



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle CAM) = -\frac{3}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По м. Виета  $9t^2 - 9 = \underbrace{x_1 x_2}_{\text{корни}} > 0$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$t^2 > 0 \Rightarrow t \neq 0$$

Если 2 разл. корня  $\Rightarrow D > 0$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36 > 0$$

$$36 > 4t^2$$

$$9 > t^2 \Rightarrow t \in (-3; 3), \text{ но м.к. } t \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$$

Ответ:  $t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставляем  $a = b + 12$

$$(b+12+b)(b+12+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

Выражение в левой части  $:2 \Rightarrow p=2$ , т.к.

$19p^4 : 2$  и  $19$  - нечет.,  $p$  - простое.

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 16$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(b-2)(2b+31) = 0$$

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -\frac{31}{2} \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$b_1 = 2 \Rightarrow a = 14$$

Ответ:  $a=14, b=2$



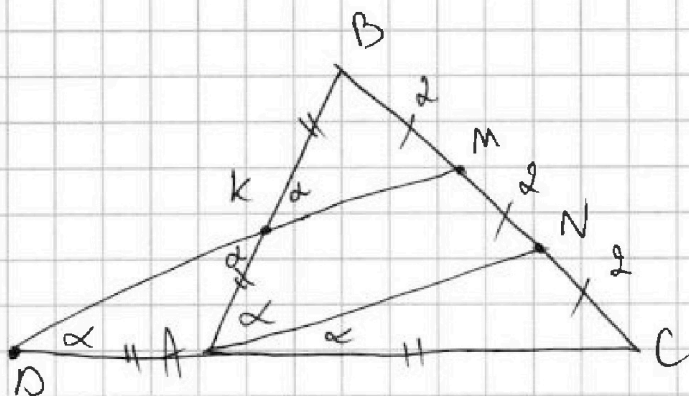
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



$$DC = AB$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}$$

$$AB = ?$$

- 1)  $AB \cap DM = K$
- 2) Т.к.  $KM \parallel AN$  и  $BM = MN \Rightarrow BK = AK$
- 3)  $\angle NAC = \angle MDC = \alpha$  (т.к.  $AN \parallel DM$ ) и  $AN \parallel DM$ ,  $AC = AD$  (т.к.  $NC = MN$ )  $\Rightarrow AC = AD = BK = AK$  (т.к.  $CD = AB$ )
- 4)  $\triangle ADK - \text{р/б} \Rightarrow \angle KDA = \angle DKA = \angle BKM = \alpha = \angle BAN$  ( $KM \parallel AN$ )  $\Rightarrow AN - \text{бисс.}$  (т.к.  $\angle BAN = \angle NAC$ )

$$5) BN = 4$$

$$NC = 2$$

$$\text{По т.о бис-се: } \frac{BN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{2}{AC} \Rightarrow 2AC = AB$$

$$\text{Пусть } AC = x, \text{ тогда } AB = 2x$$

с) Т. косинусов для  $\triangle BAC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$36 = 4x^2 + x^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot 2x \cdot x$$

$$\text{Т.к. } \cos 2\alpha = \cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}:$$

$$36 = 5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 5x^2 + 3x^2 = 8x^2$$

$$9 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 2x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ:  $3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Т.к. парт  $4 \cdot 3 = 12$ , а тепловк  $11 \Rightarrow$  одна парты должна

быть пустой. Пусть она будет в одном из рядов на первом



Тогда, когда мы выстроим людей по ряд <sup>возрастанию</sup> мы их выстроим в порядке <sup>убывания</sup>. (В каждом таком выборе мы можем это сделать).

Если люди будут сидеть не в порядке <sup>возрастания</sup>, то кому-то будет плохо видно.

Кол-во способов рассадить людей ~~на~~ с пустой парты на первом месте:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ пустая парты может быть в одном из четырех рядов

2) Пусть пустая парты будет на втором месте в каком-то ряду



Тогда в каждом из трех рядов оставшихся (без пустой парты) мы также выстроим людей в порядке возрастания (от первой парты и последней). Ряд, в котором есть пустая парты, мы можем посадить двух людей в любом порядке, т.к. человек на 1й парте будет хорошо видеть, и человек на третьей парте тоже, т.к. перед ним пустая парты (ближайшая).

Способов так рассадить

$$C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ ~~пустая парты~~ пустая парты на втором месте может быть в одном из 4х рядов

3) Пусть пустая парты будет на третьем месте в одном из рядов, тогда аналогично тому случаю рассаживаем людей в порядке возрастания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.ч. (применение)  
Тогда способов будет  
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$

4) Складываем все эти способы

$$\begin{aligned} & C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \\ &= C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \cdot 2 = \\ &= 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 = 16 \cdot 55 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 20 = 1478400 \text{ способов} \end{aligned}$$

Ответ: 1478400 способов





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Если из каждой вершины можно добраться в любую другую, то граф - связный (граф-дерево-вершины, дороги-ребра)

~~Предположим~~ Предположим, что в графе есть цикл, тогда из какой-то вершины можно добраться в какую-то точку, от которой можно вернуться (то же путь по циклу) - противоречие условию.

Тогда в графе циклов нет  $\Rightarrow$  он - дерево

Посчитаем ребра в графе (лучше вершины  $n$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  ребер  $n-1$  (т.к. граф дерево)

$$n-1 = \frac{5+6+7+9+n-4}{2}$$

$$2n-2 = 11+16+n-4$$

$$2n-2 = 27+n-4$$

$$n-2 = 23$$

$$n=25 \Rightarrow \text{вершин } 25.$$

степень всех вершин, сумма степеней вершин, из которых выходит по 1 ребру

Ответ: 25.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

УД.

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

1)  $1-|x-y-1| \geq 0$

$$|x-y-1| = 1$$

$x-y=0 \rightarrow$  не подходит, т.к.  $2x-2y-x^2-y^2 = -2x^2 \neq 0$   
 $x-y=2 \rightarrow \sqrt{1-|x-y-1|} = 0 \rightarrow \sqrt{4-x^2-y^2} = 2 \rightarrow x^2+y^2=0$   
 но  $x-y=2$  нр-ше

при  $x=0=y$   
нигде не выпол.  
р-вен-во

2)  $1-|x-y-1| > 0$

$$|x-y-1| < 1$$

$$\begin{cases} x-y-1 < 1 \\ x-y-1 > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y < 2 \\ x-y > 0 \end{cases} \Rightarrow x-y \in (0; 2)$$

3)  $2x-2y-x^2-y^2 = 0 \Rightarrow 1-|x-y-1| = 4$

$$|x-y-1| = -3 \rightarrow \text{противоречие}$$

3)  $2x-2y-x^2-y^2 > 0$

$$2(x-y) > x^2+y^2$$

$$\begin{matrix} x-y < 2 \\ (\text{из шага 2}) \end{matrix} \Rightarrow x^2+y^2 < 2(x-y) < 4$$

т.к.  $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x$  и  $y$  могут равняться только 0, 1, -1, т.к. иначе или  $|x|$  или  $|y| \geq 2 \rightarrow x^2+y^2 \geq 4 \rightarrow$  нр-ше

4)  $x=0, y=1$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 0-2-0-1 < 0 \text{ - противоречие}$$

5)  $x=1, y=0$

$$2x-2y=2$$

$$\sqrt{2-1-2\cdot 0-1\cdot 0} + \sqrt{1+|1-0-1|} = 1+1=2 \text{ - подходит}$$

~~6)  $x=1, y=1$   $1^2+1^2 < 2\cdot 0$  - противор.~~

~~7)  $x=0, y=-1$~~

6)  $x=1, y=-1$

$$1-(-1) \geq 2 \text{ - противор. (т.к. } x-y < 2)$$

7)  $x=-1, y=1$

$$x-y < 0 \text{ - нр-ше}$$

8)  $x=-1, y=0$

$$x-y < 0 \text{ - нр-ше}$$

9)  $x=0, y=-1$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-|0-(-1)|} = 2 \text{ - подходит}$$

Ответ:  $x=1, y=0$ ;  $x=0, y=-1$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

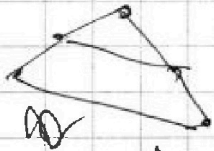
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$x-y \in (0; 2)$$

$$4 > 2(x-y) > x^2+y^2$$



2-1

1

$$2x-2y-x^2-y^2 + x - |x-y-1| = 2$$

$$x-y-1 \geq 0$$

$$2x-2y-x^2-y^2-x+y+1=1$$

$$x-y \geq 0$$

$$x-y-1 < 0$$

$$x-y-x^2-y^2=0$$

$$x=1+y$$

$$x-y < 1$$

$$x-y > 0$$

$$x(x-1) = y(y+1)$$

$$x(x-1) \geq (1+y)y$$

$$2(1+y-y) \geq (1+y)^2 + y^2$$

$$2x-2y-x^2-y^2+x-y-1=1$$

$$2 > 2y^2 + 2y + 1$$

$$1 > 2y^2 + 2y$$

$$3(x-y) - x^2 - y^2 = 2$$

$$\sqrt{3} \approx 1.732, \frac{1}{2} > y(y+1)$$

$$x-y > 1$$

$$2 > 3 - x^2 - y^2$$

$$1 > -x^2 - y^2$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

$$1/1$$

$$2y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$D = 4 + 1 \cdot 4 \cdot 2 = 12$$

$$\frac{-2 + \sqrt{12}}{4} = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{-2 - \sqrt{12}}{4} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{3}}{4} < 1$$

$$\frac{-2 + 3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{3}}{4} < 1$$

$$\sqrt{3} < 4$$

$$1 - x + y + 1 =$$

$$\sqrt{2-x+y}$$

$$2(x-y) - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$2(x-y) = x^2 + y^2$$

$$DO + ED =$$

$$\frac{DO}{BK + BE} \cdot \frac{DE}{BE} = 1 - |x-y-1| = 4$$

$$4 > 2(x-y) > x^2 + y^2, |x-y-1| = -3 \rightarrow \text{нр-ше}$$

$$\frac{OD}{DK} = \frac{DE}{BE}$$

$$x-y < 2, 4 > x^2 + y^2$$

$$= BK \cdot DE, 3 \cdot 3 = 9, 12 + DE$$

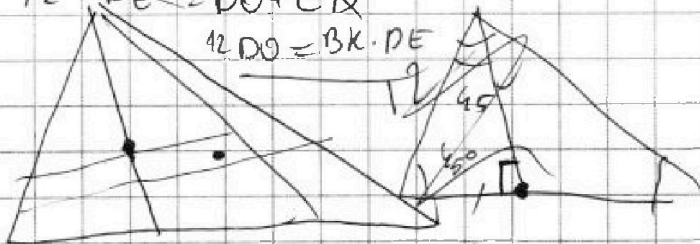
$$DO + ED = k \cdot EB + k \cdot MB$$

$$k(EB + MB) =$$

$$\frac{DO}{12} (12 + MB)$$

$$\frac{12 + DE}{12} = \frac{DO + ED}{12}$$

$$12 \cdot DO = BK \cdot DE$$

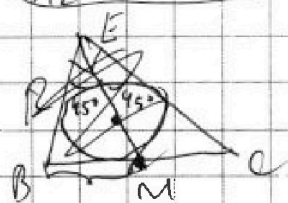


$$DO =$$

$$DO + DE = \frac{12 + BK}{12} =$$

$$= \frac{DE}{12} (12 + BK) =$$

$$= DE + DE \cdot BK$$



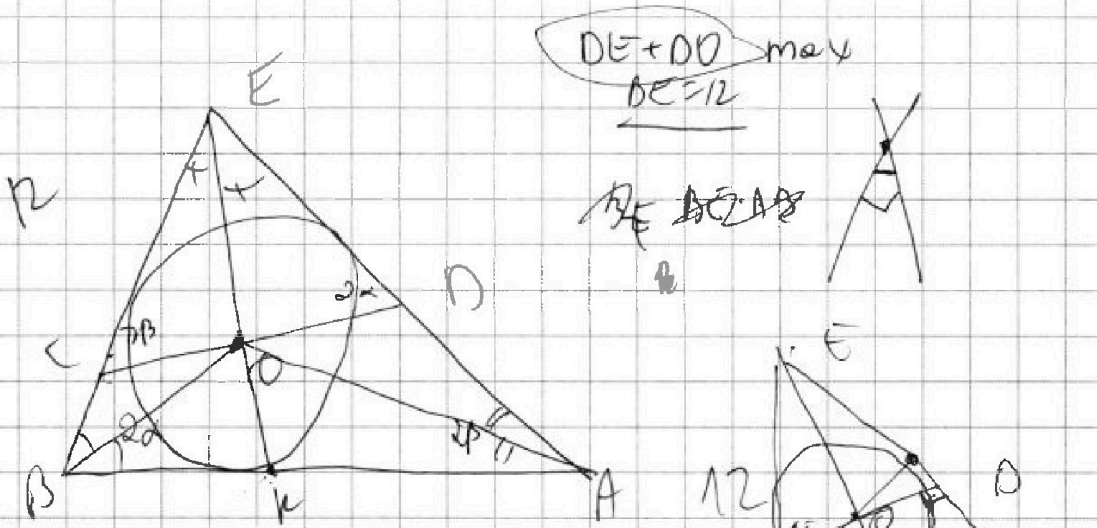


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



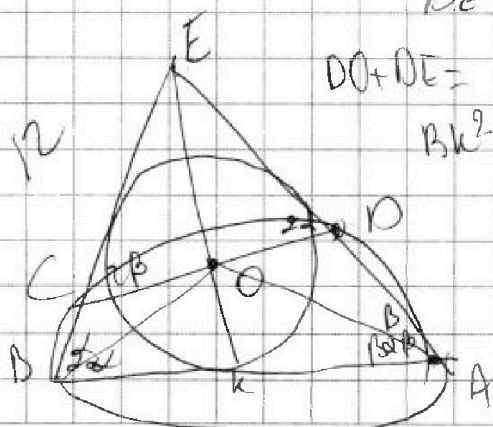
$DE + OD \rightarrow \max$   
 $BE = 12$

$BE = BE - AB$

$AK < BE = 12$   
 $7 + 10 + 9 + 5 =$   
 $= 41 + 14 = 55$   
 $\rightarrow 5 + 5 +$   
 $4 + 5 =$   
 $15 + 11 =$   
 $= 26$

$\begin{array}{r} 1100 \\ + 504 \\ \hline 1594 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 1100 \\ + 504 \\ \hline 1594 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 1100 \\ + 504 \\ \hline 1594 \end{array}$

$(BE + AK) \cdot \frac{OD}{BK} = \frac{OD \cdot BE}{BK + OD} = DE + OD$   
 $DE + OD = \frac{OD \cdot 12}{BK + OD}$



$DO + DE = BK^2$   
 $DE$   
 $BE$   
 $DE \left( \frac{BK}{BK + 1} \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$90 - \beta - \alpha + 2\beta = 90 - \beta - \alpha$   
 $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{EO}{ED}$   
 $EO = \frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha}$

$DE + DO < AE + BO$   
 $DE < AE$   
 $OD < OA$

$BE = 12$   
 $ED + DO = 0$

$\frac{DE}{BE} = \frac{DO}{BO}$   
 $\frac{DE}{12} = \frac{DO}{12}$   
 $\frac{DE}{DO} = \frac{12}{12} = \frac{OA}{AE}$

$EO^2 = DE^2 + DO^2 - 2 \cos 2\beta \cdot DE \cdot DO$   
 $EO^2 + 2 \cos 2\beta \cdot DE \cdot DO + 2 \cdot DE \cdot DO = 2 \cdot (DE + DO)^2$   
 $\frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha} \leq 1$   
 $\leq \frac{12}{\cos \alpha} + 2x$

$90 - \beta - \alpha + \beta = 90 - \alpha$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

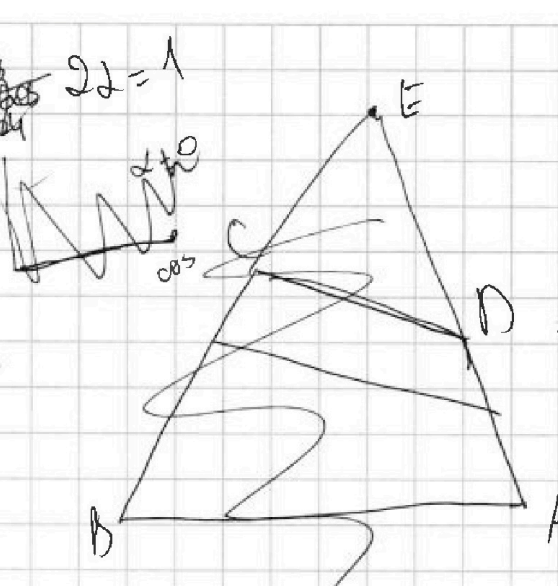
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$524 \times 11 = 5764$   
 $5544 \times 11 = 60984$   
 $524 \times 11 = 5764$   
 $81 \times 11 = 891$   
 $84 \times 11 = 924$   
 $12 \times 8 = 96$   
 $1344 \times 11 = 14784$   
 $1344 \times 11 = 14784$   
 $2) \begin{array}{r} 84 \\ + 504 \\ \hline 1344 \end{array}$   
 $1) \begin{array}{r} 55 \\ + 110 \\ \hline 165 \end{array}$   
 $2) \begin{array}{r} 2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3 \\ \hline 13 \cdot 2 = 26 \end{array}$   
 $6) \begin{array}{r} 4 \cdot 5 \cdot 6 = 20 \\ \hline 3 \cdot 9 = 27 \end{array}$

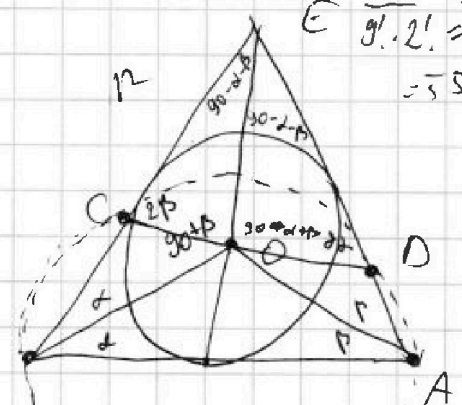


$DO + PE \text{ max}$   
 $12 = \frac{\sin 90 + \beta}{12} = \frac{\sin \alpha}{EO}$   
 $EO = \frac{12 \sin \alpha}{\sin 90 + \beta}$

$EO^2 = OD^2 + ED^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD$   
 $EO^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD + 2 \cdot EO \cdot OD = (EO + EO)^2$

$DE + DO = (P - EO) \text{ max}$

$S_{EDO} = \frac{1}{2} ED \cdot OD \cdot \sin 2\alpha$   
 $S = p \cdot r$



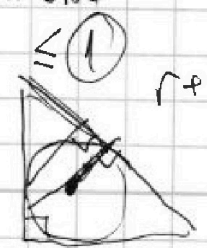
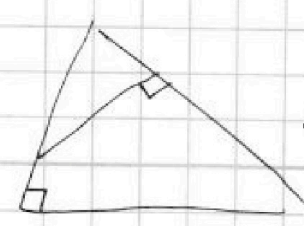
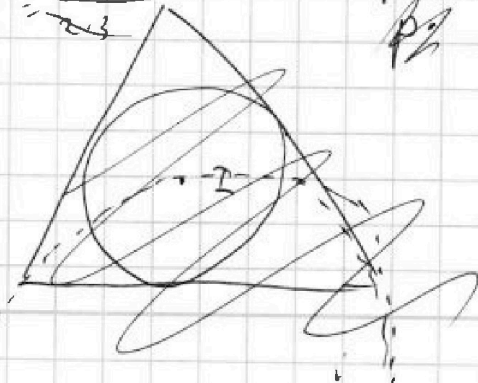
$EC \cdot BE = ED \cdot EA$   
 $ED + OD > EO$   
 $EO + OD > DE$   
 $EO + OD > DE$   
 $EO + ED > OD$

$\sqrt{(12 + p)(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$\sqrt{(6 + \frac{p+p}{2})(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$p \cdot r = 12 \cdot AB \cdot \sin 2\alpha$

$(DO + ED)^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$   
 $x^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_1, x_2 > 0$$

~~x > 0~~

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2$$

$$(-2)$$

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2 > 0$$

$$x^2 > 9$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 9 = 0$$

$$x_1 x_2 > 0 \quad 3(-3) = -9$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 45 = 0$$

$$D = (8\sqrt{2})^2 + 4 \cdot 45 = 9$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^2 \quad p - \text{нроч.}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^2 \quad a, b = ?$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^2$$

$$a - b = 12$$

$$a = 12 + b$$

$$(12+2b)(12+2b+3) = 19p^2$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D > 0$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 6 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$(4\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) \cdot 4 =$$

$$= 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= -4t^2 + 36 > 0$$

$$4t^2 < 36$$

$$t^2 < 9$$

$$t \in (-3; 3)$$

$$t \neq 0$$

$$(-3; 0)$$

$$\begin{array}{l} 2(b-2)(b+\frac{31}{2}) \\ (b-2)(2b+31) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ \times 3 \\ \hline 548 \end{array}$$

$$8 + 54 = 62$$

$$\begin{array}{l} 2(b-2)(b-x) \\ (2b-4)(b-x) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ \times 3 \\ \hline 62 \\ 62 : 31 \\ 2 \end{array}$$

$$2b^2 - 2bx - 4b + 4x$$

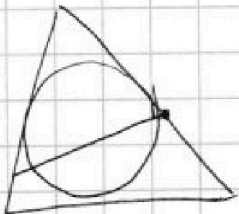
$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2(b-2)(b+31) =$$

$$-2bx - 4b = 2bx = 2(b^2 + 31b - 62)$$

$$-2x = 31$$

$$x = -\frac{31}{2}$$



S\_{\triangle} \le S\_{\text{окр}} \Leftrightarrow D \ge 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

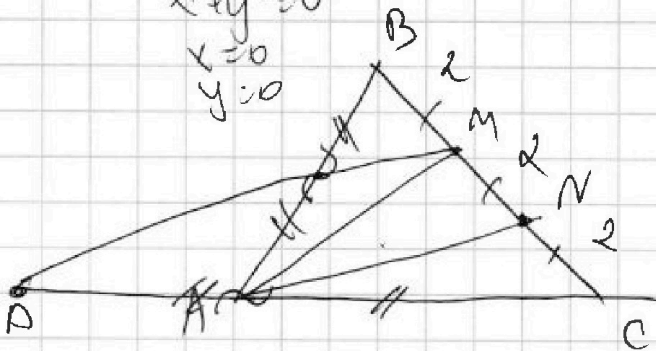
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4-x^2-y^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$\begin{aligned} 4-x^2-y^2 &= 4 \\ x^2+y^2 &= 0 \\ x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

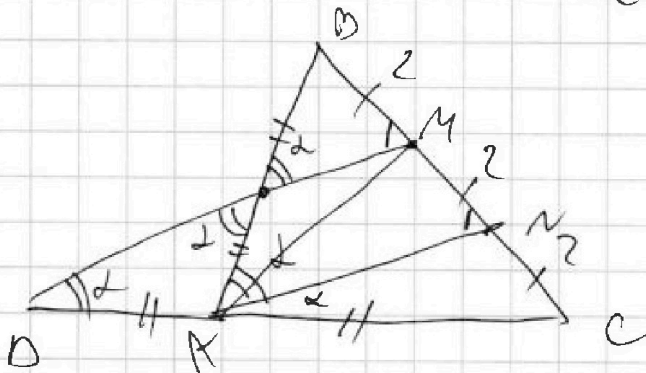
$$AB = 9$$



$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

cos

$$\frac{BM}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{2}{AB} = \frac{2}{AC}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos 2\alpha$$

$$2AC = AB$$

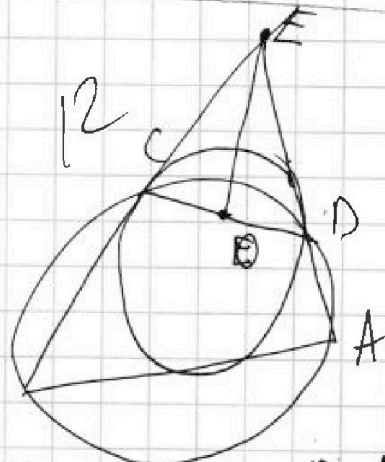
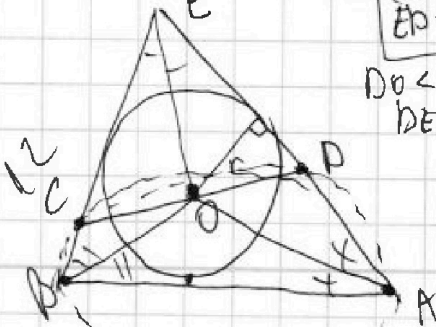
$$AB = 9$$



$$\cos 90^\circ = 0$$

$$ED < DO$$

$$\begin{aligned} DO &< CD \\ DE &< CA \end{aligned}$$



$$BE = 12$$

$$ED + DO$$

$$DO > r$$

$$r \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 2\alpha \cdot AB < r \cdot DO \cdot BE \cdot \frac{DE}{AB} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C_{11}^2 \cdot C_3^3 \cdot C_3^3 \cdot C_3^3$

X:      
     
y:      
x, y  
x \* y

$2(x-2y) - x^2 - y^2 > 0$   
 $2(x-y) > x^2 + y^2$

$z + \text{Re } z = z$   
 $\text{Re } z + \text{Im } z = z$

$m \sqrt{2} = \dots$

$\frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 105$

$C_{11}^2 = \frac{11!}{2! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 5 \cdot 11$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 20$

$\frac{12}{84}$

$\frac{55}{1100} \cdot \frac{89}{11} + \frac{84}{924}$

$15784$

$2x - 2y + x^2 - y^2 = 2(x-y) - (x^2 + y^2) > 0$   
 $2(x-y) > x^2 + y^2$

$2(m)$   
 $2m =$



$1 - |x-y-1| \geq 0$

$1 - |x-y-1| > 0$

$1 > |x-y-1|$

$2m - (x^2 + y^2 - 2xy) \geq 0$   
 $2m - m^2 - 2p \geq 0$

$2(x-y) - x^2 - y^2 = 2(x-y) - (x^2 + y^2) > 0$   
 $x-y-1=1 \Rightarrow x-y=2$   
 $x-y-1=-1 \Rightarrow x-y=0$

$\sqrt{2m - x^2 - y^2}$

$m + 16 = 2 \Rightarrow 2m > x^2 + y^2$

$m \in (0; 2)$

$x, y \in (0; 2)$

$\frac{5+6+7+9+x}{2} = x+4-1$   
 $\frac{5+6+7+9+x}{2} = x+4-1$

$27 + x = 2x + 6$   
 $27 = x \rightarrow 28$





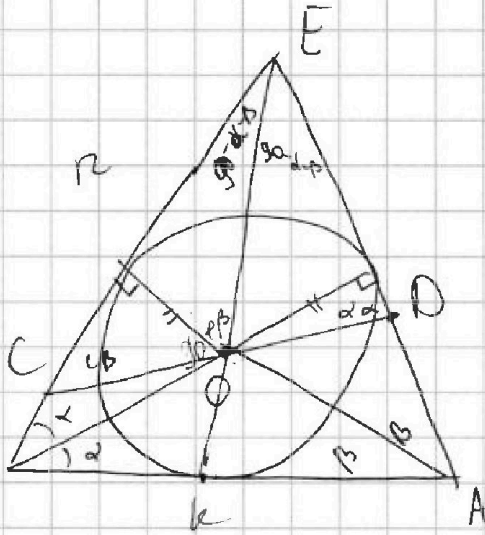


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

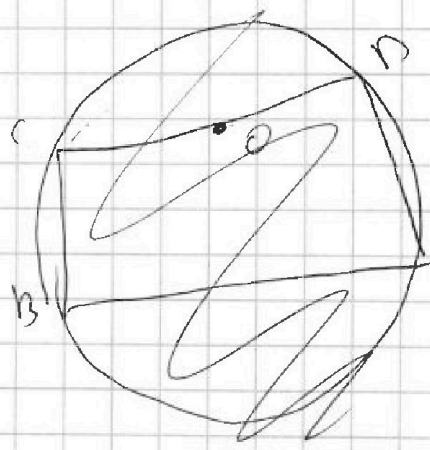
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$EO + DO \text{ max}$      
  $EO + DO$      
 $\frac{\sin 90 - \alpha - \beta}{OD} = \frac{\sin 90 + \alpha + \beta}{ED}$   
 $\frac{\sin 90 + \beta}{BE} = \sin$

~~AK = EK~~  
~~AK = KE~~  
 $DE < DO + EO$

$\sqrt{p \cdot (p - OD) \cdot (p - ED) \cdot (p - EO)} = 2 \sin \alpha \cdot ED \cdot DO$   
 $\frac{p \cdot (p - OD) \cdot (p - ED) \cdot (p - EO)}{p \cdot (p - OD) \cdot (p - ED) \cdot (p - EO)} = \frac{2 \sin \alpha \cdot ED \cdot DO}{2 \sin \alpha \cdot ED \cdot DO}$   
 $\sin 2\alpha \cdot BK \cdot BE \cdot ED = ED \cdot \sin 2\alpha \cdot OD$   
 $BK \cdot BE \cdot ED = ED \cdot OD$



$x_{11} x_{10} \dots x_1$   
 $x_1$

$\frac{11}{4} \approx 2.75$   
  $\approx 3$   
 не пере  
 нутся

3    
 2    
 1

8  7

$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3$

5  
 2  
 1