



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

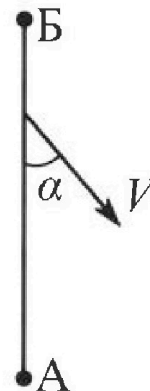


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B$  в безветренную погоду составляет  $T_0=400$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=9,6$  км.

1. Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени поле та ветер дует с постоянной скоростью  $V = 16$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.) таким, что  $\sin \alpha = 0,6$ .

2. Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .
3. При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  максимальная? Движение аппарата прямолинейное.
4. Найдите максимальную продолжительность  $T_{MAX}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ . Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол  $2\beta = 60^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

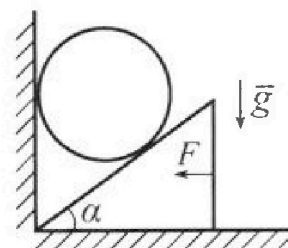
1. Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до падения на площадку.
2. Найдите максимальную высоту  $H$  полета.
3. Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в момент времени  $t_1 = 1$  с.

3. Клин с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=1$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1. Найдите горизонтальную силу  $F$ , которой систему удерживают в покое.

Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H=0,8$  м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

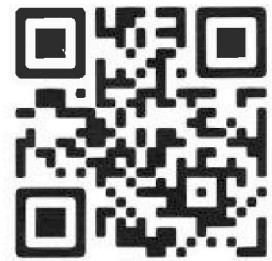
2. Найдите перемещение  $h$  шара после соударения до первой остановки.
3. Найдите ускорение  $a$  клина в процессе разгона.
4. При каком значении угла  $\alpha$  ускорение клина максимальное?
5. Найдите максимальное ускорение  $a_{MAX}$  клина.





# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

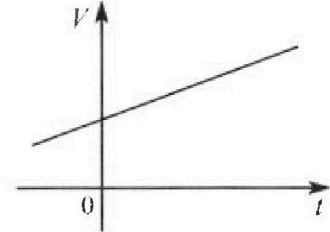
## Вариант 09-01



*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*

4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 42^\circ\text{C}$  равно  $L=5$  см. В термометре находится  $m=2$  г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем ртути в  $\beta = 1,018$  раза больше объема ртути при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность ртути при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 13,6$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

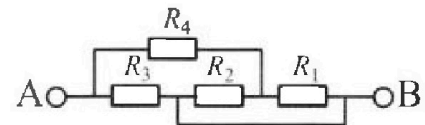


1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .
2. Найдите приращение  $\Delta V$  объема ртути при увеличении температуры от  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 42^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.
3. Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения  $U=10$  В.



2. Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$T_0 = 400 \text{ с}$$

$$S = 9,6 \text{ км} = 9600 \text{ м}$$

$$V = 16 \text{ м/с}, \sin \alpha = 0,6$$

Найти:

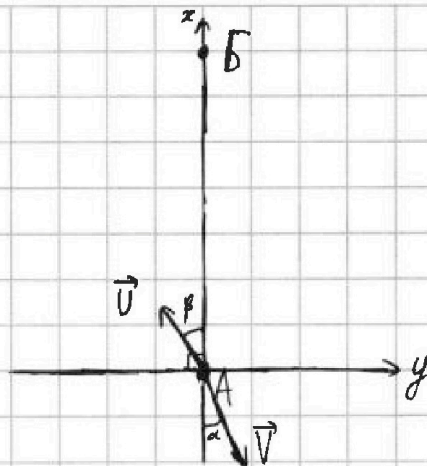
$$U = ? \quad V = 0$$

$$U = ? \quad V = 16 \text{ м/с}, \sin \alpha = 0,6$$

$$T_1 = ?$$

$$\alpha = ? \quad T_{\text{АБА}} = T_{\text{МАХ}}$$

$$T_{\text{МАХ}} = ?$$



Решение:

Рассмотрим первый случай. Аппарат с постоянной скоростью  $U$  за время  $T_0$  проходит расстояние  $S$ . Значит,

$$U = \frac{S}{T_0} = \frac{9600 \text{ м}}{400 \text{ с}} = 24 \text{ м/с}$$

На время мысленно перейдем в  $СО$ , связанную с ветром. В ней аппарат движется со скоростью  $\vec{U}$ , а точка  $Б$  движется со скоростью  $-\vec{V}$ . Тогда очевидно, что аппарат движется прямолинейно, т.к. кратчайшим путем от одной точки до другой является прямая.

Вернемся в  $СО$ , связанную с Землей. Тогда аппарат движется со по прямой от  $А$  к  $Б$ . Назовем ось, проходящую через  $А$  и  $Б$ , осью  $x$ , а перпендикулярную ей — осью  $y$ . Начало координат в точке  $А$  (см. рисунок).

Поскольку аппарат движется только вдоль оси  $x$ , проекция его скорости на ось  $y$  равна 0. В свою очередь, проекция скорости аппарата на ось  $y$  складывается из проекций скоростей  $\vec{V}$  и  $\vec{U}$  на ось  $y$ .

Пусть  $\vec{U}$  направлено под углом  $\beta$  к оси  $x$ .

Тогда,  $0 = V \sin \alpha - U \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{V}{U} \sin \alpha$  Тогда  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$ ,  
 $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2} \sin^2 \alpha}$ . Значит, проекция скорости аппарата на ось  $x$  складывается из проекций  $\vec{U}$  и  $\vec{V}$  на ось  $x$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим эту проекцию за  $v_x$ . Тогда,  $v_x = U \cos \beta - V \sin^2 \alpha \cos \alpha$   
 $= U \sqrt{1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ . Время  $T_1$  — отношение  
 расстояния  $S$  к  $v_x$ , а значит,

$$T_1 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{9600}{\sqrt{24^2 - 16^2 \sin^2 \alpha} - 16 \sqrt{1 - 0,36}} \text{ с} =$$

$$= \frac{9600}{\sqrt{576 - 256 \cdot 0,36} - 16 \cdot 0,8} \text{ с}; \quad 16 \cdot 0,8 = 12,8; \quad 256 \cdot 0,36 = \begin{matrix} \times & 256 \\ & 0,36 \\ \hline & 1536 \\ & + 768 \\ \hline & 921,6 \end{matrix} \Rightarrow 576 - 921,6 = 483,84$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{9600}{\sqrt{483,84} - 12,8} \text{ с}$$

Чтобы максимизировать  $T$  при  $A \rightarrow B \rightarrow A$  время  
 будет складываться из  $\frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ , м.к.

на обратном пути  $\leftarrow$  ветер в проекции на  $Ox$  сонаправлен с  
 аппаратом. Тогда,

$$T = S \left( \frac{1}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{1}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \right) = S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} \cdot 2}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2(1 - \sin^2 \alpha)}$$

$$= 2S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 + V^2 \sin^2 \alpha} = 2S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}, \text{ но } \frac{2S}{U^2 - V^2} = \text{const} \Rightarrow$$

при  $T = T_{\max}$  возьмем значение выражения  $\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$  макси-  
 мально, & что будет в случае, когда  $\sin^2 \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 180^\circ$

$$T_{\max} = \frac{2S}{U^2 - V^2} \cdot \sqrt{U^2} = \frac{2US}{U^2 - V^2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{576 - 256} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{320} = 2 \cdot 24 \cdot 30 = 1440 \text{ с}$$

Ответ:  $U = 24 \text{ м/с}$ ;  $T_1 = \frac{9600}{\sqrt{483,84} - 12,8} \text{ с}$ ;  $\alpha = 0 + n\pi \text{ радиан}$ ,  $n \in \mathbb{R}$ ;  $T_{\max} = 1440 \text{ с}$

$$U = \frac{S}{T_0}; \quad T_1 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}; \quad T_{\max} = \frac{2US}{U^2 - V^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:

$$t_1 = 1 \text{ с}, t_2 = 2 \text{ с}, |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$

$$2\beta = 60^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$T = ?$$

$$H = ?$$

$$v_x = ?$$

$m$  - масса мяча

Решение:

Мяч летит по параболе, а значит  $\frac{mv_x^2}{2} + mgh = \text{const} \Rightarrow v^2 + 2gh = \text{const} \Rightarrow$  Поскольку  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$ ,  $h_1 = h_2$ , где  $h_1$  и  $h_2$  - высоты мяча над землей в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  соответственно.

Поскольку горизонтальная составляющая скорости мяча не меняется, а значит, поскольку  $v_1 = v_2$ , ось расстояния от высшей точки траектории до точек траектории в моменты  $t_1$  и  $t_2$  по горизонтали равны. Пусть горизонтальная составляющая скорости мяча равна  $v_x$ . В силу симметрии высшая точка траектории будет достигнута в момент времени  $\frac{1}{2}T$ .

$$\text{Тогда } v_x \left( \frac{T}{2} - t_1 \right) = v_x \left( t_2 - \frac{T}{2} \right) \quad | : v_x$$

$$\frac{T}{2} - t_1 = t_2 - \frac{T}{2} \Rightarrow T = t_1 + t_2 = 3 \text{ с}$$

Заметим, что в моменты  $t_1$  вертикальная составляющая скорости отличается от верт. составляющей скорости в момент  $t_2$  (как минимум, направлением, т.е. мяч был вверх, потом вниз). Но модуль скорости не изменился, а значит, модуль вертикальной составляющей не изменился, т.к. горизонтальная - const.

Тогда  $2\beta = \text{удвоенный угол}$  мяч Тогда  $2\beta = \text{удвоенный угол}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

метен  
метен  
скоростью в момент  $t_1$  под углом к горизонту  
к горизонту. Значит,  $\theta$  на этот угол равен  $\beta$ .  
Определим вертикальную составляющую скорости мяча  
в момент времени  $t_1$  (далее она будет обозначаться  $v_y$ ).

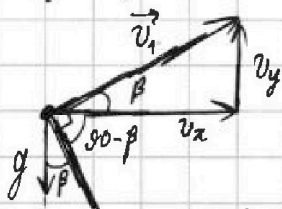
~~$$v_y = g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)$$~~

$$\frac{v_y}{g} = \frac{T}{2} - t_1 \Rightarrow v_y = g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)$$

$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow v_x = \frac{v_y}{\tan \beta} = \frac{g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)}{\tan \beta}$$

Заметим, что за вторую половину времени  
в проекции на ось вертикаль мяч падает вниз с ускоре-  
нием  $g$ , причём в момент времени  $\frac{T}{2}$  вертикальная  
составляющая скорости равна 0. Мяч падает с высоты  $H$ .  
Тогда,  $H = g \cdot \left( \frac{T}{2} \right)^2 = \frac{gT^2}{8} = \frac{10 \cdot 9}{8} = 11,25$  м

Для определения радиуса кривизны необходимо знать  
нормальное ускорение, т.е. перпендикулярное скорости.



$$a_{\perp} = g \cos \beta \Rightarrow a_{\perp} = \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}}$$

~~$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{g^2 \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2 \left( \frac{1}{\tan^2 \beta} + 1 \right)} = g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right) \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1}$$~~

~~$$R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}} = \frac{g^2 \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\cos^2 \beta \cdot g \cos \beta} = \frac{g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\cos^3 \beta}$$~~

$$= \frac{g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\sin \beta} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}} = \frac{g^2 \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\sin^2 \beta \cdot g \cos \beta} = \frac{g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\cos \beta \sin^2 \beta} = \frac{10 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$$

Ответ:  $T = 3$  с;  $H = 11,25$  м;  $R = \frac{20}{\sqrt{3}}$  м

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2}; H = \frac{gT^2}{8}; R = \frac{g \left( \frac{T}{2} - t_1 \right)^2}{\cos \beta \sin^2 \beta}$$



1  2  3  4  5  6  7

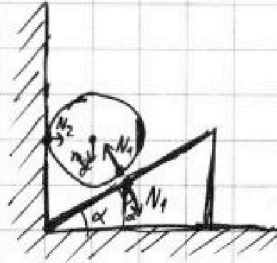
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  
 $\alpha = 30^\circ$   
 $m = 1 \text{ кг}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

Найти:  $F = ?$

$h, a, \alpha, a_{\text{max}} = ? H = 0,8 \text{ м}$



Решение:

На клин со стороны шара действует сила  $N_1$ . Только она имеет горизонтальную составляющую по модулю  $F$  ( $N_1$  под углом  $\alpha$  к вертикали).

$$F = N_1 \sin \alpha.$$

Шар находится в равновесии  $\Rightarrow$  по вертикали силы скомпенсированы:

Пусть ускорение шара равно  $a_0$ . Запишем уравнения:  $N_1 \cos \alpha = mg \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow F = mg \tan \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} H$

$$\begin{cases} ma_0 = mg - N_1 \cos \alpha \\ ma = N_1 \sin \alpha. \end{cases}$$

Нужно еще 1 уравнение.

Запомним, что шар касается верш наклонной поверхности клина  $\Rightarrow$  Радиус шара перпендикулярен ей  $\Rightarrow$  Шар касается одной и той же точкой.

Пусть шар опустился на  $\Delta H$ . Тогда а клин выехал вперед на расстояние  $L$ . Тогда расстояние между точками соприкосновения в эти два момента равно  $L$  и  $\Delta H$  по горизонтали и вертикали соответственно, а значит,  $\tan \alpha = \frac{\Delta H}{L}$ .

Будем сравнивать этот начальный момент с конечным. Тогда  $\tan \alpha = \frac{a_0 t^2}{\frac{a_n \cdot t^2}{2}} = \frac{a_0}{a_n}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_1 = \frac{mg}{\sin \alpha}, \quad \cancel{ma_0 = mg - ma \operatorname{tg} \alpha} \quad ma_0 = mg - N_1 \cos \alpha =$$

$$= \cancel{mg - ma \operatorname{ctg} \alpha} \quad mg - ma \operatorname{ctg} \alpha$$

$$a_0 = a \operatorname{tg} \alpha = g - a \operatorname{ctg} \alpha \Rightarrow a \left( \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \Rightarrow a_0 = \frac{g \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \quad \left( \alpha = \frac{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}} = 2,5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2 \right)$$

$$H = a_0 \frac{t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{a_0}} \Rightarrow v \text{ в момент удара}$$

упругого равна  $v = a_0 \sqrt{\frac{2H}{a_0}} = \sqrt{2a_0 H} = \sqrt{2 \cdot \frac{g \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \cdot H}$

или  $\frac{mv^2}{2} = mgh$ , где  $m$  — масса шара  $\cdot \frac{2}{m}$

$$v^2 = 2gh, \quad v_0^2 = \frac{2gH \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \Rightarrow h = H \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = 0,8 \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}} = 0,2 \text{ м}$$

$a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$ , максимизируем это значение. Для этого нужно минимизировать  $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$ . Пусть  $x = \operatorname{tg} \alpha$ . Тогда минимизируем  $x + \frac{1}{x}$ .

$$\left( x + \frac{1}{x} \right)' = \left( x' + x^{-1} \right)' = 1 + (-x^{-2}) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1. \text{ Значит,}$$

Поскольку  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Значит,  $a_{\max} = \frac{g \cdot 1}{1+1} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$

Ответ:  $F = mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} H$ ;  $h = 0,2 \text{ м}$ ;  $a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$

$$h = H \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = 0,2 \text{ м}; \quad a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2; \quad \alpha = 45^\circ;$$

$$a_{\max} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Дано:

$$t_1 = 35^\circ\text{C}, t_2 = 42^\circ\text{C}, L = 5 \text{ см} = 50 \text{ мм}$$

$$m = 2 \text{ г}$$

$$t_{100} = 100^\circ\text{C}; \beta = 1,018; t_0 = 0^\circ\text{C}$$

$$\rho(t_0) = \rho = 13,6 \text{ г/см}^3$$

Найти:

$$V(t) = ?$$

$$\Delta V = ?$$

$$S = ?$$

Решение:

$\beta = V = V_0 + \alpha t$ , где  $V_0$  — объем ртути при  $t_0$ ,  $\alpha$  — некоторый коэффициент, а  $t$  — температура. В условии сказано, что  $\frac{V(t_{100})}{V(t_0)} = \beta$ , а значит,

$$\frac{V_0 + \alpha t_{100}}{V_0 + \alpha t_0} = \beta \Rightarrow V_0 + \alpha t_{100} = \beta V_0 + \alpha \beta t_0 \Rightarrow \alpha(t_{100} - \beta t_0) = (\beta - 1)V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = \alpha = \frac{\beta - 1}{t_{100} - \beta t_0} V_0. V_0 \text{ можно вычислить как } V_0 = \frac{m}{\rho} =$$

$$= \frac{20}{136} \text{ см}^3 = \frac{5}{34} \text{ см}^3 \Rightarrow \alpha = \frac{0,018}{100} \cdot \frac{5}{34} \frac{\text{см}^3}{^\circ\text{C}} = \frac{0,09}{3400} \frac{\text{см}^3}{^\circ\text{C}} = \frac{90}{3400} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}} =$$

$$= \frac{9}{340} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}}, V_0 = \frac{5}{34} \text{ см}^3 = \frac{5000}{34} \text{ мм}^3 = \frac{2500}{17} \text{ мм}^3$$

Тогда  $V(t) = \frac{2500}{17} \text{ мм}^3 + \frac{9}{340} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}} \cdot t = \frac{m}{\rho} + \frac{(\beta - 1)m}{(t_{100} - \beta t_0)\rho} t$

$$\Delta V = V(t_2) - V(t_1) = V_0 + \alpha t_2 - V_0 - \alpha t_1 = \alpha(t_2 - t_1) =$$

$$= \frac{(\beta - 1)m}{\rho} \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_{100} - \beta t_0} = \frac{0,018 \cdot 2 \text{ г}}{13,6 \text{ г/см}^3} \cdot \frac{7^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}} = \frac{0,018 \cdot 2 \cdot 7}{1360} \text{ см}^3 = \frac{18 \cdot 2 \cdot 7}{1360} \text{ мм}^3$$

$$= \frac{63}{340} \text{ мм}^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что это изменение объема соответствует расстоянию между отметками, умноженному на поперечное сечение, т.е.  $\Delta V = SL \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{63}{340 \cdot 50} \text{ мм}^2 = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$

Ответ:  $V(t) = \frac{m}{\rho} + \frac{(\beta-1)m}{(t_{100}-\beta t_0)} t$ ;  $\Delta V = \frac{(\beta-1)m}{\rho} \cdot \frac{t_2-t_1}{t_{100}-\beta t_0} = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$ ,  $S = \frac{1}{17000} \text{ мм}^2 \cdot \frac{(\beta-1)m}{\rho L} \cdot \frac{t_2-t_1}{t_{100}-\beta t_0} = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$



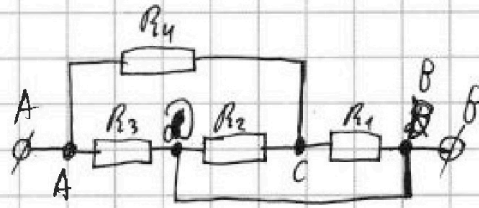
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

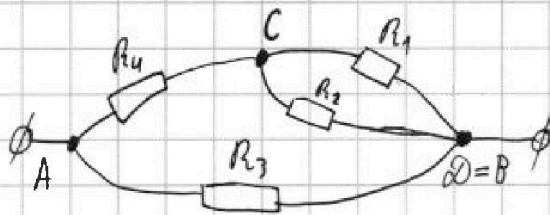
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5  
Дано:  
 $R_1 = 5 \text{ ом}$   
 $R_2 = 20 \text{ ом}$   
 $R_3 = 10 \text{ ом}$   
 $R_4 = 6 \text{ ом}$



Найти:  
 $R_{экв} = ?$   
 $P, P_{min} = ? U = 10 \text{ В}$

Решение:  
Пусть  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$  — потенциалы точек A, B, C, D соответственно. Заметим, что  $\varphi_D = \varphi_B$ , т.к. они замкнуты проводом (идеальными). Нарисуем эквивалентную схему:

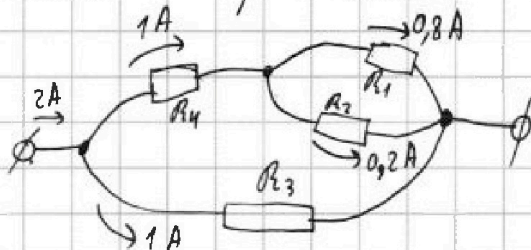


Тогда по формулам параллельных и последовательных соединений,  
 $R_{экв} = \frac{R_3(R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} =$

$$= \frac{10 \cdot (6 + \frac{5 \cdot 20}{25})}{10 + 6 + \frac{5 \cdot 20}{25}} = \frac{10(6+4)}{10+6+4} = \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 5 \text{ ом}$$

Через всю цепь течет ток  $I_0 = \frac{U}{R_{экв}} = 2 \text{ А}$

Ток при параллельном соединении разделяется обратно пропорционально сопротивлениям. Укажем токи в цепи:



Тогда пусть



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда пусть  $P_1, P_2, P_3, P_4$  — мощности, рассеиваемые на резисторах  $R_1, R_2, R_3, R_4$  соответственно.

$$P_i = I_i^2 R_i \Rightarrow P_1 = 0,8^2 \cdot 5 = 3,2 \text{ Вт}; P_2 = 0,2^2 \cdot 20 = 0,8 \text{ Вт}; \\ P_3 = 1^2 \cdot 10 = 10 \text{ Вт}; P_4 = 1^2 \cdot 6 = 6 \text{ Вт}. \text{ Значит, } P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 20 \text{ Вт};$$

$$\alpha P_{\text{MIN}} = \min(P_1; P_2; P_3; P_4) = P_2 = 0,8 \text{ Вт}$$

Ответ:  $R_{\text{экв}} = 5 \text{ Ом}; P = 20 \text{ Вт}; P$  на 2-ом резисторе;

$$P_2 = P_{\text{MIN}} = 0,8 \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

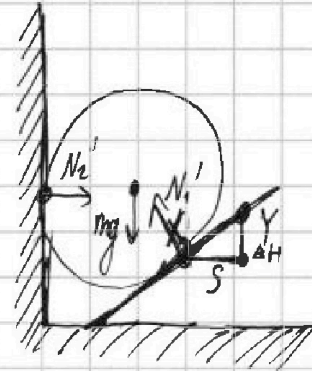
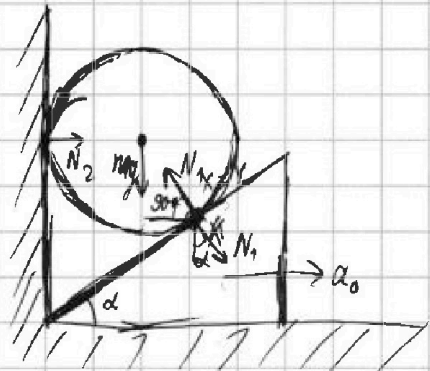
~~48384 | 2  
24192 | 2  
12096 | 2  
6048 | 2  
3024 | 2  
1512 | 2  
756 | 2  
378 | 2  
189 | 3  
63 | 3~~

~~320 | 24  
80 | 1~~

~~960 | 32  
96 | 30  
0~~

~~$\frac{48}{100} \times 30 = 1440$~~

~~1360 | 4  
12 | 340  
16  
16  
0~~



$$m\alpha_0 = N_1 \cos(90^\circ - \alpha) = N_1 \sin \alpha \Rightarrow N_1 = \frac{m\alpha_0}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\Delta H}{S} = \tan \alpha \quad \frac{v_{\text{ш}}}{v_{\text{к}}} = \tan \alpha = \frac{\alpha_1 \frac{r}{2}}{\alpha_0 \frac{r}{2}} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_0 \tan \alpha$$

$$m\alpha_1 = mg - N_1 \cos \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

