



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 d-разность ариф. прогрессии

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 & \cdot 1 \cdot 2 \\ 2(x^2 - 2x)^2 + 4d = 9x^2 & - \end{cases}$$

$$12 - 18x - (x^2 - 2x)^2 = 2(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x + 1) = 1$$

$$(x^2 - 2x - \sqrt{3}x + \sqrt{3})(x^2 - 2x + \sqrt{3}x - \sqrt{3}) = 1$$

~~$$(x^2 - 2x - \sqrt{3}x + \sqrt{3}) = 1$$~~

~~$$x^2 - 2x - \sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$$~~

$$\Rightarrow D = 4 + 3 + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 7$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow D = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3y + 6x \rightarrow \max - ?$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

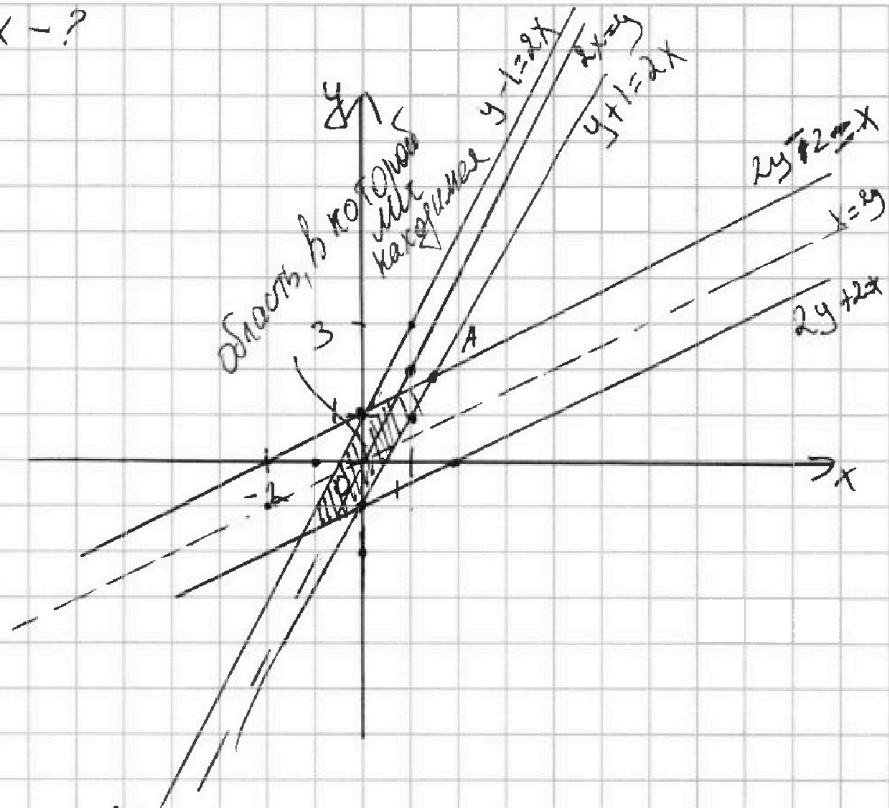
$$1) |x - 2y| \leq 2$$

$$\begin{cases} x \geq 2y \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2y \\ 2y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$2) |2x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} 2x < y \\ y - 2x \leq 1 \\ 2x \geq y \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$



Максимальное значение выражения  $3y + 6x$  тогда, когда  $x$  и  $y$  будут максимальными  $\Rightarrow$

3) в точке A.

Найдем точку A. Эта точка пересечения прямой  $y - 2 = x$  и  $y = 2x - 1$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 & 1 \cdot 2 \\ 2y = x + 2 & \quad \quad \quad \end{cases}$$

$$0 = 4x - 2 - x - 2 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I случай:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2 \\ mn(m+2n+9) = 75q^2 \end{cases}$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

11 и p - простые числа (из условия)  
 $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} 1) m+2n=11 \\ m+2n-7=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n_1=1 & m_1=9 & \Rightarrow p^2=4 & p=2 \\ n_2=2 & m_2=7 & \Rightarrow p^2=4 & p=2 \\ n_3=3 & m_3=5 & \Rightarrow p^2=4 & p=2 \end{matrix} \\ & \begin{cases} 2) m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n_4=4 & m_4=3 & \Rightarrow p^2=4 & p=2 \\ n_5=5 & m_5=1 & \Rightarrow p^2=4 & p=2 \end{matrix} \\ & \begin{cases} 3) m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 7=10p^2 \Rightarrow p^2=\frac{10}{7} \quad \emptyset \\ 7=11p^2-1 \Rightarrow p^2=\frac{8}{11} \quad \emptyset \end{matrix} \\ & \begin{cases} 4) m+2n=p \\ m+2n-7=11p \end{cases} \Rightarrow 7=-10p \quad \emptyset \\ & \begin{cases} 5) m+2n=p^2 \\ m+2n-7=11 \end{cases} \Rightarrow 7=p^2-11 \Rightarrow p^2=18 \quad \emptyset \\ & \begin{cases} 6) m+2n=1 \\ m+2n-7=11p^2 \end{cases} \Rightarrow 7=1-11p^2 \Rightarrow p^2=\frac{-6}{11} \quad \emptyset \end{aligned}$$

Получим 5 пар (m, n)

Теперь проверим второе ~~из~~ условие

$$mn(m+2n+9) = 75q^2$$

$$1) 1 \cdot 9(9+2 \cdot 1+9) = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{180}{75} \quad \emptyset \quad q \Rightarrow \text{простое число}$$

$$2) 7 \cdot 2(7+2 \cdot 2+9) = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{280}{75} \quad \emptyset$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) 5 \cdot 3(5 + 2 \cdot 3 + 9) = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{300}{75} = 4 \Rightarrow q = 2$$

$$4) 3 \cdot 4(3 + 2 \cdot 4 + 9) = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{240}{75} \emptyset$$

$$5) 1 \cdot 5(1 + 2 \cdot 5 + 9) = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{100}{75} \emptyset$$

Получаем одну пару  $(m, n)$ .  $m = 5$   
 $n = 3$   
 II случай: (Аналогично I-ому)

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \\ mn(m+2n+9) = 11p^2 \end{cases}$$

~~$$mn(m+2n+9) = 11 \cdot p \cdot p$$~~

~~$$1) \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ m+2n+9=11p^2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m=5 \\ n=1 \\ m+2n+9=p^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} m=1 \\ n=11p \end{cases}$$~~

$$1) \begin{cases} m+2n=1 \Rightarrow 75q^2 = -6 \emptyset \\ m+2n-7=75q^2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m+2n=5 \Rightarrow 150q^2 = -2 \emptyset \\ m+2n-7=15q^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} m+2n=3 \Rightarrow 25q^2 = -4 \emptyset \\ m+2n-7=25q^2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} m+2n=25 \Rightarrow 39q^2 = 18 \emptyset \\ m+2n-7=39q^2 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} m+2n=15 \Rightarrow 5q^2 = 3 \emptyset \\ m+2n-7=5q^2 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} m+2n=9 \Rightarrow 7 = -74q \emptyset \\ m+2n-7=75q^2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} m+2n=5q \Rightarrow 7 = -10q \emptyset \\ m+2n-7=15q \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} m+2n=3q \Rightarrow 7 = -22q \emptyset \\ m+2n-7=25q \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} m+2n=15q \Rightarrow 7 = 10q \emptyset \\ m+2n-7=5q \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} m+2n=25q \Rightarrow 7 = 22q \emptyset \\ m+2n-7=3q \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$11) \begin{cases} m+2n=9^2 \\ m+2n-7=75 \end{cases} \Rightarrow 9^2=82 \emptyset$$

$$12) \begin{cases} m+2n=39^2 \\ m+2n-7=25 \end{cases} \Rightarrow 39^2=32 \emptyset$$

$$13) \begin{cases} m+2n=59^2 \\ m+2n-7=15 \end{cases} \Rightarrow 59^2=22 \emptyset$$

$$14) \begin{cases} m+2n=159^2 \\ m+2n-7=5 \end{cases} \Rightarrow 159^2=12 \emptyset$$

$$15) \begin{cases} m+2n=259^2 \\ m+2n-7=3 \end{cases} \Rightarrow 259^2=10 \emptyset$$

$$16) \begin{cases} m+2n=759^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases} \Rightarrow 759^2=8 \emptyset$$

$$17) \begin{cases} m+2n=75 \\ m+2n-7=9^2 \end{cases} \Rightarrow 9^2=82 \emptyset$$

$$18) \begin{cases} m+2n=759 \\ m+2n-7=9 \end{cases} \Rightarrow 7=749 \emptyset$$

Второй случай не принес еще пары  $(m, n)$

Ответ:  $m=5$   
 $n=3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_1 = a$$

$$a_5 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x$$

$$a_6 = 9x^2 = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_1 + 5d = 6 - 9x + 2d =$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 9x^2 \\ a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \end{cases}$$

$$= (x^2 - 2x)^2 = x^4$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 9x^2 \\ a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \end{cases}$$

$$a_3 = 6 - 9x + 5d = 9x^2$$

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 - 3 \cdot 5d = 9x^2 \\ 6 - 9x + 6d = 9x^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} -29d + 18d = 9x^2 - 9x + 6 \\ -11d = 9x^2 - 9x + 6 \end{matrix}$$

$$30 - 45x - 12 + 18x = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2 - 18x^2$$

$$5x^4 - 20x^3 + 2x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$6 - 9x$$

$$90 - 160 + 8 = 18 + 9$$

$$6 - 9x + 6d$$

$$-16(x^2 - 4x + 4) = -45x + 54$$

$$5(x^4 - 4x^3 + 4x^2) - 18x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$5(x^2 - 2x)^2 - 9(2x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$D = \sqrt{9 - 16}$$

$$5x(x-2)^2 - 18(x-2)^2 =$$

$$-9(5x - 6) = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 9x^2 + 3d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 9x^2 + 6 - 9x - a_1$$

$$5x^2 t^2 - 18t^2 = 9(x-2)$$

$$D =$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 6 + 9x + a_1 = 0$$

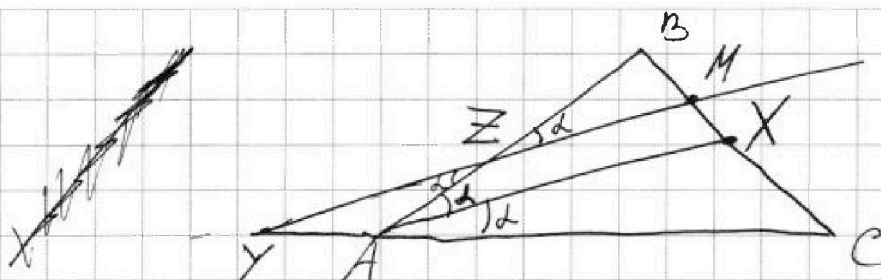
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $BM = MC$ ,  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$

Найти:  $BC$ ?

Решение:

$\angle BAX = \angle XAC$  ( $AX$  - бисс.)

$\angle YZA = \angle BAX$  (накрест лежащие при паралл. члнмх  $YM$  и  $AX$ )

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle ZYA = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow \angle ZYA = \angle YZA = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle YAZ \text{ — р/с } YA = AZ = 3$$

Т. Менелая для  $\triangle$ -ка ABC и ~~прямой~~  $YM$

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$$

$$1 \cdot \frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow BZ = 9$$

Т. Жосинусов для  $\triangle$ -ка ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

Т. Жосинусов для  $\triangle$ -ка YAZ

$$YZ^2 = YA^2 + AZ^2 + 2 \cdot YA \cdot AZ \cdot \cos(180^\circ - 2\alpha) \rightarrow$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(120^\circ - 2\alpha)$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3}$$

$$BC^2 = 162$$

$$BC = \sqrt{162} = 3\sqrt{18}$$

$$\text{Ответ: } BC = 3\sqrt{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x - \sqrt{2}y = y^3 - \sqrt{2}x + 3y \end{cases}$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$1) \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$2) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2+xy+y^2 + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y})) + \sqrt{2} = 0$$

Подкоренное выражение  $\geq 0 \Rightarrow x \geq 0$   
 $y \geq 0$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2 \geq 3xy \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ \sqrt{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = t$$

$$t^2 = x+2+7-x - 2\sqrt{14+5x-x^2} = 9 - 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$t+7 = 9 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = -2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1 \quad \uparrow^2$$

$$\begin{aligned} x+2 &= 1 + 7-x + 2\sqrt{7-x} \\ 2x-6 &= 2\sqrt{7-x} \end{aligned}$$

$$x-3 = \sqrt{7-x} \quad \uparrow^2$$

$\rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов в сетке 400

Мы красим любые два из них в белый.

$$C_{400}^2 = \frac{400!}{2! \cdot 398!} = \frac{399 \cdot 400}{2} = 399 \cdot 200$$

Нам нужно избавиться от повторений  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  нужно поделить на 4.

$$\frac{399 \cdot 200}{4} = 399 \cdot 50 = 19950$$

Ответ: 19 950

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + 9 = -x + 7$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17 \quad \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ — не подходит.}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \rightarrow \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \text{ — не подходит, т.к. } x \geq 3.$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2$$

$$\sqrt{x+2} + 2 = \sqrt{7-x} \quad \uparrow^2$$

$$4 + x + 2 + 4\sqrt{x+2} = 7 - x$$

$$4\sqrt{x+2} = 1 - 2x \quad \uparrow^2 \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$16(x+2) = 1 - 4x + 4x^2$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$D = 400 + 16 \cdot 31 = 400 + 496 = 896$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{896}}{8} \rightarrow \frac{20 + \sqrt{896}}{8} \text{ — не подходит, т.к. } x \leq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{896} > 29 \Rightarrow \frac{20 + \sqrt{896}}{8} > \frac{49}{8}$$

$$\sqrt{896} < 30 \Rightarrow \frac{20 + \sqrt{896}}{8} < \frac{35}{4}$$

$$\text{Other: } x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 2 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$(x^3 + 3x - \sqrt{2}y)^2 = (y^3 + 3y - \sqrt{2}xy)^2$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0.$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \quad | \cdot 1)$$

S.4

C400

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2} = 0$$

$$3\sqrt{x^3y^3} = 3xy \geq 0$$

!!!

$$x-2 \geq 0$$

$$x-2 = 0$$

$$\Rightarrow \emptyset$$

0

C400

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \rightarrow x = y.$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 2 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$6-9x+2d = (x^2-2x)$$

$$6-9x+2d = (x^2-2x)$$

$$6-9x+2d = (x^2-2x)$$

$$t^2 = x+2 + 7-x - 2\sqrt{14-x^2+5x} = 2\sqrt{14-x^2+5x} + 9$$

$$t^2 + 2 = 9 - t^2$$

$$6-9x+2d = (x^2-2x)$$

$$(x^2-2x)^2 + 4d = 9x^2$$

$$826 = 2 \cdot 413$$

$$t + 7 = 9 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0.$$

$$\begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \ 29 \\ x \ 29 \\ \hline \end{array}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1.$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 26 \\ \hline 126 \\ + 224 \\ \hline 350 \\ + 56 \\ \hline 406 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ \times 51 \\ \hline 16 \\ + 16 \\ \hline 48 \\ + 86 \\ \hline 134 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ \times 30 \\ \hline 2700 \\ + 900 \\ \hline 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 399 \\ \times 50 \\ \hline 19950 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ \times 29 \\ \hline 261 \\ + 58 \\ \hline 841 \\ \times 9 \\ \hline 399.400 \\ \times 4 \\ \hline 1.596 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_  
ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$$

$$\begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) = 11p^2 \\ mn(m+2n+7) = 75p^2 = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot p^2 \end{cases}$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

$$\begin{cases} m+2n = 11k \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$$

$$m+2n-7 = p^2 \quad \text{каспр.}$$

$$7 = 11k - p^2 \quad \text{каспр.}$$

$$p^2 = 11k - 7$$

$$p^2 = 11k - 7$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$$

$$m=1 \quad n=5 \rightarrow p^2=4 \rightarrow p=2$$

$$m=3 \quad n=4 \rightarrow p^2=4$$

$$m=5 \quad n=3 \rightarrow p^2=4$$

$$m=7 \quad n=2 \rightarrow p^2=4$$

$$m=9 \quad n=1 \rightarrow p^2=4$$

$n:5 \Rightarrow m+2n:3$   
 $n:3 \Rightarrow m+2n:5$   
 $2n+7:5$   
 $n:5 \Rightarrow m+2n:3$   
 $n:3 \Rightarrow m+2n:5$   
 $n:5 \Rightarrow m+2n:3$   
 $n:3 \Rightarrow m+2n:5$

$$2) \begin{cases} m+2n = 11p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$$

$$m+2n-7 = p \quad -7 = 10p \quad \text{мощно } \emptyset$$

$$3) \begin{cases} m+2n = 11p^2 \\ m+2n-7 = 8 \end{cases}$$

$$m+2n-7 = 8 \Rightarrow 11p^2 - 8 = 0$$

$$11p^2 = 15$$

$$p^2 = \frac{15}{11} \quad \emptyset$$

~~$11p^2 - 8 = 0 \Rightarrow p^2 = \frac{8}{11}$~~   
 ~~$p^2 = \frac{8}{11}$~~   
 ~~$p = \frac{2\sqrt{22}}{11}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \\ a_1 + 8d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \cdot 3 \\ 6 - 9x + 6d = 9x^2 \end{cases}$$

$$18 - 27x - 6 + 9x = 3(x^4 - 4x^3 + x^2)$$

$$12 - 18x = 3(x^4 - 4x^3 + x^2)$$

$$3d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = (3x - x^2 + 2x)(3x + x^2 - 2x) = (5x - x^2)(x^2 - x)$$

$$a_1 = 6 - 9x - (5x - x^2)(x^2 - x)$$

$$a_1 = 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 27x^2 = 3x^4 - 12x^3 - 15x^2 - 9x + 6$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 9(x^2 + x + \frac{3}{4}) + \frac{33}{4} = 0$$

$$(x^2 - 2x - 3x - \frac{3}{2})(x^2 - 2x + 3x + \frac{3}{2}) = \frac{-33}{4}$$

$$(x^2 - 5x - \frac{3}{2})(x^2 + x + \frac{3}{2}) = \frac{-33}{4}$$

$$D = 25 + 6 = 31 \quad \sqrt{D} = 1 - 6 < 0 \Rightarrow \dots$$

$$x^2 - 5x - \frac{3}{2} = \frac{-33}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{27}{8} = 0$$

$$D = 25 - \frac{21}{2} = \frac{29}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x - 4 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{x^4 - 2x^3} \phantom{+ x^2 + 4x - 4} \\ -2x^3 + x^2 \phantom{+ 4x - 4} \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \phantom{- 4} \\ -3x^2 + 4x \phantom{- 4} \\ \underline{-3x^2 + 6x} \phantom{- 4} \\ -2x - 4 \phantom{- 4} \\ \underline{-2x + 4} \\ -8 \phantom{- 4} \end{array}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$6 - 9x = a_1 + 3d$$

$$(x^4 - 4x^3 + 4x^2) - 3(x^2 - 4x + 4) - 8x + 16 = 0$$

$$x^2(x-2)^2 - 3(x-2)^2 - 8(x-1) = 0$$

$$\frac{x+x-2}{3} + \frac{x-1}{3} = x-1 = t$$

$$(t+1)^2 \cdot (t+2)^2 - 3(t+2)^2 - 8t = 0$$

$$(t^2 + 2t + 1)(t^2 + 4t + 4) - 3(t^2 + 4t + 4) - 8t = 0$$

$$t^4 + 6t^3 + 10t^2 - 14t - 8 = 0$$

$$16 - 48 + 40 + 28 - 8 = 28$$

$$t^4 + 6t^3 + 9t^2 + t^2 - 14t + 49 = 41$$

$$(t^2 + 3t)^2 + (t-7)^2 = 41$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{12}{6} = 2$$

$$BX = 2t$$

$$XC = t$$

$$BC = 3t$$

Additional notes:  $\cos \alpha = 2$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{BM}{MA} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{BM}{BC} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{BM}{AC} = \frac{3}{5}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②  $|x-2y| \leq 2$

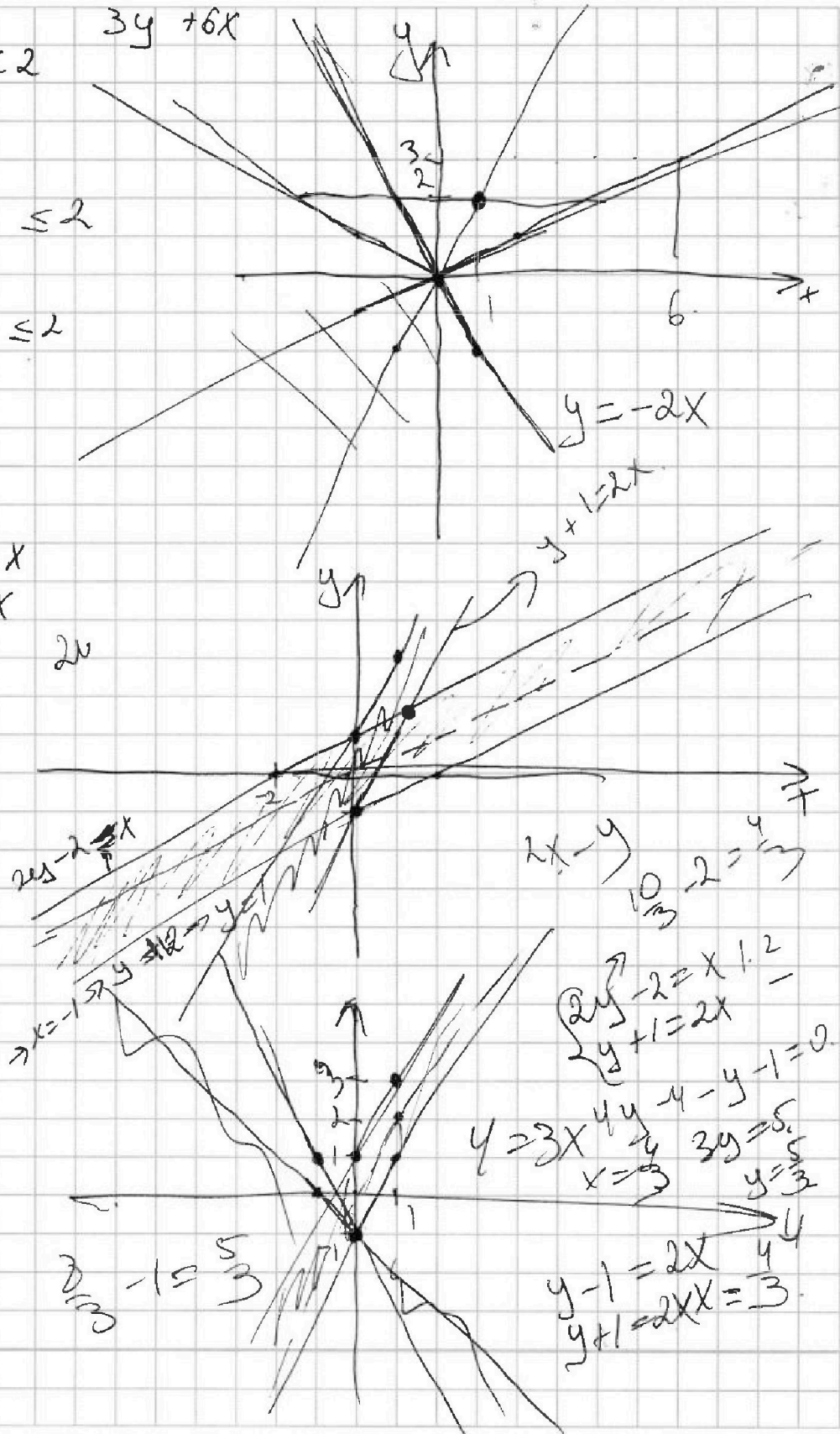
$$\begin{cases} x < 2y \\ 2y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2y \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2y \\ 2y \leq 2 + x \\ 2y - 2 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2y \\ 2y \geq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x - y &\leq 1 \\ y + 1 &\geq 2x \rightarrow x = -1 \rightarrow y \\ y &\leq 2x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2y - 2 &= x \cdot 1.2 \\ y + 1 &= 2x \\ 4y - 4 - y - 1 &= 0 \\ 3y &= 5 \\ y &= 5/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 1 &= 2x \\ y + 1 &= 2x \end{aligned} \Rightarrow x = 3$$