}$$

Теперь подсчитаем кол-во раскрасок по диагонали по одну из симметрий.

Будем подсчитывать следующие образы:

- Выделим половину прямоугольника по средней клетке. (для вертикальной симметрии — по одну половину).
- Раскрасим там 4 клетки
- Оставшиеся 4 единичные образы будут закрашены.

Считая \neq кол-во относительно какой-то симметрии мы также подсчитали когда выполняем все симметрии



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знают трюков: пары.

$(31; 39)$ - подходит. $\Rightarrow (-32; -24)$ тоже.

$$\begin{array}{l|l} (31-c)(39-c) = 3^2 & (-32-c)(-24-c) = 3^2 \\ c = 30; c = 40 & (32+c)(24+c) = 3^2 \\ & c = -23; -33. \end{array}$$

Знают подходят только такие пары.

$(31; 39; 30)$; $(31; 39; 40)$; $(-32; -24; -23)$
; $(-32; -24; -33)$

Ответ:
 $(31; 39; 30)$
 $(31; 39; 40)$
 $(-32; -24; -23)$
 $(-32; -24; -33)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overset{~6}{(a, b, c) \quad a, b, c \in \mathbb{Z}}$$

$$\begin{cases} a < b \\ b - a \not\equiv 0 \pmod{3} \\ (a - c)(b - c) \neq p^2 \quad p - \text{простое} \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b &= 1000. \\ \text{если } a &\equiv 1 \pmod{3} \quad \text{то } b \equiv 0 \pmod{3} \\ \text{если } a &\equiv 2 \pmod{3} \quad \text{то } b \equiv 0 \pmod{3} \\ \text{если } a &\equiv 0 \pmod{3}, \quad \text{то } b \equiv 1 \pmod{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{если } a^2 + b = 1000 \Rightarrow b - a \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$\Rightarrow (a - c)(1000 - a^2 - c) \neq p^2, \text{ т.к. } b > a \Rightarrow b - c > a - c$$

$$\rightarrow (a - c)(b - c) = p^2 \quad \text{только если } \begin{cases} a - c = 1, & b - c = p^2 \\ a - c = -p^2, & b - c = -1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - a + 1 = p^2 \\ a - b - 1 = -p^2 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} a - b - 1 = -p^2 \\ b - a + 1 = p^2 \end{cases}, \text{ т.е. } b - a + 1 = p^2.$$

Условие задачи можно переписать так.

$$\begin{cases} b - a + 1 = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \\ b > a \end{cases} \quad \left| \quad \begin{aligned} p^2 &\equiv 0 \text{ либо } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ \Rightarrow b - a + 1 &\equiv 1 \text{ либо } b - a + 1 \equiv 0 \\ b - a &\equiv -1; \quad b - a \equiv -2; \quad b - a \equiv 1. \\ \Rightarrow b - a &\equiv -1. \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{3} \\ \Rightarrow p &= 3 & b &\equiv 0 \pmod{3} \end{aligned} \right.$$

Выводим пары (a, b) проверяем, какое условие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a	b
1	999
-2	996
4	984
-5	975
7	951
-8	936
⋮	⋮
⋮	⋮
31	39
-32	-24

Очевидно, что $b = a + 1$, где $b = 1000 - a^2$

т.е. $1000 - a^2 = a + 1$

$$1000 - (-a-1)^2 = (-a-1) + 1 =$$

$$= 1000 - a^2 - 2a - 1 + a + 1 + 1 =$$

$$= 1000 - a^2 + a + 1 = 1000 - a^2 - a + 1$$

Остается только 3 варианта пары (a, b) - пара. То

~~пара~~ $(a; 1000 - a^2; c)$ - пара, то $(-a-1; 1000 - (-a-1)^2; c)$

- тоже пара. И наоборот если $(a; 1000 - a^2; c)$ - не пара то $(-a-1; 1000 - (-a-1)^2; c)$ - тоже не пара.

a	b
1	999
4	984
7	951
⋮	⋮
31	39

Проверим все пары:

~~999 - 1 + 1 = 1000~~ * не кв.

~~984 - 16 + 1 = 969~~ * не кв.

981 - не квадрат

945 - не кв.

- 1) 999 - нет. 25) ~~27~~ 27 - не кратен 3, значит тоже не квадрат.
- 4) 984 - нет. 27) 9 - квадрат простого числа = 3
- 7) 945 - нет. 28) ~~28~~ 28 - не кратен 3, значит тоже не квадрат.
- 10) 891 - нет. 29) ~~29~~ 29 - не кратен 3, значит тоже не квадрат.
- 12) 819 - нет. 30) ~~30~~ 30 - не кратен 3, значит тоже не квадрат.
- 16) 729 - квадрат 27, но 27 - не кратен 3, значит тоже не квадрат.
- 19) 621 - не квадрат.
- 22) 495 - не квадрат.
- 25) 351 - не квадрат.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$$

$x \in [-6; 3]$

$$2\sqrt{x+6} - 2\sqrt{3-x} + 49$$

$$x+6 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x} + 2\sqrt{x+6} - (3-x) - 2\sqrt{3-x} + 49 = 4(x+6)(x-3)$$

$$(\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x})^2 = 9 + 2\sqrt{(x+6)(x-3)}$$

→

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

нет корней
или
период

$$\frac{0}{6} \quad \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4p \cos^3 x + 6 \cos 2x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p \cdot 2 \cos^3 x + 3 \cdot \cos 2x + 6 \cos x + 5 = 0$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x + 5 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p+1) \cos^3 x + (3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1.

$$a_{10} = \sqrt{25x+34} \cdot \sqrt{3x+2}$$

$$a_{14} = 3x+2 > 0$$

$$a_{12} = \sqrt{3x+2}$$

$$25x+34 > 0$$

$$a_{10} = d^8 = a_{18}$$

$$d = \sqrt[4]{3x+2}$$

$$a_{10} = \sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$25x+34 = 0$$

$$x = -1$$

~ 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2} \end{array} \right.$$

$$y > 18$$

$$20 \leq y < 18$$

$$(y+2) + 2(y-18) \leq 20$$

$$-2y < 18$$

$$y+2-2y+36$$

$$-y-2-2y+36 \quad y^2-2$$

$$-y+38 > 20$$

$$-3y+34 \leq 20$$

$$y > 18 \quad z = 0$$

$$y \in [18, 38] \quad z \in [0, 20]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \\ 2\sqrt{-(x+6)(x+3)} \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$$a < b$$

$$b \not\equiv a \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) \neq p^2$$

$$a^2 + b = 1000.$$

$$a=0; b=1000.$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$c=1 \quad a=0; b=1000$$

$$c=20 \quad a=1; b=999$$

$$c=30 \quad a=2; b=996$$

$$c=40 \quad a=3; b=987$$

$$c=50 \quad a=4; b=984$$

$$c=60 \quad a=3; b=999$$

$$c=70 \quad a=3; b=999$$

$$c=80 \quad a=3; b=999$$

$$a=-33; b=-24$$

$$2000 = 1000$$

$$1-2=2$$

$$a(a+c) + (b-a) = 1$$

Пусть $b=0 \pmod{3}$

тогда $a \in \mathbb{Z}$

если $b \neq 0$, то $a=0$.

если $b=2$, то как a

мы знаем $a^2 + b = 1000$

$1 \cdot 10^2$

$-c \cdot (1000-c)$

$h = (a-c)^2 = n^2$

$1000 - 200c + c^2 = n^2$

992

900

$526 - 22 + 1$

49

$375 - 25 + 1$

2

$1000 - a^2 - a + 1 = n^2$

$1000 - (a+1)^2 - a = n^2$

$1000 - a^2 - 2a - 1 - a = n^2$

$1000 - a^2 - 1 = n^2$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 22 \\ 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$216 - 28$$

$$188x$$

$$a-c = b-c; a=b$$

$$a-c = 1; b-c = p^2$$

$$a-c = p^2; b-c = -1$$

$$(a-c)(b-c)$$

$$c=a-1$$

$$b-c = -1$$

$$a-b+1 = n^2$$

$$b-a+1 = n^2$$

$$a-b+1 = n^2$$

$$1000 - a^2 - a + 1 = n^2$$

$$1000 - (a+1)^2 - a = n^2$$

$$1000 - a^2 - 2a - 1 - a = n^2$$

$$1000 - a^2 - 1 = n^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(\cos 3x) + 6 \cos 2x + \dots \rightarrow (p \cos x + 12 \cos x + 16) = 0$$

$$4p \cos^3 x + 6 \cos 2x + 12 \cos x + 16 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x - 6 + 12 \cos x + 16 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 4 = 0$$

$$3 \cos x (\cos x + 1) + p \cos^3 x + 4 = 0$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) + 3 \cos^2 x + 4 = 0$$

$$3 \cos x (\cos x + 1) + (\cos x + 1)(\cos^2 x + \cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)(\cos^2 x + 4 \cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{\infty}$$

$$-\frac{p}{\infty} + \dots$$

$$1) 999;$$

$$2) 996;$$

$$4) 984;$$

$$-5) 975$$

$$1) 999 - 1 + 1 = 9$$

$$1000 - a^2$$

$$(1; -2) \text{ сим.}$$

$$361 \rightarrow 1$$

$$841 \rightarrow 29$$

$$729 \rightarrow 27$$

$$625$$

$$529$$

$$441$$

$$361$$

$$241$$

$$961 - 120 = 112$$

$$841$$

$$4 \cdot 26$$

$$4 \cdot 28$$

$$4 \cdot 24$$

$$1) 1000 - 241 = 759$$

$$1000 - a^2 - a + 1$$

$$1000 - (a+1)^2 - a - 1 + 1$$

$$1000 - (a+1)^2 - a - 1 + 1$$

$$1000 - a^2 - 2a - 1 - a - 1 + 1$$

$$1000 - a^2 - 3a - 1$$

$$1000 - a^2 - 6a - 1 - 10$$

$$1000 - a^2 - a - 1 - 5a - 10$$

$$1000 - a^2 - a + 1$$

$$361 - 639$$

$$29 - 29 = 0$$

$$29 - 639 = -610$$

$$29 - 29 + 1 = 1$$

$$155 - 29 + 1 = 127$$

$$p + 7 = 0$$

$$(30 - 1)^2 + 16 = 1000$$

$$1) 999;$$

$$30$$

$$27$$

$$24$$

$$231$$

$$18$$

$$15$$

$$12$$

$$9$$

$$6$$

$$3$$

$$1$$

$$30; -30; 100$$

$$(-34; 31); 39; 39$$

$$(-32; -) = 24$$

$$h = 0 = 8 \pmod{9}$$

$$361$$

$$31^2 = 961$$

$$29^2 = 841$$

$$(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$$

$$361 - 4 \cdot 31 + 4$$

$$a^2 - 4(a-1)$$

$$241$$

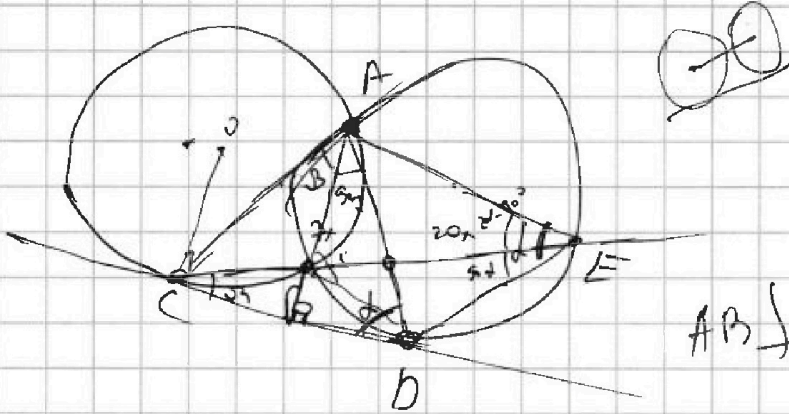


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

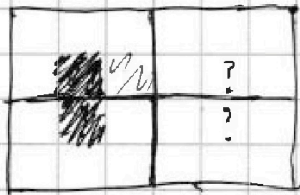
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



29.



acb.
 $b = a/3$

$$(a-c)(b-c) = n^2$$

30 900 100

$$a^2 + b = 1000 \quad | \text{mod } 4$$

$$30 = 0$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$30^2 + 100 = 1000$$

$$70/2 \quad 100 > 3$$

$$31^2 + 39 = 1000$$

$$32^2 + 24 = 1000$$

$$(32)^2 - 24 = 1000$$

~~$$(33)^2 - 88$$~~

$$\frac{1089}{33}$$

$$30^2 + 100$$

$$31^2 + 39$$

$$(32)^2 - 24$$

$$29^2 + 879 \quad (-30-c)(10-c)$$

$$28^2 + 79 + 28 + 29 = (c+30)(c-10)$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 12 \\ \hline 122 \\ 732 \\ \hline 734 \end{array}$$

$$216$$

$$(10, 10)$$

$$(30-c)(10-c)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(3-x)}$$

$$9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = \left(2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7\right)^2 \quad x \in [-6; 3]$$

$$9 - t = t^2 - 14t + 49$$

$$t^2 - 13t + 40 = 0$$

$$(t-5)(t-8) = 0$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 5$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 8$$

$$4(x+6)(3-x) = 25$$

$$4(x+6)(3-x) = 16$$

$$-x^2 - 3x + 18 = \frac{25}{4} \quad \sqrt{8-11} = 2\sqrt{8} \quad 6 = 3\sqrt{8}$$

$$x^2 + 3x + \frac{25}{4} - 18 = 0$$

$$\frac{-47}{4} \quad -40 - 32$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$\sqrt{47} \approx \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$-12 \pm 8 \frac{3}{2} \times$$

$$\sqrt{2a} - \sqrt{2b} = \sqrt{2(a-b)} \quad a-h = \frac{5}{2} \quad a-h = 3 \quad a^2 + b^2 - 2 = 25$$

$$169 - 160$$

$$\frac{13 \pm 3}{2} = 8; 5$$

$$t - 8 = \frac{(t-7)}{2} \quad \frac{6^2 + 14 + 49}{2} = \frac{9-9}{4} - \frac{9}{2} + 18$$

$$3x + 18 - x^2 - 6x = \frac{25}{4}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 16$$

$$-x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$$

$$-72 \pm 25$$

$$1 - \sqrt{8} + 7 = 2\sqrt{8} \quad \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \quad \frac{3 \pm \sqrt{8}}{2} = 8$$

$$D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 47 = 4(3^2 + 4 \cdot 47) \quad 4^2 = 16 \cdot 14 \cdot 4$$

$$\frac{-12 \pm 8\sqrt{14}}{8} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14}$$

$$a \cdot b = 1 \quad 45 - \sqrt{25 \pm 12}$$

$$a - b = 5 \quad \frac{1}{2} \times 2\sqrt{65 \pm 3}$$

$$a^2 + b^2 = 17$$

$$\frac{13.5 - 6.5 = 7}{1}$$

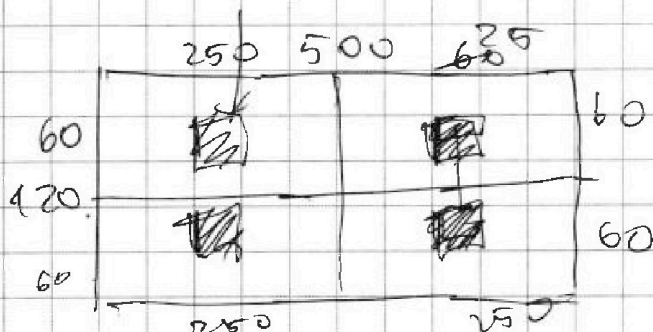


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



500 · 120 - 1 клетка, 2 клетки.

60 · 250 клеток. 60 · 250

$$\frac{60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1)}{2}$$

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_{60 \cdot 250}^2$$

60 · 500

$$\left(C_{60 \cdot 500}^4 - C_{60 \cdot 250}^2 \right) + \left(C_{250 \cdot 120}^4 - C_{60 \cdot 250}^2 \right)$$

$$+ C_{120 \cdot 250}^4 - C_{60 \cdot 250}^2 =$$

$$3 \cdot C_{30000}^4 - 3 \cdot C_{60 \cdot 250}^2 + C_{60 \cdot 250}^2$$

$$C_k^n$$

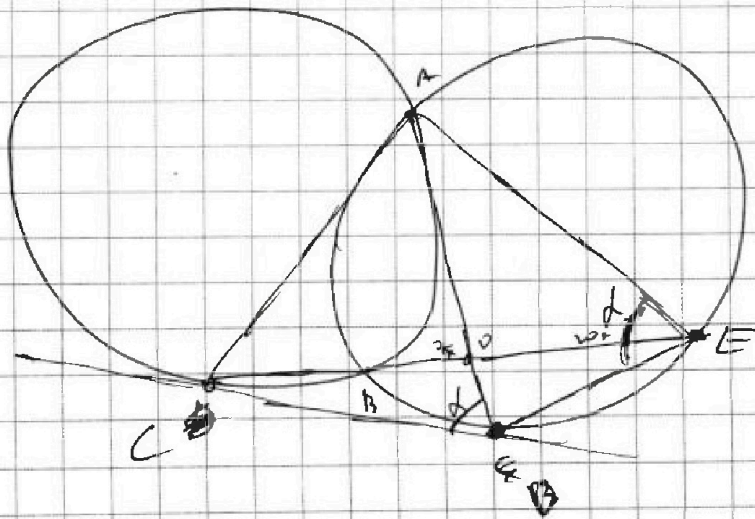
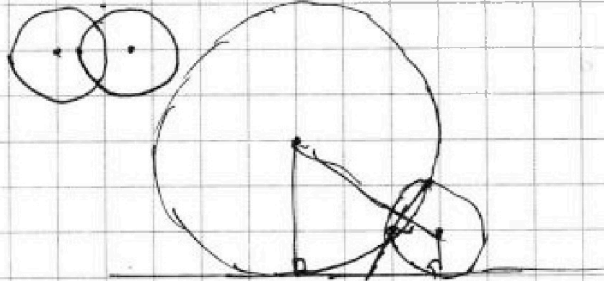
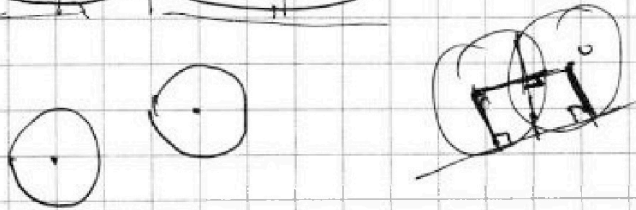
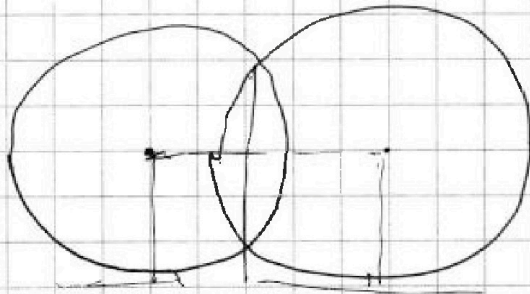


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
* ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→

~~$2 \times 3 + 6 \times 2 + 3(2+4) \times 2$~~



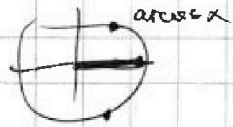
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→



$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \quad p = ?$$

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\cos x (\cos^2 x + 3 \cos x + 3) + 1 = 0$$

$$\cos x (\cos^2 x + 3 \cos x + 3) + 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1) (\cos^2 x + 3 \cos x + 3) = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$p-1 = - \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x} \right)^3$$

$$\sqrt[3]{1-p} = \frac{\cos x + 1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{\cos x}$$

$$\cos x > 0$$

$$\cos x \leq 1$$

$$1 + \frac{1}{\cos x} \geq 2$$

$$1 + \frac{1}{\cos x} \in [2; +\infty)$$

$$[-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$-1 < \cos x < 0$$

$$\sqrt[3]{1-p} =$$

$$1 + \frac{1}{\cos x}$$

$$1 - \frac{1}{\cos x}$$

$$-2$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup$$

$$-2;$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\rho \cos^3 x + \rho \cos^2 x + \cos x$$
$$\cos x + 1 = 0$$

$$\sqrt[3]{2-p} =$$