



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a - первый член; d - разность прогрессии. По условию.

$$\begin{cases} a + d = 12 - 12x & (1) \\ a + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) - (2): \quad d - 3d &= 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2 \\ -2d &= 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2 \\ d &= \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} \end{aligned}$$

Подставим в (3)

$$12 - 12x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} + 7 \cdot \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} = -6x^2 / 2$$

$$24 - 24x - (x^2 + 4x)^2 - 12x + 12 + 7(x^2 + 4x)^2 + 84x - 84 = -12x^2$$

$$6(x^2 + 4x)^2 + 48x - 48 + 12x^2 = 0 \quad | \cdot \frac{1}{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) + 1 - 9 = 0$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 & D = 16 + 8 = 24 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \\ (x+1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \pm \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } -2; -2 \pm \sqrt{6}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & / \cdot 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 & / \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & / \cdot 4 \\ |3x - 2y| \leq 4 & / \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6|2x - 3y| \leq 36 \\ 4|3x - 2y| \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4|2x - 3y| \leq 24 \\ 6|3x - 2y| \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq 12x - 18y \leq 36 \\ -16 \leq 12x - 8y \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24 \leq 8x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq -12x + 18y \leq 36 & (1) \\ -16 \leq 12x - 8y \leq 16 & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} -24 \leq -8x + 12y \leq 24 & (3) \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 & (4) \end{cases}$$

$$(1) + (2):$$

$$(3) + (4)$$

$$-52 \leq 10y \leq 52 \quad / \cdot \frac{1}{2}$$

$$-48 \leq 10x \leq 48$$

$$-26 \leq 5y$$

$$10x + 5y \geq -48 + (-26) = -74$$

Приним равенство достигается ~~при~~
при $y = -\frac{26}{5}$, $x = -\frac{24}{5}$

Проверим подходит ли она под условие.

$$|2x - 3y| = \left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| = \left| \frac{30}{5} \right| = 6 \leq 6 - \text{верно}$$

$$|3x - 2y| = \left| -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \right| = \left| -\frac{20}{5} \right| = |-4| = 4 \leq 4 - \text{верно}$$

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$= (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Пусть $m - 2n = k \Rightarrow$

$$A = k(k + 13)$$

$$B = mn(k - 2)$$

p, q - простые, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}$

$$1. \begin{cases} k(k + 13) = 17p^2 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} k(k + 13) = 15q^2 \\ mn(k - 2) = 17p^2 \end{cases}$$

Т.к. k и $k + 13$ - разности простых, то

$$17p^2 : 2$$

$$15q^2 : 2$$

Т.к. p и q - простые.

$$p = 2$$

$$q = 2$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 68 = 0 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 60 = 0 \\ mn(k - 2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k + 17)(k - 4) = 0 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$D = 169 + 240 = 409$$

$$k = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$1.1. k = -17$$

$$1.2. k = 4$$

$$-19mn = 15q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$$15q^2 : 19, \text{ т.к. } q \text{ - простое}$$

$$15q^2 : 2, \text{ т.к. } q \text{ - простое } q = 2:$$

$$-19mn = 15 \cdot 19^2$$

$$2mn = 15 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot n = -19 \cdot 15$$

⇓

$$\begin{cases} m < 0 \\ n < 0 \end{cases}$$

Но $m, n \in \mathbb{N}$

по условию

противоречие

$$m \cdot n = 30$$

Вернемся к m и n :

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m \cdot n = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (4 + 2n)n = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ 2n^2 + 4n - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (n + 5)(n - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = -5, n \notin \mathbb{N} - \text{противоречие} \\ m = 4 + 2n \\ n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

Ответ: $(10; 3)$.

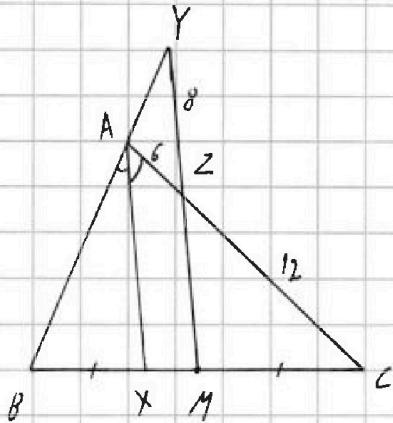


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; AX - выс. са;
 M - сер BC ; $Z \in AC$;
 $MZ \parallel XA$; $MZ \cap AB = Y$

$AC = 18$; $AZ = 6$; $YZ = 8$

Найти BC

Решение:

1. $ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$

2. По т. Менелая $AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle MYM$ (как соответственные)
 $\angle XAC = \angle AZY$ (как накрест)
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle MYZ \Rightarrow \triangle MYZ$ - р/б (по признаку) \Rightarrow
 $\Rightarrow AY = AZ = 6$ (по опр.)

3. По т. Менелая в $\triangle BAC$ и сек. $M-Z-Y$:

$$1 = \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{BY} = 1 \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{BY} = \frac{12}{BY} \Rightarrow BY = 12$$

$AB = BY - AY = 6$

4. По т. Менелая в $\triangle AYM$ и сек. $A-Z-C$:

$$1 = \frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = \frac{6}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{ZM} \Rightarrow ZM = 4$$

5. По т. косинусов в $\triangle AZY$:

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AZY$$

$$\cos \angle AZY = \frac{64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

6. $\angle MZC = \angle AZY$ (как вертикальные) $\Rightarrow \cos \angle MZC = \cos \angle AZY = \frac{2}{3}$

7. По т. косинусов в $\triangle MZC$:

$$MC^2 = 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos \angle MZC = 160 - 64 = 96 \Rightarrow MC = 4\sqrt{6}$$

8. $BC = 2MC = 8\sqrt{6}$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + x - 3 = 0 \\ x^2 + x + 24 = 0 \quad D = 1 - 24 \cdot 4 < 0 - \text{корней нет} \end{cases}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13 > 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Подставим в систему, которая дана по условию

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2 \quad (2) \end{cases}$$

Если $y = x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$, то (2) ур-е не имеет смысла т.к. $\sqrt[3]{3y}$ - отрицательное число \Rightarrow нельзя из него взять корень 4-ой степени.

$$\text{Если } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$(2) \quad 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3x} = 2x^5 - \sqrt[3]{3x} + 4x^2$$

$$0 = 0$$

Т.е. этот корень подходит.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

Рассмотрим (1):

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

Правая часть убывает, левая возрастает \Rightarrow
 \Rightarrow данное уравнение имеет не более 1 корня.

Найдем корень. Пусть $x=y$.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad |^{12}$$

$$\begin{cases} x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(12-x-x^2) - 18\sqrt{12-x-x^2} + 18 = 0 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

Пусть $k = \sqrt{12-x-x^2}$.

$$4k^2 - 18k + 18 = 0$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9 > 0$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{2} = 3; 6$$

Вернемся к x

$$\begin{cases} \sqrt{12-x-x^2} = 3 \\ \sqrt{12-x-x^2} = 6 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9 \\ 12-x-x^2 = 36 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего отмечено 64 узла сетки =>

=> вариантов выбрать 2: $C_{64}^2 = \frac{64!}{62! \cdot 2!} = \frac{63 \cdot 64}{2}$

Но наоборот можно получить 4

варианта, только, если оба данных

узла не лежат на одной главной

диагонали. Кол-во способов выбрать 2

узла на одной из двух главных диагоналей:

$$2 \cdot C_8^2 = 2 \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 7 \cdot 8 = 56$$

Если 2 узла лежат на одной диагонали,
то наоборот можно получить
только 2 варианта.

Всего способов:

$$\frac{C_{64}^2 - 2 \cdot C_8^2}{4} + \frac{2 \cdot C_8^2}{2} = \frac{63 \cdot 32 - 56}{4} + \frac{56}{2} =$$

$$= 63 \cdot 8 - 14 + 28 = 504 + 14 = 518$$

Ответ: 518.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 12 - 12x \\ \alpha + 2\beta = (x^2 + 4x)^2 \\ \alpha + 6\beta = -6x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2 + 4x)^2 \\ 12 - 12x + 2\beta = (x^2 + 4x)^2 \\ 2\beta = (x^2 + 4x)^2 + 12x - 12 \\ 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0 \\ (x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$12 - 12x + 3(x^2 + 4x)^2 + 36x - 36 = -6x^2 \quad x=0$$

$$24x - 24 + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |13x - 2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 12 - 12x \\ (x^2 + 4x)^2 \\ -6x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - 6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

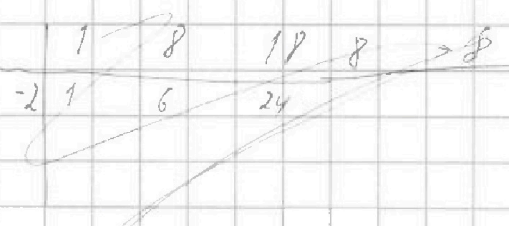
$$\begin{aligned} -6x^2 - (x^2 + 4x)^2 &= 2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x)) / (-2) \\ 6x^2 + (x^2 + 4x)^2 &= 2(12x^2 + 8x) \\ -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 &= 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x) \\ -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 2x^4 + 16x^2 + 32x^2 - 24 - 24x & \end{aligned}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad | : x^2 \quad 1 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$x^2 + 8x + \frac{18}{x} + \frac{8}{x^2} - \frac{8}{x^2} = 0 \quad 16 - 64 + 72 - 32 - 8 = 10$$

$$x^2 - \frac{8}{x^2} + 8(x + \frac{1}{x}) + 18x = 0 \quad 256 - 256 + 18 \cdot 64 - 32 - 8 = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 18m - 26n = (m - 2n)^2 + 18(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 18)$$

$$m^2n - 2mn^2 = n(m^2 - 2mn + n^2) = n^3 - 2mn^2$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 48 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{64}{2 \cdot 48} = \frac{2}{3}$$

$$x^2 = 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 16 + 144 - 64 = 96 = (4\sqrt{6})^2$$

$$x = 4\sqrt{6}$$

$$x \leq -2(x-y) \Rightarrow x \leq -2x + 2y \Rightarrow 3x \leq 2y \Rightarrow 3y \geq 2x \Rightarrow 3y \leq 6$$

$$-4 \leq 3y - 2y \leq 4$$

$$-10 \leq x - 5y \leq 10$$

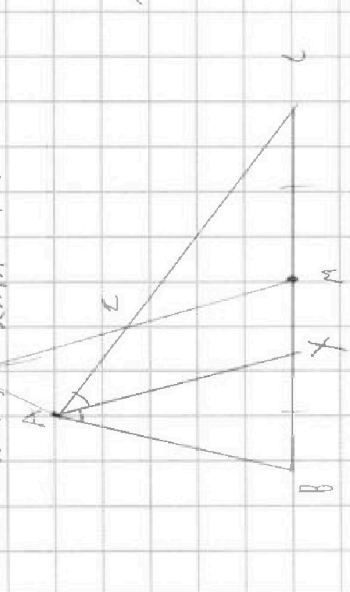
$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$-4 \leq 2(x-y) \leq 4$$

$$-4 \leq -2(x-y) \leq 4$$

$$-6 \leq 2(x-y) - y \leq 6$$

$$-10 \leq -y \leq 10$$

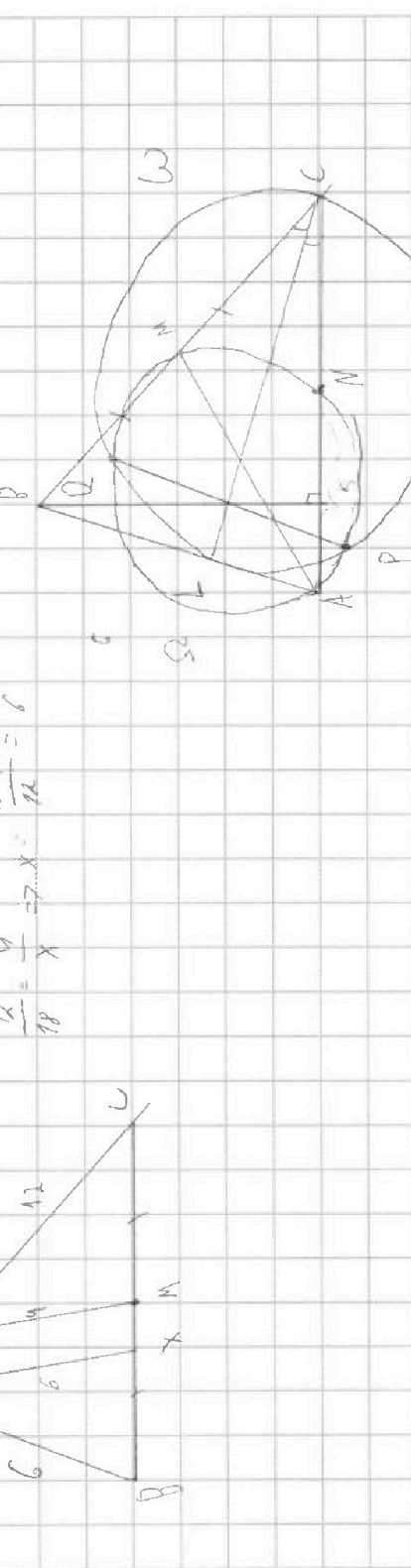


$$1 \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{8}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{12}{18} = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{18y}{12} = \frac{3y}{2}$$

$$\sqrt{x+y} + 4 - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{x-y}$$

$$2x^2 + 4x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\begin{array}{r} m^2n - 2mn^2 - 2mn \quad | \quad (m-2n) \\ \hline m^2n - 2mn^2 \\ \hline -2mn \\ \hline -2mn + 4n^2 \end{array}$$

$$k^2 + 11k - 68 = 0$$

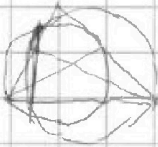
$$(k+17)(k-4) = 0$$

~~mn~~ $m-2n=k$

$$\begin{cases} k(k+17) = 179^2 \Rightarrow k=2 \\ mn(k-2) = 159^2 \end{cases}$$

$$d = \frac{(x^2+4x)^2 + 12x - 12}{2}$$

$$24 - 24x - \frac{(x^2+4x)^2 - 12x + 12}{2}$$



$$24 - 24x - \frac{(x^2+4x)^2 - 12x + 12}{2} + 2 \left(\frac{(x^2+4x)^2 + 12x - 12}{2} \right) = -6x^2$$

$$36 - 36x - (x^2+4x)^2 + 2(x^2+4x)^2 + 84x - 84 = -12x^2$$

$$6(x^2+4x)^2 + 48x - 48 = -12x^2$$

$$(x^2+4x)^2 + 8x + 2x^2 - 8 = 0 \quad -24 \leq 8x + 12y \leq 24$$

$$-36 \leq 12x + 18y \leq 36 \quad (x^2+4x)^2 + 2(x^2+4x) + 1 - 9 = 0 \quad -24 \leq 18x - 12y \leq 24$$

$$-16 \leq 12x - 8y \leq 16 \quad (x^2+4x+1)^2 = 9 \quad -48 \leq 10x \leq 48$$

$$x^2 + 4x + 1 = \pm 3$$

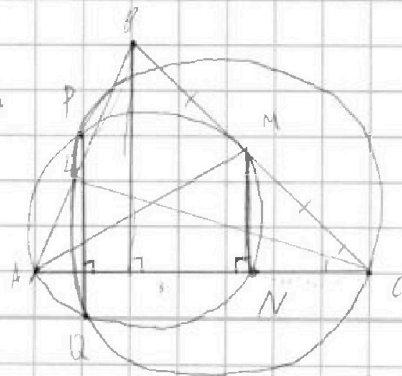
$$-5.2 \leq 10y \leq 5.2$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 & x = -2 & x = -2 \pm \sqrt{3} \\ x^2 + 4x - 2 = 0 & D/4 = 4 + 2 = 6 \end{cases}$$

$$-2.6 \leq 5y \leq 2.6$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^2 + 4x^2 - \sqrt{3-y} = 2y^2 - \sqrt{3-y} + 4y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0, y > 0, y \leq 3 \\ x + y^2 \leq 12 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$(N(N+5) = \sqrt{M^2}$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{24}{5}$$

$$\begin{array}{r} -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \\ \hline \frac{32}{5} \\ \hline -\frac{72}{5} + \frac{32}{5} \\ \hline -\frac{40}{5} \\ \hline +1 \\ \hline +\frac{48}{5} \\ \hline +\frac{26}{5} \\ \hline \frac{74}{5} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

$$2 + 5 = 2\sqrt{12-y^2} + \sqrt{3-y}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) = \sqrt{3y} - \sqrt{3x}$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y)$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 4,4 \\ 4,4 \\ \hline 8,8 \end{array}$$

$$0,84$$

$$\begin{array}{r} 0,84 \\ 3 \\ \hline 1,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^5 - y^5 \quad | \quad x-y \\ \hline x^5 - x^4y + x^4y - y^5 \\ \hline x^4y - y^5 \\ \hline x^4y - x^3y^2 + x^3y^2 - y^5 \\ \hline x^3y^2 - y^5 \\ \hline x^3y^2 - x^2y^3 + x^2y^3 - y^5 \\ \hline x^2y^3 - y^5 \\ \hline x^2y^3 - xy^4 + xy^4 - y^5 \\ \hline xy^4 - y^5 \end{array}$$

$$\frac{(x+4)(3-x)}{116} = -x^2 + 3x - 4$$

$$\begin{array}{l} 4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36 \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 \leq 0,84 \cdot x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{array}$$

$$a - b + 5 = 2 \quad a \leq 6$$

$$a + 5 = 2 \quad a \leq 6$$

$$\begin{array}{l} a = \frac{8!}{1!2!} \\ = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 \end{array}$$

$$72x^2 - 12 \cdot 18xy + 9 \cdot 18y^2 \leq 36\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5$$

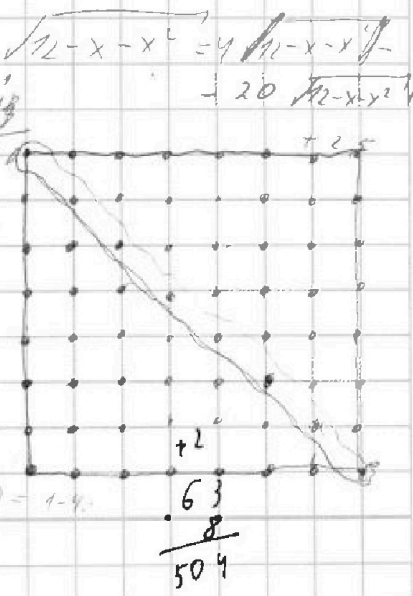
$$\begin{array}{l} 7 + 18\sqrt{12-x-x^2} = 48 - 4x - 4x^2 + 25 \\ 18\sqrt{12-x-x^2} = 66 - 4x - 4x^2 \\ 9\sqrt{12-x-x^2} = 33 - 2x - 2x^2 \\ 9\sqrt{12-x-x^2} = 9 + 2(12-x-x^2) \end{array}$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{2} \Rightarrow k = 3; k = 12$$

$$\begin{array}{l} 12 - x - x^2 = 9 \\ x^2 + x - 3 = 0 \\ D = 1 + 12 = 13 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, x > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 72 - x - x^2 = 144 \\ x^2 + x + 132 = 0 \quad D = -14 \\ 1x + \end{array}$$



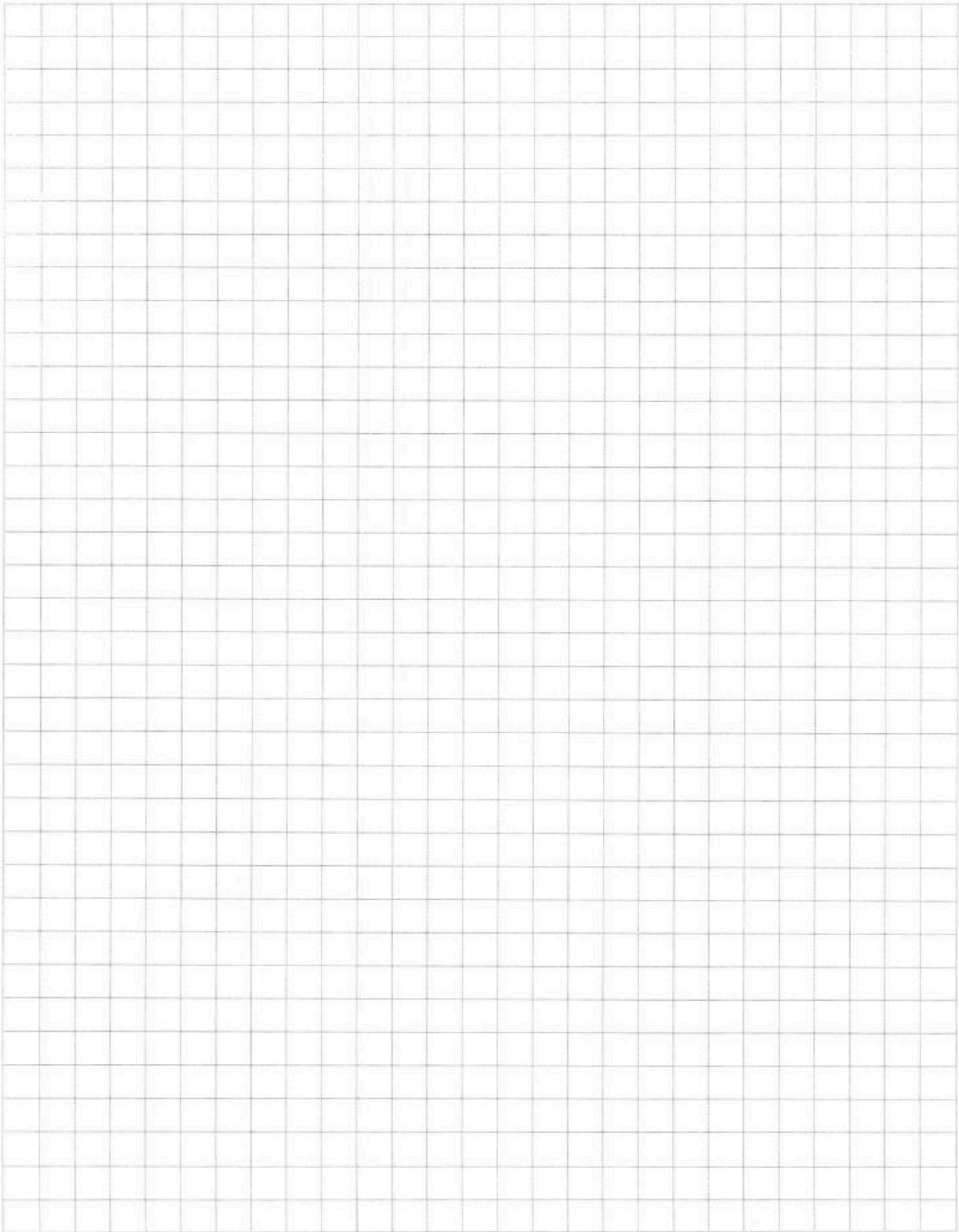


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер страницы** и **суммарное количество страниц** в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): \quad \begin{cases} -10 \leq 5x - 5y \leq 10 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (3) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (4) \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (5) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (6) \end{cases}$$

$$(3) + (4): \quad -10 \leq -y \leq 10 \quad (5) + (6): \quad -8 \leq x \leq 8$$
$$-10 \leq y \leq 10$$

Наименьшее значение $10x + 5y$ достигается при наименьшем значении x и y , т.е.

$$\begin{cases} y = -10 \\ x = -8 \end{cases} \quad \text{Проверим, что на них выполняются все условия.}$$

$$10x + 5y = -80 - 50 = -130$$

Ответ: -130 .