



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(\angle CAM) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По м. Виета $9t^2 - 9 = \underbrace{x_1 x_2}_{\text{корни}} > 0$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$t^2 > 0 \Rightarrow t \neq 0$$

Если 2 разл. корня $\Rightarrow D > 0$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36 > 0$$

$$36 > 4t^2$$

$$9 > t^2 \Rightarrow t \in (-3; 3), \text{ но м.к. } t \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$$

Ответ: $t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставляем $a = b + 12$

$$(b+12+b)(b+12+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

Выражение в левой части $:2 \Rightarrow p=2$, т.к.

$19p^4 : 2$ и 19 - нечет., p - простое.

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 16$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(b-2)(2b+31) = 0$$

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -\frac{31}{2} \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$b_1 = 2 \Rightarrow a = 14$$

Ответ: $a=14, b=2$

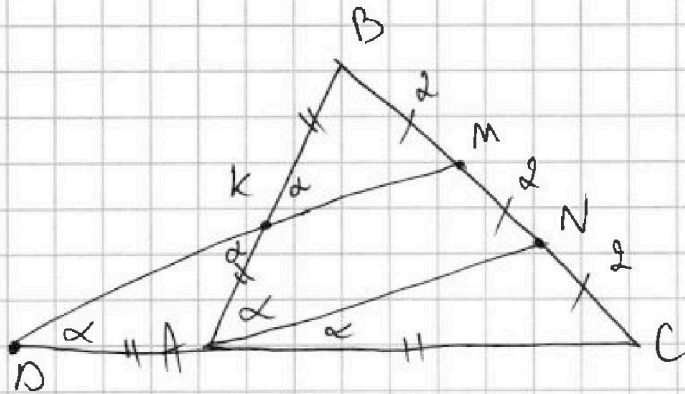


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



$$\begin{aligned} DC &= AB \\ BC &= 6 \\ \cos 2\angle CAN &= -\frac{3}{4} \\ AB &=? \end{aligned}$$

- 1) $AB \cap DM = K$
- 2) Т.к. $KM \parallel AN$ и $BM = MN \Rightarrow BK = AK$
- 3) $\angle NAC = \angle MDC = \alpha$ (м.к. $AN \parallel DM$) и $AN \parallel DM$, $AC = AD$ (м.к. $NC = MN$) $\Rightarrow AC = AD = BK = AK$ (м.к. $CD = AB$)
- 4) $\triangle ADK - \text{р/б} \Rightarrow \angle KDA = \angle DKA = \angle BKM = \alpha = \angle BAN$ ($KM \parallel AN$) $\Rightarrow AN - \text{бисс.}$ (м.к. $\angle BAN = \angle NAC$)

5) $BN = 4$

$NC = 2$

По м.о бис-се: $\frac{BN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{2}{AC} \Rightarrow 2AC = AB$
Пусть $AC = x$,
тогда $AB = 2x$

с) Т. косинусов для $\triangle BAC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$36 = 4x^2 + x^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot 2x \cdot x$$

Т.к. $\cos 2\alpha = \cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}$:

$$36 = 5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 5x^2 + 3x^2 = 8x^2$$

$$9 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 2x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Т.к. парт $4 \cdot 3 = 12$, а тепловк $11 \Rightarrow$ одна парты должна

быть пустой. Пусть она будет в одном из рядов на первом



Тогда, когда мы выстроим людей по ряд ^{возрастанию} мы их выстроим в порядке ^{убывания}. (В каждом таком выборе мы можем это сделать).

Если люди будут сидеть не в порядке ^{возрастания}, то кому-то будет плохо видно.

Кол-во способов рассадить людей ~~на~~ с пустой парты на первом месте:

$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ пустая парты может быть в одном из четырех рядов

2) Пусть пустая парты будет на втором месте в каком-то ряду



Тогда в каждом из трех рядов оставшихся (без пустой парты) мы также выстроим людей в порядке возрастания (от первой парты и последней). Ряд, в котором есть пустая парты, мы можем посадить двух людей в любой порядке, т.к. человек на 1й парте будет хорошо видеть, и человек на 3ей парте тоже, т.к. перед ним пустая парты (ближайшая).

Способов так рассадить

$$C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ ~~пустая парты~~ пустая парты на втором месте может быть в одном из 4х рядов

3) Пусть пустая парты будет на третьем месте в одном из рядов, тогда аналогично тому случаю рассаживаем людей в порядке возрастания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.ч. (применение)
Тогда способов будет
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$

4) Складываем все эти способы

$$\begin{aligned} & C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \\ &= C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \cdot 2 = \\ &= 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 = 16 \cdot 55 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 20 = 1478400 \text{ способов} \end{aligned}$$

Ответ: 1478400 способов



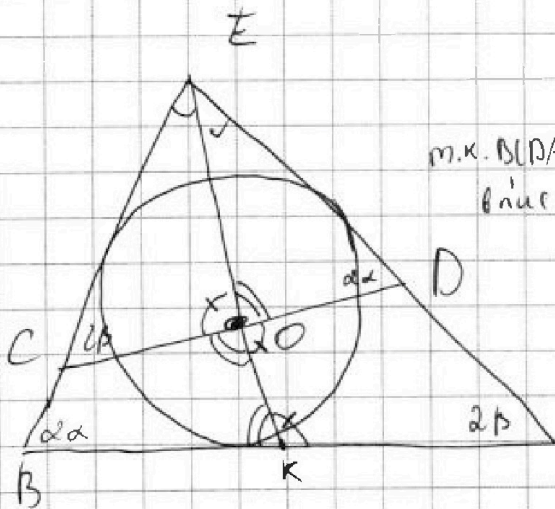
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.



$DO + ED \text{ макс.} = ?$

$DO + ED$ будет максим.

м.к. $\triangle ODA$
впис.

$\rightarrow \triangle EDO \sim \triangle EBK \Rightarrow$

$\Rightarrow ED + DO = (EB + BK) \cdot$

Множ $\frac{DE}{BE} = m$ - коэффициент.

$$DE = m \cdot BE$$

$$DO = m \cdot BK$$

$$A \quad DE + DO = m(BE + BK) =$$

$$= \frac{DE}{BE} (BE + BK) = DE + \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BE \cdot DO = DE \cdot BK$$

$$\cancel{DO + DE = DE \cdot BK + BE} = \cancel{DE(BK + 1)} \text{ макс при } \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BK = \text{max} \cdot \frac{DE \cdot BK}{BE} \quad \text{м.к.} \quad \triangle ODO = DE \cdot BK \rightarrow DO = \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$DO + DE = \frac{DE \cdot BK}{BE} + DE = DE \left(\frac{BK}{BE} + 1 \right) \text{ макс}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Если из каждой вершины можно добраться в любую другую, то граф - связный (граф-дерево-вершины, дороги-ребра)

~~Предположим~~ Предположим, что в графе есть цикл, тогда из какой-то вершины можно добраться в какую-то точку, от которой можно вернуться (то 2м путем цикла) - противоречие условию.

Тогда в графе циклов нет \Rightarrow он-дерево

Посчитаем ребра в графе (пусть вершин n) \Rightarrow

\Rightarrow ребер $n-1$ (т.к. граф-дерево)

$$n-1 = \frac{5+6+7+9+n-4}{2}$$

$$2n-2 = 11+16+n-4$$

$$2n-2 = 27+n-4$$

$$n-2 = 23$$

$$n=25 \Rightarrow \text{вершин } 25.$$

степень всех вершин, сумма степеней вершин, из которых выходит по 1 ребру

Ответ: 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

УД.

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

1) $1-|x-y-1| \geq 0$

$$|x-y-1| = 1$$

$\begin{cases} x-y=0 \rightarrow \text{не подходит, т.к. } 2x-2y-x^2-y^2 = -2x^2 \neq 0 \\ x-y=2 \rightarrow \sqrt{1-|x-y-1|} = 0 \rightarrow \sqrt{4-x^2-y^2} = 2 \rightarrow x^2+y^2=0 \end{cases}$
но $x-y=2$ пр-ше

при $x=0=y$
нигде не выпол.
р-вен-во

2) $1-|x-y-1| > 0$

$$|x-y-1| < 1$$

$$\begin{cases} x-y-1 < 1 \\ x-y-1 > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y < 2 \\ x-y > 0 \end{cases} \Rightarrow x-y \in (0; 2)$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 = 0 \Rightarrow 1-|x-y-1| = 4$

$$|x-y-1| = -3 \rightarrow \text{противоречие}$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 > 0$

$$2(x-y) > x^2+y^2$$

$$\begin{matrix} x-y < 2 \\ (\text{из шага 2}) \end{matrix} \Rightarrow x^2+y^2 < 2(x-y) < 4.$$

т.к. $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x$ и y могут равняться только 0, 1, -1, т.к. иначе или $|x|$, либо $|y| \geq 2 \rightarrow x^2+y^2 \geq 4 \rightarrow$ пр-ше

4) $x=0, y=1$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 0-2-0-1 < 0 \rightarrow \text{противоречие}$$

5) $x=1, y=0$

$$2x-2y=2$$

$$\sqrt{2-1-2\cdot 0-1\cdot 0} + \sqrt{1+|1-0-1|} = 1+1=2 \rightarrow \text{подходит}$$

~~6) $x=1, y=1$ $1^2+1^2 < 2\cdot 0$ - противор.~~

~~7) $x=0, y=-1$~~

6) $x=1, y=-1$

$$1-(-1) \geq 2 \rightarrow \text{противор. (т.к. } x-y < 2)$$

7) $x=-1, y=1$

$$x-y < 0 \rightarrow \text{пр-ше}$$

8) $x=-1, y=0$

$$x-y < 0 \rightarrow \text{пр-ше}$$

9) $x=0, y=-1$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-|0-(-1)|} = 2 \rightarrow \text{подходит}$$

Ответ: $x=1, y=0$; $x=0, y=-1$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

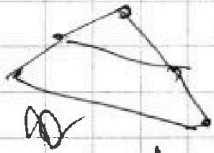
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$x-y \in (0; 2)$$

$$4 > 2(x-y) > x^2+y^2$$



2-1

1

$$2x-2y-x^2-y^2 + x - |x-y-1| = 2$$

$$x-y-1 \geq 0$$

$$2x-2y-x^2-y^2-x+y+1=1$$

$$x-y \geq 0$$

$$x-y-1 < 0$$

$$x-y-x^2-y^2=0$$

$$x=1+y$$

$$x-y < 1$$

$$x-y > 0$$

$$x(x-1) = y(y+1)$$

$$x(x-1) \geq (1+y)y$$

$$2(1+y-y) \geq (1+y)^2 + y^2$$

$$2x-2y-x^2-y^2+x-y-1=1$$

$$2 > 2y^2 + 2y + 1$$

$$1 > 2y^2 + 2y$$

$$3(x-y) - x^2 - y^2 = 2$$

$$\sqrt{3} \approx 1.732, \frac{1}{2} > y(y+1)$$

$$x-y > 1$$

$$2 > 3 - x^2 - y^2$$

$$1 > -x^2 - y^2$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

$$1/1$$

$$2y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$D = 4 + 1 \cdot 4 \cdot 2 = 12$$

$$-2 \pm \sqrt{12} = 13$$

$$-2 - \sqrt{12}$$

$$-2 + \sqrt{12}$$

$$-2 + \sqrt{12} < 4$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$$4 < 36$$

$$1 - x + y + 1 =$$

$$\sqrt{2-x+y}$$

$$2(x-y) - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$2(x-y) = x^2 + y^2$$

$$DO + ED =$$

$$\frac{DO}{BK + BE} \cdot \frac{DE}{BE} = 1 - |x-y-1| = 4$$

$$4 > 2(x-y) > x^2 + y^2, |x-y-1| = -3 \rightarrow \text{np-ue}$$

$$\frac{OD}{DK} = \frac{DE}{BE}$$

$$x-y < 2, 4 > x^2 + y^2$$

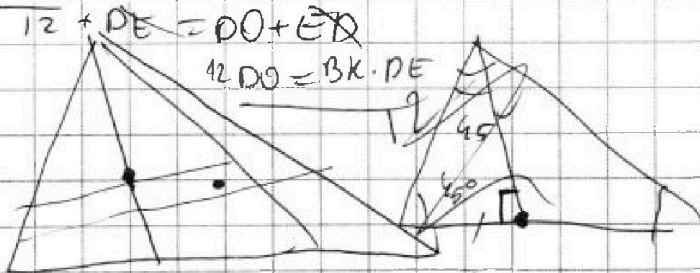
$$= BK \cdot DE, 3 \cdot 3 = 9, 12 + DE$$

$$DO + ED = k \cdot EB + k \cdot MB$$

$$k(EB + MB)$$

$$k(12 + MB) =$$

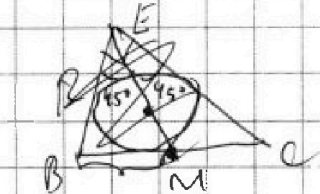
$$12(12 + MB)$$



$$DO + DE = k \cdot (12 + BK) =$$

$$= \frac{DE}{BK} (12 + BK) =$$

$$= DE + DE \cdot BK$$



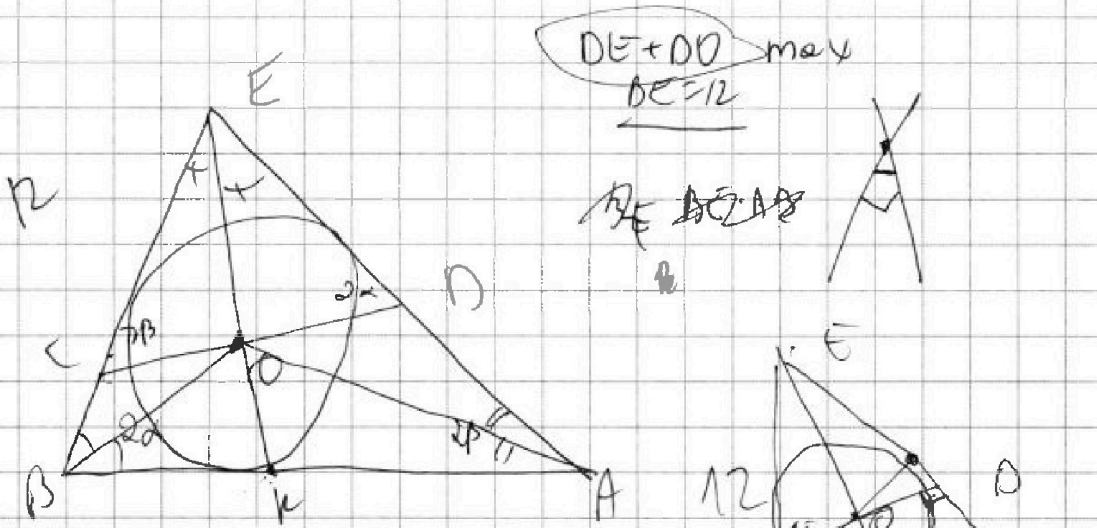


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$DE + OD \rightarrow \max$
 $BE = 12$

$BK = BE = 12$

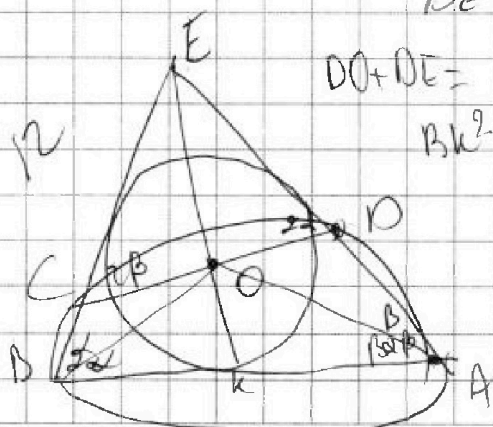
$BK = BE = 12$
 $7 + 10 + 9 + 5 =$
 $= 31$

$7 + 5 + 5 =$
 17

$15 + 11 =$
 26

$(BE + BK) \cdot \frac{OD}{BK} = OD \cdot \frac{BE}{BK}$
 $BK + OD = BE + OD$
 $DE + OD = \frac{OD \cdot 12}{BK} + OD$

$OD + DE =$
 BK^2



DE
 BK
 $DE \left(\frac{BK}{12} + 1 \right)$

Handwritten calculations and numbers:

1100
 120
 1504
 1344
 1544

1344
 116
 114
 114
 114

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten notes and diagrams:

$90 - \beta - \alpha + 2\beta = 90 + \beta - \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{EB}$
 $EO = \frac{12 \sin \beta}{\cos 2\alpha}$

$DE + DO < AE + AO$
 $130 - 2\beta - 2\alpha$
 $DE < AE$
 $OD < OA$

$max: ?$

$BE = 12$
 $EO + DO = ?$

$\frac{DE}{BE} = \frac{DO}{AB}$
 $\frac{DE}{12} = \frac{DO}{130}$
 $\frac{DO}{12} = \frac{OA}{AE}$

$EO^2 = DE^2 + DO^2 - 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD$
 $EO^2 + 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD + 2 \cdot DE \cdot DO = 2 \cdot E \cdot (DE + OD)^2$

$\frac{12 \sin \beta}{\cos 2\alpha} \leq 1$
 $\frac{12}{\cos 2\alpha} + 2x \leq 1$ max

$\leq \frac{12}{\cos 2\alpha} + 2x$

$90 - \beta - \alpha + \beta = 90 - \alpha$

Diagrams include:
 - A sphere with a triangle inscribed on its surface.
 - A triangle with an inscribed circle and various points labeled A, B, C, D, E, O.
 - A triangle with an inscribed circle and points A, B, O, O', D.
 - A triangle with an inscribed circle and points A, B, O, O', D.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

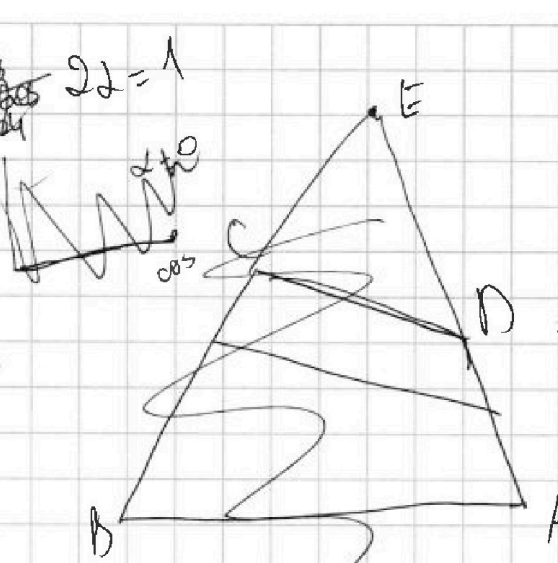
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$524 \times 11 = 5764$
 $5544 \times 11 = 60984$
 $524 \times 11 = 5764$
 $81 \times 11 = 891$
 $84 \times 11 = 924$
 $12 \times 8 = 96$
 $1344 \times 11 = 14784$
 $1344 \times 11 = 14784$
 $2) \begin{array}{r} 84 \\ + 504 \\ \hline 1344 \end{array}$
 $1) \begin{array}{r} 55 \\ + 20 \\ \hline 1100 \end{array}$
 $2) \begin{array}{r} 2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3 \\ \hline 13 \cdot 2 = \end{array}$
 $6) \begin{array}{r} 4 \cdot 5 \cdot 6 = 20 \\ \hline 3 \cdot 9 = 27 \end{array}$



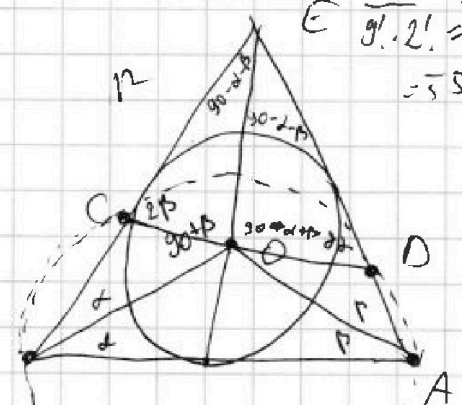
$DO + PE \text{ max}$
 $12 = \frac{\sin 90 + \beta}{12} = \frac{\sin \alpha}{EO} \cdot 180$
 $EO = \frac{12 \sin \alpha}{\sin 90 + \beta}$

$EO^2 = OD^2 + ED^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD$
 $EO^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD + 2 \cdot EO \cdot OD = (EO + EO)^2$

$DE + DO = (P - EO) \text{ max}$

$S_{EDO} = \frac{1}{2} ED \cdot OD \cdot \sin 2\alpha$

$\frac{11!}{9! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$
 $S = p \cdot r$



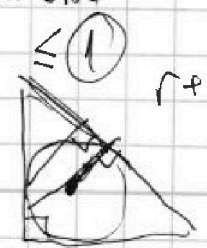
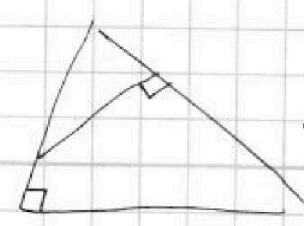
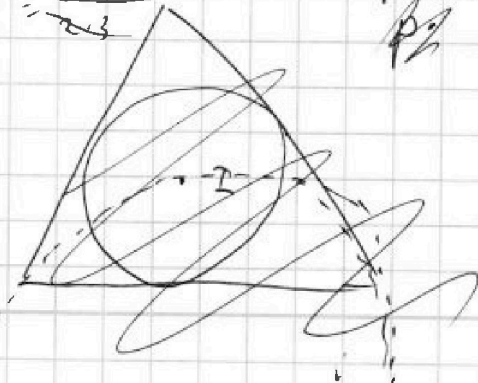
$EC \cdot BE = ED \cdot EA$
 $ED + OD > EO$
 $EO + OD > DE$
 $EO + OD > DE$
 $EO + ED > OD$

$\sqrt{(12 + p)(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$\sqrt{(6 + \frac{p+p}{2})(p - 12)(p - a)(p - b)}$

$p \cdot r = 12 \cdot AB \cdot \sin 2\alpha$

$(DO + ED)^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$
 $x^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_1, x_2 > 0$$

~~x > 0~~

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2$$

$$(-2)$$

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2 > 0$$

$$x^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 9 = 0$$

$$x_1 x_2 > 0 \quad 3(-3) = -9$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 45 = 0$$

$$D = (8\sqrt{2})^2 + 4 \cdot 45 = 9$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^2 \quad p - \text{нроч.}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^2 \quad a, b = ?$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^2$$

$$a - b = 12$$

$$a = 12 + b$$

$$(12+2b)(12+2b+3) = 19p^2$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D > 0$$

$$x \frac{15}{90}$$

$$(4\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) \cdot 4 =$$

$$= 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= -4t^2 + 36 > 0$$

$$4t^2 < 36$$

$$t^2 < 9$$

$$t \in (-3; 3)$$

$$t \neq 0$$

$$(-3; 0)$$

$$2(b-2)(b+\frac{31}{2})$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 19 \\ \hline 38 \\ 152 \\ \hline 548 \end{array}$$

$$8 + 54 = 62$$

$$2(b-2)(b-x)$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 90 \\ \hline 62 \\ 62 : 31 \\ 2 \end{array}$$

$$2b^2 - 2bx - 4b + 4x$$

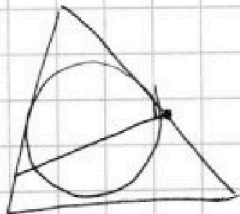
$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2(b-2)(b+31) =$$

$$-2bx - 4b = 2bx = 2(b^2 + 31b - 62)$$

$$-2x = 31$$

$$x = -\frac{31}{2}$$



S_{вдо} < S_{вн} < S_{вд} < S_{вд} < S_{вд}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

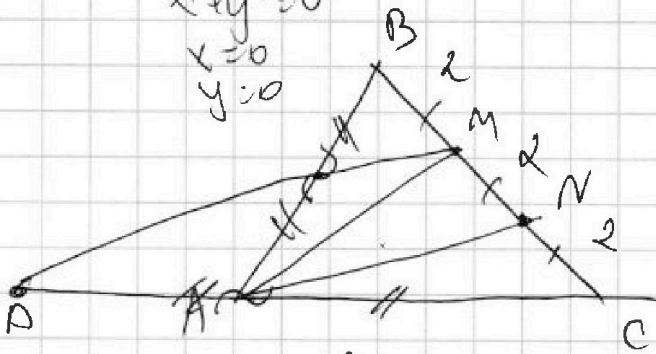
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4-x^2-y^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$\begin{aligned} 4-x^2-y^2 &= 4 \\ x^2+y^2 &= 0 \\ x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

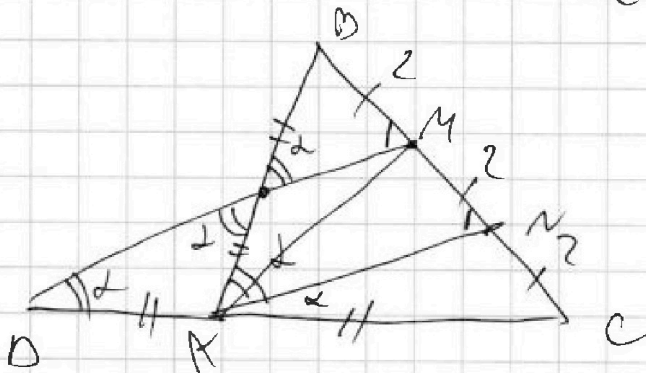
$$AB = 9$$



$$AB = CD$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

cos

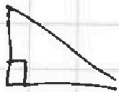
$$\frac{BM}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{2}{AB} = \frac{2}{AC}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos 2\alpha$$

$$2AC = AB$$

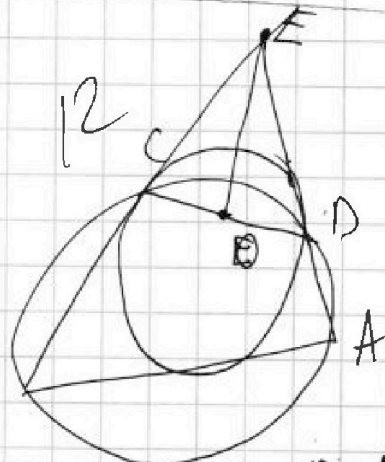
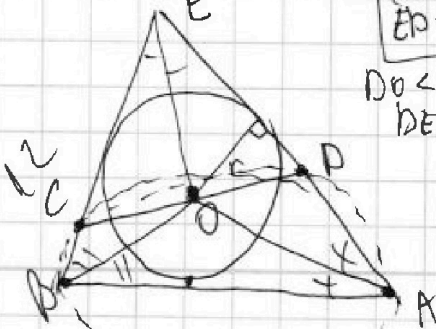
$$AB = 9$$



$$\cos 90^\circ = 0$$

$$ED < DO$$

$$\begin{aligned} DO &< CD \\ DE &< CA \end{aligned}$$



$$BE = 12$$

$$ED + DO$$

$$DO > r$$

$$r \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 2\alpha \cdot AB < r \cdot DO \cdot BE \cdot \frac{DE}{AB} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$

$$6 \sin 2\alpha \cdot AB < r \cdot$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x :
 y :
 x, y
 $x \cdot y$

$2x - 2y - x^2 - y^2 > 0$
 $2(x - y) > x^2 + y^2$

$z + \text{Re } z = z$
 $\text{Re } z + \text{Im } z = z$

$C_{11}^2 = \frac{11!}{2! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 5 \cdot 11$

$\frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{24} = 5$
 $C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 20$
 $\frac{12}{84}$

$2x - 2y + x^2 - y^2 = 0$
 $= 2(x - y) - (x^2 + y^2) > 0$
 $2(x - y) > x^2 + y^2$

$\begin{array}{r} 55 \\ \times 20 \\ \hline 1100 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 89 \\ \times 11 \\ \hline 89 \\ + 890 \\ \hline 979 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 924 \\ \times 16 \\ \hline 14784 \end{array}$

$1 - |x - y - 1| \geq 0$
 $1 - |x - y - 1| > 0$

$2m -$
 $|x - y - 1| = 0$
 $|x - y - 1| = 1$

$2m - (x^2 + y^2 - 2xy) \geq 0$
 $2m - m^2 - 2p \geq 0$
 $x - y \geq 0$
 $x - y \leq 2$

$2(x - y) - x^2 - y^2 = 0$
 $x - y - 1 = 1$
 $x - y = 2$
 $x - y - 1 = -1$
 $x - y = 0$

$\sqrt{2m - x^2 - y^2}$
 $x - y \in [0; 2]$

$m \in (0; 2)$
 $x \cdot y \in (0; 2)$



$5 + 6 + 7 + 9 + x = x + 4 = 1$
 $5 + 6 + 7 + 9 + x = x + 4 - 1$
 $27 + x = 21 + 6$
 $27 = x \rightarrow 28$

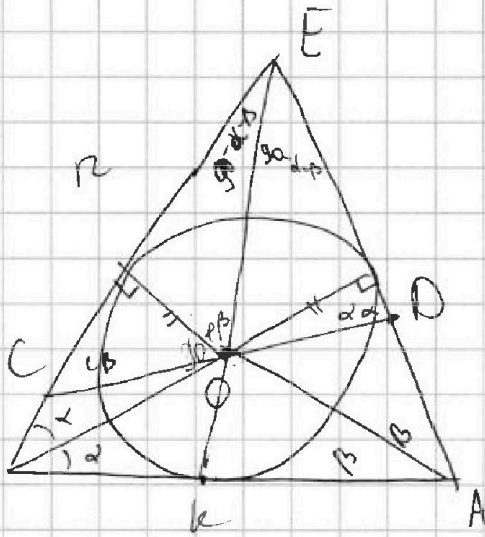


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

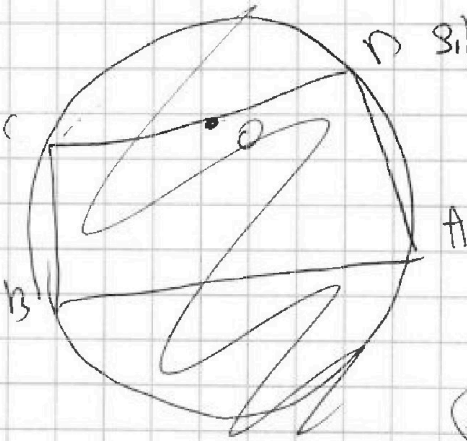


$ED + DO \max$
 $ED + DO$
 $\frac{\sin 90 - \alpha - \beta}{OD} = \frac{\sin 90 + \alpha - \beta}{ED}$
 $\frac{\sin 90 + \beta}{BE} = \sin$

~~AK = EK~~
~~AK > EK~~
 $DE < DO + ED$

$\sqrt{p \cdot (p - OD)(p - ED)(p + ED)} = 2 \sin \alpha \cdot ED \cdot DO$
 $p(p - OD)(p - ED)(p + ED) = 4 \sin^2 \alpha \cdot ED \cdot DO$

$\sin 2\alpha \cdot BK \cdot BE \cdot ED = ED \cdot \sin 2\alpha \cdot OD$
 $BK \cdot BE \cdot ED = ED \cdot OD$



$x_{11} x_{10} \dots x_1$
 x_1

$\frac{11}{4} \cdot 2 = 3$

перте
 нуль

3
 2
 1

$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3$