



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(\angle CDM) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4(t^2 - 1) = 0$$

Удобно уравнение иметь в квадратной форме: $D > 0$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 16(t^2 - 1) = 4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16$$

$$= 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16$$

Итак по обратной теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

По условию $x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$

$$D > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{-4t^2 + 16}{1} > 0 \quad (1) \\ \frac{4t^2 - 4}{1} > 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) -16t^2 + 16t + 16 > 0 \quad | :4$$

$$-4t^2 + 3t + 4 > 0 \quad | \cdot (-1) \quad \begin{matrix} 3 \\ -16 \end{matrix}$$

$$4t^2 - 3t - 4 < 0$$

$$D = 9 + 64$$

$$-4t^2 + 16 > 0 \quad | :4 \quad ; \quad -t^2 + 4 > 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$t^2 - 4 < 0$$

$$t^2 < 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 - 4 < 0$$

$$(t-2)(t+2) < 0$$

$t \in (-2, 2)$

(2) $4t^2 - 4 > 0$ ~~$t^2 - 1 > 0$~~

$$3(2t)^2 - 4 > 0; (2t - \frac{2}{3})(2t + \frac{2}{3}) > 0$$

$t \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

~~$t \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$~~

~~$t \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$~~

~~$t \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$~~

Ответ: $t \in (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$t \in (-2, 2)$

$t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ $\Leftrightarrow t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$

Ответ: $t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 14p^5, \text{ где } p - \text{простое число} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2 + 15(a-b) = 14p^5 \end{cases}; \begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15) = 14p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 40 \\ (b-40-b)(b-40-b+15) = 14p^5 \end{cases} \text{ ①}$$

$$\text{①} \quad -40 \quad \begin{cases} a = 40 - b & b = 40 - a \\ (a-40+a)(a-40+a+15) = 14p^5 \end{cases} \text{ ①}$$

$$\begin{aligned} &1) (2a-40)(2a-25) = 14p^5 \\ &2(a-20)(2a-25) = 14p^5 \end{aligned}$$

Заметим что, чтобы равенство выполнялось $14p^5$ должно делиться на 2.

Рассмотрим разложение на множители: $14p^5 = 14 \cdot p^5$.
число $14p^5$ на простое 14 не делится на 2
где выполняются условия $\begin{cases} p \neq 2 \\ p^5 \neq 2, 10 \end{cases}$

$$\Rightarrow p^5 : 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но также все же делаем, что p - простое \Rightarrow
 две наименьшие простые $p^5: 2 \Rightarrow p^5: 2 \Rightarrow p^5: 2 \Rightarrow p=2$
 (т.к. 2 - простое, 4 - не простое)

$$2(a-20)(2a-75) = 14 \cdot 2^5$$

$$(a-20)(2a-75) = 14 \cdot 2^4$$

$$2a^2 - 40a - 75a + 300 = 14 \cdot 16$$

$$2a^2 - 65a + 228 = 0$$

$$D = 65^2 - 4 \cdot 228 = 4225 - 1824 = 2401 = (49)^2$$

$$x_1 = \frac{65 + 49}{4} = \frac{114}{4} \text{ не}$$

$$x_2 = \frac{65 - 49}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$a=4$$

$$b=36$$

Ответ: $a=4, b=36$

Handwritten calculations on the right side of the page:

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 15 \\ \hline 100 \\ 300 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 228 \\ \times 8 \\ \hline 1824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 23

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано

$\triangle ABC$

$BM = MN = NC$

$AN \parallel DM$

$AB = CD$

$BC = 12$

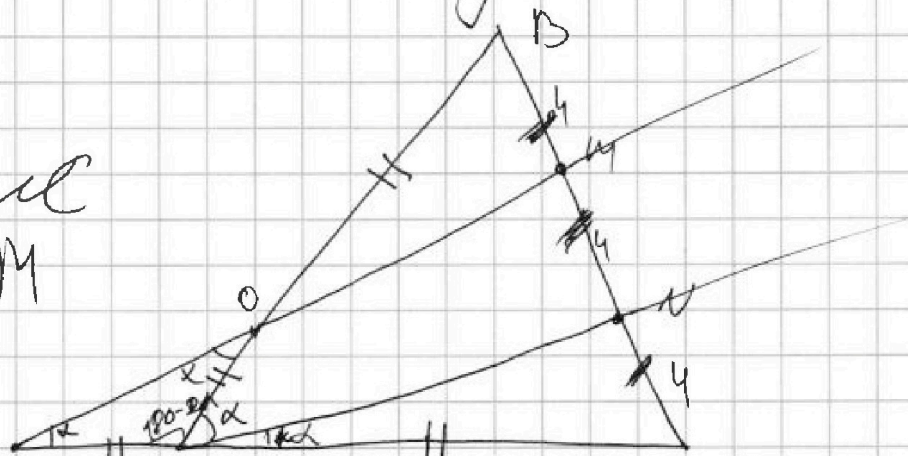
$DM \perp AB = O$

$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$

Найти

$AB = ?$

Рисунок



Решение:

1) Запишем теорему Менелая для $\triangle ABC$ и секущей DM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BO}{MO} \cdot \frac{AO}{CO} = 1.$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{BO}{MO} \cdot \frac{AO}{CO} = 1.$$

2) По т. Фалеса для $\triangle ABC$ и параллельных прямых DM и AN . Т.к.

$$\frac{BM}{MN} = \frac{BO}{AO} \Rightarrow \boxed{BO = AO}$$

3) Из вышесказанного равенства из 1 пункта

$$2 \cdot \frac{BO}{MO} = \frac{AO}{CO} = 1.$$

$$\frac{AO}{CO} = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По т.к $AB=CD$, то верно равенство

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$AD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AD = AO = OB = \frac{1}{2} AB$$

а) Т.к $AD = \frac{1}{2} AB$ и $DC = AB$, то $AC = AD = OB = \frac{1}{2} AB$

б) Заметим, что $\triangle ADO$ - равнобедр \Rightarrow
 $\angle ADO = \angle AOD$.

в) Пусть $\angle ADO = \angle AOD = \alpha$.

г) $\angle OAN = \angle AOD = \alpha$ (вспомогательные при прямых DM и AN и сек AO)

д) $\angle DAO = 180 - 2\alpha$ (по теореме о сумме углов \triangle)

е) Рассмотрим $\angle DAC$. Он развернутый (т.к точки D, A, C лежат на одной прямой) \Rightarrow
 $\angle DAC = 180^\circ$

$$\angle DAC = \angle DAO + \angle OAN + \angle CAN$$

$$\angle DAC = 180 - 2\alpha + \alpha + \angle CAN$$

$$180 - 2\alpha + \alpha + \angle CAN = 180 \Rightarrow \angle CAN = \alpha$$

$$\angle BAC = 2\alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10) По теореме косинусов для $\triangle ABC$
и стороны BC :

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)$$

$$\cos(\angle BAC) = \cos(2\alpha) = \cos(2 \cdot \angle CAH) = -\frac{1}{4}$$

$$144 = (2AO)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot 2AO \cdot AC \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

Но $AO = AC$ (доказано выше)

$$144 = 4AC^2 + AC^2 - 4AC^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5AC^2 + AC^2$$

$$144 = 6(AC)^2$$

$$(AC)^2 = \frac{144}{6}; \quad AC = \sqrt{24} = \frac{144/6}{\frac{12}{24}} = \frac{24}{23 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$$

$$AB = 2AC = 4\sqrt{6}$$

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч

Всего парт 9. Числов $\varphi \Rightarrow$ будет
всегда не замета одна парт. Давайте

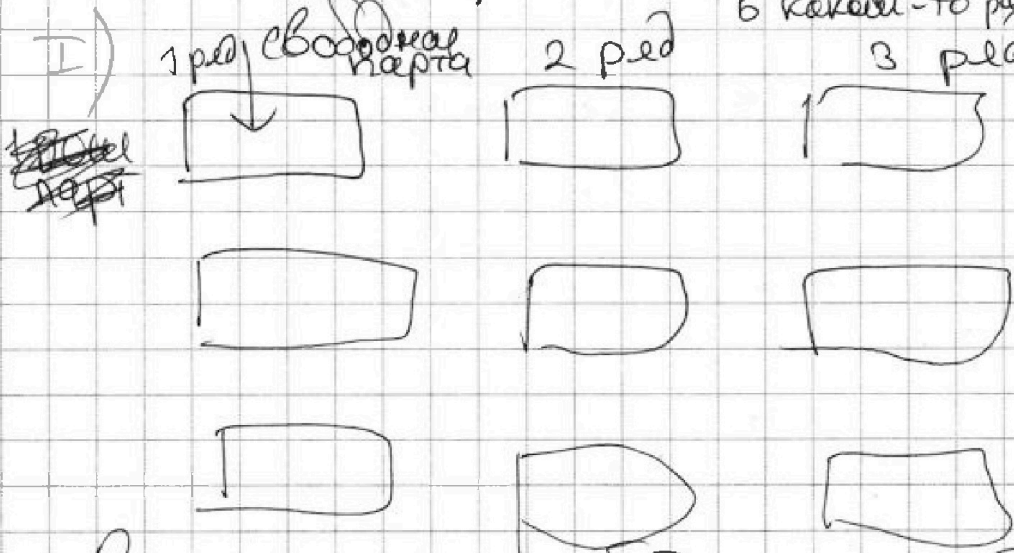
рассмотрим φ 3 случая:

1) ^{свободная} парта стоит в первом в

каком-то ряду

2) ^{свободная} парта стоит во втором ряду в каком-то ряду

3) ^{свободная} парта стоит в третьем ~~ряде~~ в каком-то ряду



Рассмотрим ~~второй~~ φ стоящую.

1 - a

2 - b

3 - c

Тогда на первой парте человек с ростом a , на второй - с ростом b , на третьей - с ростом c



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ~~кого~~. Мы хотим, чтобы все 3 видели ~~кто~~ доску. 1 - всегда хорошо

видит доску. 2 - видит хорошо, когда у него рост больше чем у а. \Rightarrow

$b > a$ 3 видит хорошо, когда у него рост больше чем у b. \Rightarrow

$c > b > a$ ~~тогда все увидит~~ где того, чтобы все ученики хорошо видели

доску их ~~рост~~ высоты (росты) должны строго возрастать \Rightarrow где медких 3 учеников есть

один способ посадить их в один ряд так, чтобы все хорошо видели

доску. \Rightarrow способ вернуть 3 учеников на

один ряд $C_{\text{кол-во оставшихся уч. (которых еще не посадили)}}$

#3. Аналогично, если ~~еще~~ учеников рассадить ~~на~~ ~~два~~ ~~ряда~~ ~~одного~~ ~~ряда~~

вернемся к нашему случаю. Вернуть учеников ~~но~~ первый ~~ряд~~ ряд - C_{28} (1x всего ~~два~~ ~~ряда~~ ~~учеников~~)

учеников во второй ряд - C_{27} . А вернуть учеников в третий ряд - $C_2 = 1$. Итого все варианты



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

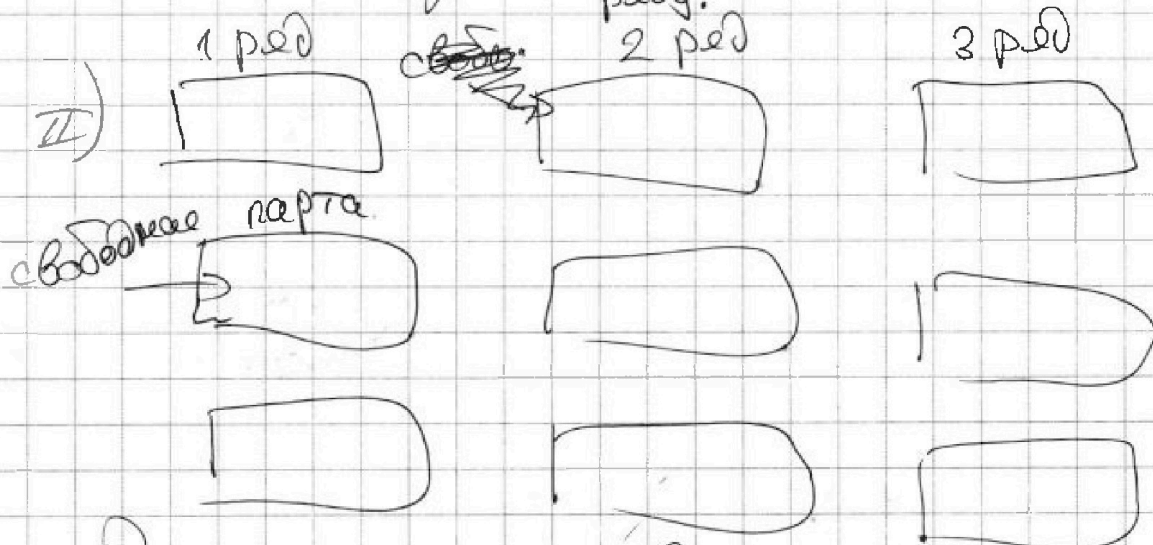
СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

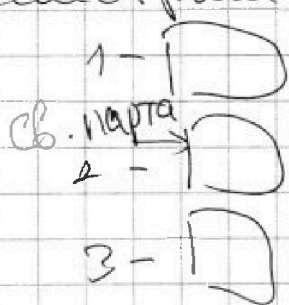
всего вариантов выбрать учеников - $3 \cdot C_{28}^2 \cdot C_3^6$

Т.к. всего 3 варианта, чтобы стояла 1 в каком-то

свободная парта
реду.



Рассмотрим 1 ряд:



Способов выбрать ученика (чтобы

• на 1 парту - 8 (лучше было хорошо видеть)

• на 3 парту - 4 (т.к. на первую парту уже выбрали) и ученику

на 3 парте всегда хорошо видно т.к. перед ними свободная парта

Всего способов выбрать учеников на 1 ряд - (8 · 4)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

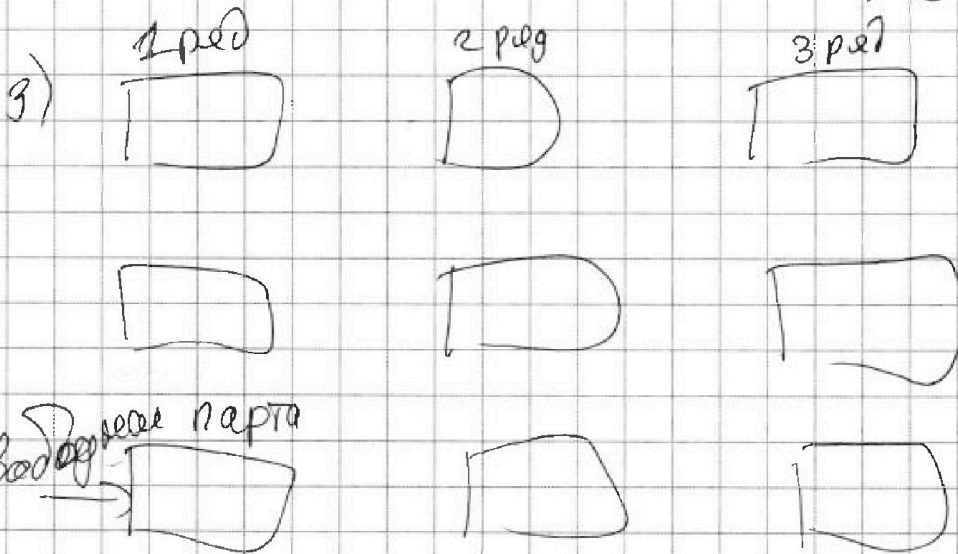
• Способов выбрать улитков на 3 ряд
- C_3^5 (доказано выше)

• Способов выбрать улитков на 3 ряд
- $C_3^3 = 1$ (доказано выше)

Итого способов выбрать улитков в
таком случае - (р. 4) $\cdot C_3^6 \cdot 3$

3

свободная л. всего 3 варианта,
исходная л. стала второй
в какой-то ряду



То аналогично с 4 селу

1) Выбрать улитков на 1 ряд - C_2^6

2) Выбрать улитков на 2 ряд - C_3^6

3) Выбрать улитков на 3 ряд - $C_3^3 = 1$

доказано
выше



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого способов выбрать учеников в

таком случае - $C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 3$

т.к. всего 3 варианта
выбора свободной парты чтобы она стояла
в каждом + то ряду.

Итого, просуммировав все способы получаем
итоговое кол-во способов -

$$\begin{array}{l}
 \text{I сч.} \qquad \qquad \qquad \text{II сч.} \qquad \qquad \qquad \text{III сч.} \\
 3 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6 + 56 \cdot 3 \cdot C_3^6 + C_2^8 \cdot C_3^6 \cdot 3 = \\
 \begin{array}{r}
 1 \\
 56 \\
 \times 3 \\
 \hline
 168
 \end{array} \\
 = (6 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6) + (168 \cdot C_3^6) = \cancel{6 \cdot 28 \cdot 6!} + \cancel{3 \cdot 3! \cdot 168 \cdot 3!} \\
 \text{I слагаемое} \quad \text{II слагаемое}
 \end{array}$$

Ответ: $(6 \cdot C_2^8 \cdot C_3^6) + (168 \cdot C_3^6)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Лето деревья это вершины, а ~~дерево~~ дорожки между ними ребра. Таким образом, мы получили ~~связанный~~ ^(по условию) граф.

неориентированный

Заметим, что в графе между любыми ~~двумя~~ ^{двумя} вершинами существует единственный путь \Rightarrow граф ~~связанный~~ ^{ациклический}.

$\$$ Получается, что граф ~~связанный~~ ^{ациклический} и ~~связан~~ ^{связан} \Rightarrow этот граф является

деревом (по определению). А у графа дерево есть ~~св-во~~ ^{свойство}, что ~~если~~ ^{если} ~~в нем~~ ^{в нем} ~~n~~ ⁿ вершин, то в дереве будет в точности $(n-1)$ ребро.

Если вершин n , тогда ребер b ^в нашем графе: $(3+4+5+4) + (n-4)$ ^{т.к. вершины, из которых исходит одно ребро}

$$\frac{19 + (n-4)}{2} - 1 = n; \quad \frac{15 + n}{2} = n + 1$$

т.к. граф неориентированный и каждое ребро так или иначе считали 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{15+n}{2} = n+1; \cdot 2; \cdot 15+n = 2n+2; \cdot n=13.$$

Ответ: в городе может быть 13 деревьев



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-(x+y-2)} = 1$$

ОДЗ:

$$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$$

$$2(\cancel{x^2}) \geq 2(y^2-y)$$

$$x(2-x) \geq y(y-2)$$

$$(\cancel{2x+2y-x^2-y^2}) + 2 \sqrt{\quad}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4-20)(8-25)$$

$$(-16) \cdot (-17)$$

$$C_{\frac{3}{2}}^3 = \frac{3!}{2!} = 3$$

$$\frac{4!}{2!} = 6$$

Все верно

$$(4-36)^2 + 15(4-36)$$

$$(-32)^2 + 15 \cdot 32$$

$$1024 - 15 \cdot 32$$

$$1024 - 480$$

$$25(32-15)$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 32 \\ \hline + 30 \\ 480 \end{array}$$

$$12$$

$$13$$

$$14$$

$$C_k^n$$

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

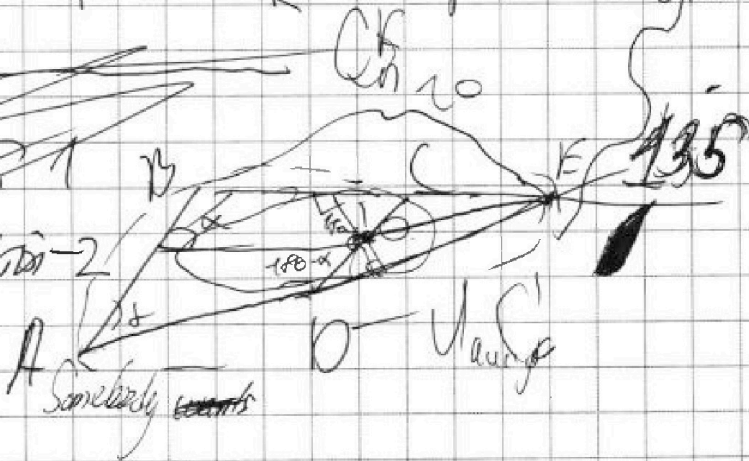
формула сочетаний

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1 + p - q$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 65 \\ 49 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1144 \\ -10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 20 \\ \hline 30 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 10 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$25 \cdot 10 \cdot 2 = 250 \cdot 2 = 500$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 49 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ 242 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 28 \\ \times 8 \\ \hline 24 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times X \\ \hline 194X \end{array}$$

$$\frac{194X}{2} - 1 = X$$

$$\frac{194X}{2} = X - 1 \quad | \cdot 2$$

$$194X = 2X - 2$$

$$\boxed{21 = X}$$

$$a + b = 40 \quad a = 40 - b$$

$$b = 40 - a$$

$$(50 - 1)^2 =$$

$$2500 - 250 + 1 = 2401$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 65 \\ \hline 130 \\ \hline 2425 \end{array}$$

$$2425 - 224 =$$

$$\begin{array}{r} 2425 \\ -224 \\ \hline 2201 \end{array}$$

$$\frac{19 + (n - 4)}{2} - 1 = n$$

$$19 + n = 2n + 2$$

$$-n = -13, \quad -n = 13$$

$$(a - 20)(2a - 25) = 2a^2 + 40a$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 60 \\ \hline 00 \\ \hline 350 \\ 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 59 \\ \hline 00531 \\ \hline 40295 \\ \hline 40081 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 323 \\ 65 \\ \hline 20765 \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ 61 \\ \hline 00122 \\ \hline 6161 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ \times 49 \\ \hline 156 \\ \hline 001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ -1824 \\ \hline 2409 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$$

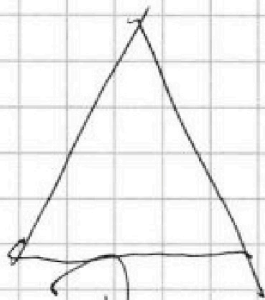
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$y_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x^2 - x + 2x - 2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$



$$b = 40 - a$$

$$(3+4+5+4) = 16$$

простое. на простом

17p⁵
простое у которого
два делителя

$$2^5 = 32$$

$$32 \cdot 2 \cdot x \cdot y$$

17 - значит один

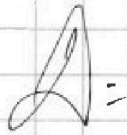
$$\frac{292}{17} = 17$$

$$\frac{10}{2}$$

4 делителя

$$(x+15) = 17p^5$$

p⁵: 2 => p=2
Дано
дерево



$$\begin{array}{r} 3025 \\ - 244 \\ \hline 2781 \end{array}$$

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$n = p_1^5$$

$$(18+x) - 1 = x+4$$

какие делители

$$p_1^0, p_1^1, p_1^2, p_1^3 \quad (18+(x-4)) - 1 = x$$

$$18 + (x-5) = x$$

$$11 + x - 5 = x$$

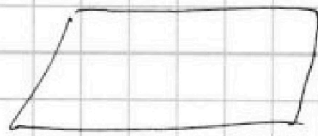
$$\begin{array}{r} 51 \\ + 51 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2601 \\ - 255 \\ \hline 2346 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 53 \\ \hline 155 \\ 1243 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$3025 - 224 = 2801$$

$$\begin{array}{r} 3025 \\ - 224 \\ \hline 2801 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem. The diagram shows a triangle with vertices A, B, and C, and a point D on side BC. The angle at A is 120 degrees. The side lengths are given as AB = 2x and AC = x. The goal is to find the length of BC.

Handwritten notes and calculations:

- $\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{8! \cdot 6!}{3! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 3!}$
- $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{2} = 1$
- $\frac{3 \cdot 6!}{6 \cdot 3! \cdot 3!} \cdot \frac{1}{y} = 28$
- $\frac{8!}{3! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!}$
- $\cos(120) = -\frac{1}{2}$
- $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$
- $\cos(120 - 2\alpha) = \frac{1}{4}$
- $(PO)^2 = (AD)^2 + (AO)^2 - 2 \cdot AD \cdot AO \cdot \cos \frac{1}{2}$
- $(PO)^2 = 2x^2 - \frac{1}{2} x^2 = 1,5x^2$
- $\frac{144}{24} = 6$
- $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$
- $(AB)^2 = 144 = (2x)^2 + (x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \frac{1}{4}$
- $144 = 5x^2 + 5x^2 + x^2$
- $6x^2 = 144$
- $\binom{3}{3} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{3}{3} = \binom{23}{2} \cdot 3 = 2 \cdot \sqrt{6}$, $AB = 4\sqrt{6}$

Other notes:

- спинные AT
- Force cos
- вот это вывод
- конец - то 3