МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6-9x$, шестой член равен $(x^2-2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y+6x$ при условии

$$\begin{cases} |x-2y| \leqslant 2 \\ |2x-y| \leqslant 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC=6$, $AZ=3$, $YZ=4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB=4$, $AN=5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача ①

Пусть ~~первый член — a_0+d~~, шаг прогрессии — d, первый член — $a_1=a_0+d$. Тогда $a_4=a_0+4d$ (четвёртый член), $a_6=a_0+6d$, $a_{10}=a_0+10d$.

Имеем: $\begin{cases} a_0+4d=6-9x \\ a_0+6d=(x^2-2x)^2 \\ a_0+10d=9x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d=(x^2-2x)^2-6+9x \\ 4d=9x^2-(x^2-2x)^2 \end{cases} (*) \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x^2-(x^2-2x)^2=2\left((x^2-2x)^2+9x-6\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9x^2-18x+12=3(x^2-2x)^2 \;|:3 \Leftrightarrow 3x^2-6x+4=(x^2-2x)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^4-4x^3+4x^2-3x^2+6x-4=0 \Leftrightarrow x^4-4x^3+x^2+6x-4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3-3x^2-2x+4)=0 \Leftrightarrow \cancel{(x-1)(x-2)(x^2-x-2)=0} \Leftrightarrow$

$\cancel{\Leftrightarrow (x-1)(x-2)^2(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.}$ ~~. И при каждом таком x и d, удовлетворяющих (*) (d сущ-ет для каждого x), взяв $a_0=6-9x-4d$, получим требуемую прогрессию.~~

~~Ответ: $\{-1,1,2\}$~~

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x^2-2x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$. И при каждом таком x $\frac{a_{10}-a_6}{4}=\frac{a_6-a_4}{2}$, а значит, выбирая $d=\frac{a_{10}-a_6}{4}$ и $a_0=a_{10}-10d$, получаем подходящую арифм. прогрессию.

Ответ: $\{1, 1+\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

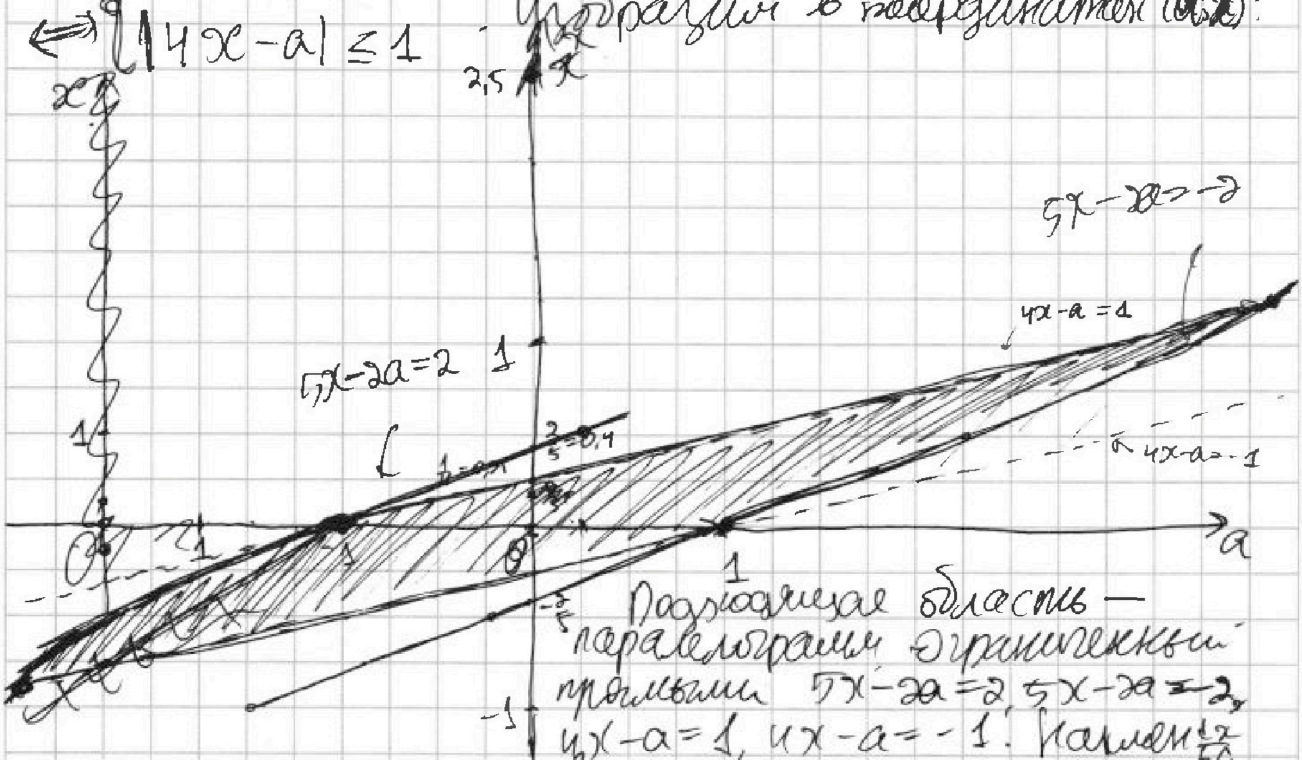
Задача ②

Пусть $3a = 3y + 6x$. Тогда $3y+6x$ максимально тогда же, когда и $a = y + 2x$ максимально.

$y = a - 2x \Rightarrow$ имеем ограничения $\begin{cases} |x - 2(a-2x)| \le 2 \\ |2x - (a-2x)| \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |5x - 2a| \le 2 \\ |4x - a| \le 1 \end{cases}$

Изобразим в координатах (a, x):



Подходящая область — параллелограмм, ограниченный прямыми $5x-2a=2$, $5x-2a=-2$, $4x-a=1$, $4x-a=-1$. Наклон $\frac{\Delta x}{\Delta a}$ всех сторон $>0 \Longrightarrow$ max значение a достигается в самой правой вершине, в точке пересечения прямых $4x-a=1$ и $5x-2a=-2$.

Там $\begin{cases} 4x - \cancel{2}a = 1 \\ 5x - 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2a = 2 \\ 5x - 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x - 1 \\ 3x = 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$, $a = \frac{16}{3} - 1 = \frac{13}{3}$. (Если мы не в этой вершине, можно сдвинуться $\parallel$ одной из сторон и увеличить a)

~~Ответ: $\frac{13}{3}$~~ Но тогда искомое выражение

$3y + 6x = 3a = \frac{13}{3} \cdot 3 = 13$.

Ответ: 13

Задача 3

$A=m^2+4mn+4n^2-7m-14n=(m+2n)(m+2n-7)$

$B=m^2n+2mn^2+9mn=mn(m+2n+9)$.

I. Пусть $A=11p^2$, $B=75q^2$.

1) $(m+2n)(m+2n-7)=11p^2$. $11p^2$ можно разложить на 2 ~~натур~~ множителя, один из которых точно нат. (≥ 3) только как $1\cdot(11p^2)$, $p\cdot(11p)$, $(p^2)\cdot 11$.

а) $m+2n\geq 3$, значит, если есть множитель 1, то это $m+2n-7=1$, тогда $m+2n=8$ и $11p^2=8$, что не бывает верно)

б) Если $\{m+2n, m+2n-7\}=\{p, 11p\}$, то разность множителей равна ± 7 и должна быть равна $\pm 10p$, чего не бывает.

в) Тогда $m+2n$ и $m+2n-7$ это p^2 и 11 в каком-то порядке. $11+7=18\neq p^2$, значит $m+2n=11$, $m+2n-7=4=2^2$.

Таким образом (m,n) удовл. условию на A здесь при $m+2n=11$ и только при нём

2) Тогда $B=mn(m+2n+9)=m\cdot n\cdot(11+9)=\underbrace{20mn}_{\vdots 2}=\underbrace{75q^2}_{\vdots 2}$ может выполняться лишь при $q=2$, т.к. $75\not\vdots 2$. Тогда

$\begin{cases} 5mn=75 \ 17 \\ m+2n=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\cdot 2n=34 \\ m+2n=4 \end{cases} \Leftrightarrow m$ и $2m$ — корни $t^2-4t+34$,

~~m, 2n =~~ но у этого ур-я $D_1=4-34<0$ и нет вещ. корней. Значит, при таком порядке A и B не получаем решений вовсе.

II. Пусть теперь $A=75q^2$, $B=11p^2$.

1) ~~mn(2m~~ $m\cdot n\cdot\underbrace{(m+2n+9)}_{\geq 12}=11p^2$. Имеем $m+2n+9\geq 12$, $m+2n+9>m,n$.

Всего есть разложения $11p^2$ как $1\cdot 1\cdot 11p^2$, $11\cdot p^2\cdot 1$, $11p\cdot p\cdot 1$, $11\cdot p\cdot p$.

При $m=1$ $m+2n+9 \vdots 2 \Rightarrow$ решение м.б. если только $11p^2 \vdots 2$, т.е. $p=2$. Тогда $n(2n+10)=11\cdot 4$, $n(n+5)=22=2\cdot 11$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

решений очевидно не получаем.
Значит, $m>1$.

Если $n=1$, получаем $m(m+11)=11p^2$. При $m \not\vdots 11$

$m(m+11) \not\vdots 11$, при $m \vdots 11$ $m(m+11) \vdots 11^2 \Rightarrow 11p^2 \vdots 11^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow p=11$. Имеем $m=11\tilde{m}$,

$11\tilde{m}(11\tilde{m}+11)=11\cdot 11^2 \,|:11^2 \Rightarrow \tilde{m}(\tilde{m}+1)=11$,
такого не бывает ($2\cdot 3=6$, $3\cdot 4=12>11$, ф-я $\tilde{m}(\tilde{m}+1)$ монотонно ↗ на $\mathbb{N}$)

• Тогда остается лишь вариант разложения (всё расписано) $p\cdot p\cdot 11$. 1) Если $m=11$, получаем, что опять $m+2n+9 \vdots 2$ и $p=2$, ~~так~~ $\cancel{11}\cdot n(2n+20)=\cancel{11}\cdot 4 \Rightarrow n(2n+20)=4$, нет нат. решений, т.к. $2n+20 \geq 22$, $n\geq 1$.

2) Если $n=11$, имеем $m\cdot\cancel{11}\cdot(m+31)=\cancel{11}p^2$

$m(m+31)=p^2$ возможно лишь при $m=1$, $m+31=p^2$, но даже тут не выполняется

3) ~~Тогда~~ Как было сказано, $m+2n+9 \geq 12 \Rightarrow$ не может быть равно 11.

Значит, разложение $11p^2=p\cdot p\cdot 11$ тоже не дает решений.

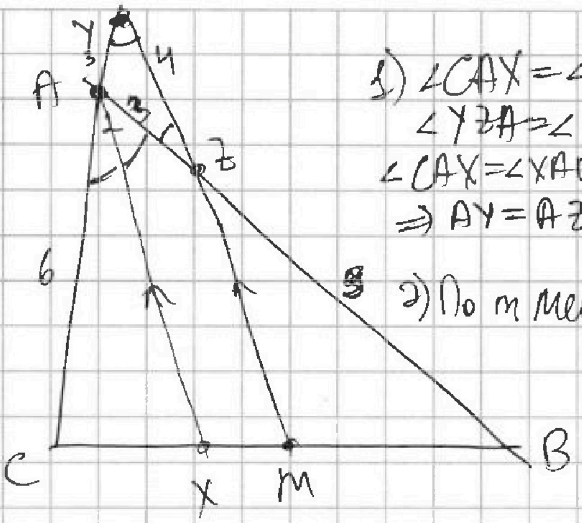
Итого всего таких пар (m,n) не сущ-ет.

Ответ: 0

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle CAX = \angle CYZ$ как соотв. при $AX \parallel ZM$,
$\angle YZA = \angle ZAX$ как внутр. накрест леж.,
$\angle CAX = \angle XAB \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ р/б $\Rightarrow$
$\Rightarrow AY = AZ = 3$; $YC = YA + AC = 3 + 6 = 9$

2) По т. Менелая для $\triangle ABC$ и сек. $M - Z - Y$:

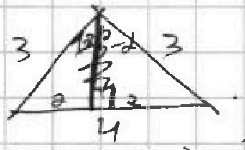
$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BZ = 9$$

Тогда $AB = AZ + ZB = 12$

3) Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда $\angle ZAY = 180° - \alpha$.



Из р/б $\triangle AYZ$ ~~, проведем высоту - медиану, найдем~~
по th косинусов $4^2 = 3^2 + 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos\alpha \Rightarrow$
$(\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha)$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{16 - 9 - 9}{2 \cdot 9} = -\frac{1}{9}.$$

4) Тогда по th косинусов в $\triangle ABC$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 144 + 16 = 144 + 52 = 196 = 14^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow BC = 14$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

1) $\begin{cases} \sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7=2\sqrt{14+5x-y^2} & (1)\\ x^3+3x-\sqrt{2y}=y^3-\sqrt{2x}+3y & (2)\end{cases}$ (*)

$(2) \Leftrightarrow x^3+3x+\sqrt{2x}=y^3+3y+\sqrt{2y}$. Ур-е ~~Система~~

Имеет смысл только при $x,y\geq 0$ ~~(а не при всех …)~~

на $[0;+\infty)$ ф-я $f(t)=t^3+3t+\sqrt{2t}$ монотонно возрастает

$\Rightarrow x=y\geq 0.$

2) $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x=y\geq 0\\ \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\sqrt{(x+2)(7-x)}\end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}=2\sqrt{(x+2)(7-x)}-7 \,\Big|^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{x}+2+7-\cancel{x}-2\sqrt{(x+2)(7-x)}=(2\sqrt{(x+2)(7-x)}-7)^2.$

Пусть $y=2\sqrt{(x+2)(7-x)}$. Имеем

$9-y=(y-7)^2 \Leftrightarrow y^2-13y+40=0 \Leftrightarrow y=\frac{13\pm\sqrt{169-160}}{2}=$

$=\frac{13\pm3}{2}=\left[\begin{array}{l}8\\5\end{array}\right.$. Значит,

$\left[\begin{array}{l}2\sqrt{(x+2)(7-x)}=8\\ 2\sqrt{(x+2)(7-x)}=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-x^2+5x+14=16\\ -x^2+5x+14=\frac{25}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-5x+2=0\\ x^2-5x-7{,}75=0\end{array}\right.$

$\frac{25}{4}=6{,}25$, $7{,}75=\frac{31}{4}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}\\ 4x^2-20x-31=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}\\ x=\frac{10\pm\sqrt{100+124}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{25+31}}{2}=\frac{5\pm2\sqrt{14}}{2}\end{array}\right.$

56

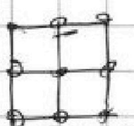
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



1) Всего есть $(10+1)^2 = 11^2 = 121$ чёрный узел.

I. ~~Пусть~~ Посчитаем сначала кол-во раскрасок, в которых центральный узел чёрный (это св-во инвариантно отн. поворотов).

Всего есть C_{120}^2 способов выбрать так два ~~узла~~ белых узла. Однако при таком подсчёте мы посчитали два раза способы выбрать с точностью до поворота два ~~узл~~ симметричных отн. центра узла, и четыре раза — все остальные ~~способы с точностью до поворота~~ классы способов.

Первых ~~способов~~ классов раскрасок ~~с точностью~~ всего $\frac{120}{2} = 60$, а с точностью до поворотов $\to 30$.

Остальных мы посчитали $C_{120}^2 - 60 = \frac{120 \cdot 119}{2} - 60 = 60 \cdot 118$, а с точностью до поворота их в 4 р. меньше, т.е. $\frac{60 \cdot 118}{4} = 30 \cdot 59$.

Итого всего здесь $30 + 30 \cdot 59 = 30 \cdot 60 = 1800$ классов ~~спос~~ раскрасок.

II. Если центральный узел белый, второй белый узел есть 120 способов выбрать, и каждая такая раскраска входит в один класс (мн-во раскрасок, переводящихся поворотами) с тремя другими.

Значит, классов здесь $\frac{120}{4} = 30$.

Итого всего $30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 61 = 1830$ классов раскрасок

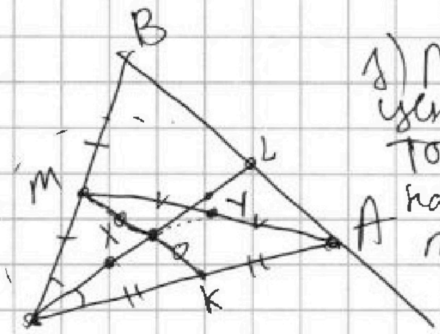
Ответ: 1830

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Задача 7

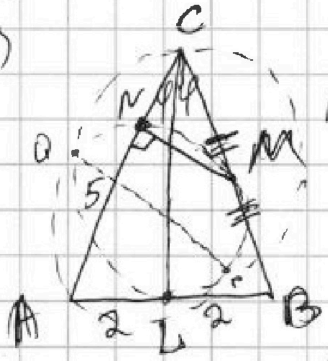
1) Пусть X и Y – середины CL и AM, центры ω и Ω.
Тогда рад. ось ω и Ω PQ перпендикуляр. на линии центров XY (т.к., например при симметрии отн. XY ω и Ω переходят в себя, P и Q меняются местами).

C По условию $PQ \parallel BH \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow XY \parallel AC$.

2) Пусть K – сер. AC. Тогда середина X чевианы CL лежит на ср. линии MK $\triangle ABC$.

3) Теперь в $\triangle AMK$ $XY \parallel AK = AC$ и Y – середина AM. Тогда XY – ср. линия, и X – середина MK.

4) То есть в $\triangle CKM$ CX – бис. и медиана $\Rightarrow CM = CK \Rightarrow \boxed{AC = BC}$

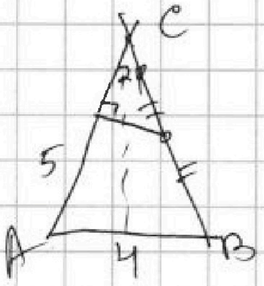
5) 

Пересечение N окр-ти Ω и AC – это проекция ~~стороны~~ M на AC, т.к. $\angle ANM = 90°$

$AC = BC \Rightarrow AL = BL = \frac{AB}{2} = 2$. Пусть $\angle ACB = 2\varphi$.

6) $AC = BC = \frac{2}{\sin\varphi}$, $CN = CA - AN = \frac{2}{\sin\varphi} - 5$,

$CM = \frac{CB}{2} = \frac{1}{\sin\varphi}$, из $\triangle CNM$



$\frac{CN}{CM} = \cos 2\varphi = \frac{\frac{2}{\sin\varphi} - 5}{\frac{1}{\sin\varphi}} = 2 - 5\sin\varphi$,

$1 - 2\sin^2\varphi = 2 - 5\sin\varphi$

$2\sin^2\varphi - 5\sin\varphi + 1 = 0$

$\sin\varphi = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4}$, но т.к. $\sin\varphi \le 1$,

$\sin\varphi = \frac{5-\sqrt{13}}{4}$.

7) Тогда $AC = BC = \frac{2}{\left(\frac{5-\sqrt{13}}{4}\right)} = \frac{8}{5-\sqrt{13}} = \boxed{5+\sqrt{13}}$

Ответ: $(5+\sqrt{13};\ 5+\sqrt{13})$

Подходят из полученных ровно те x, что лежат на отрезке $[0;7]$.

$0 \le \frac{5-\sqrt{17}}{2} \le 7$, $\cancel{\frac{5+\sqrt{17}}{2}} \cancel{\frac{5+\sqrt{14}}{2}}$ $0 \le \frac{5+\sqrt{17}}{2} \le 7 \Leftrightarrow \sqrt{17} \underset{\le}{\vee} 9$;

$\frac{5-2\sqrt{14}}{2} < 0$, $\frac{5+2\sqrt{14}}{2} \underset{<}{\vee} 7 \Leftrightarrow 2\sqrt{14} \underset{<}{\vee} 9 \Leftrightarrow 56 \underset{<}{\vee} 81$, т.е.

подходят корни $\frac{5-\sqrt{17}}{2}$, $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$, $\frac{5+2\sqrt{14}}{2}$.

Ответ: $\left\{\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5-\sqrt{17}}{2}\right), \left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right), \left(\frac{5+2\sqrt{14}}{2}, \frac{5+2\sqrt{14}}{2}\right)\right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^3+3x+\sqrt{2x}=y^3+3y+\sqrt{2y}$ $\quad x,y\geq 0$

$x=y$ $\quad 0<x\leq 7$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\sqrt{14+5x-x^2}$ $\cdot\sqrt{x+2}+\sqrt{7-x}$

$(x+2)(7-x)$

$\cancel{\alpha-\beta+7=2\alpha\beta}$ $\quad \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\cdot\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$

$\cancel{7=2\alpha\beta-\alpha+\beta}$

$\cancel{3{,}5=\alpha\beta-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta=(\alpha+\frac{1}{2})(\beta-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}}$

$\cancel{3{,}75=(\alpha+\frac{1}{2})(\beta-\frac{1}{2})}$ $\quad (a-b)(a+b)=a^2-b^2$

$x+2-7+x+7=2$

$x+1=\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}\;\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{7-x}\right)$

$\cancel{\sqrt{\alpha}^2-\alpha-\beta+7=2\alpha\beta}$

$\cancel{x+2+7-x-2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}+14\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}\right)}$

$x+2+7-x-2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}=4(14+5x-x^2)+49-98\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

$m=n=1$

$m^2+4mn+4n^2-7m-14n = (m\quad n)(m\quad n)$

$m^2n+2mn^2+9mn = mn(m+2n+9)$

$m^2+4mn+4n^2-7m-14n = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$

$m+2n-7=1$

$m+2n=8 \neq 11p^2$

$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$

$p=7$

$mn(m+2n+9) = 11p^2$

$11\cdot 49 = t(t-7)$

$p^2-11 \vdots 7$

$m \vdots 2$

$m+2n-7=4$

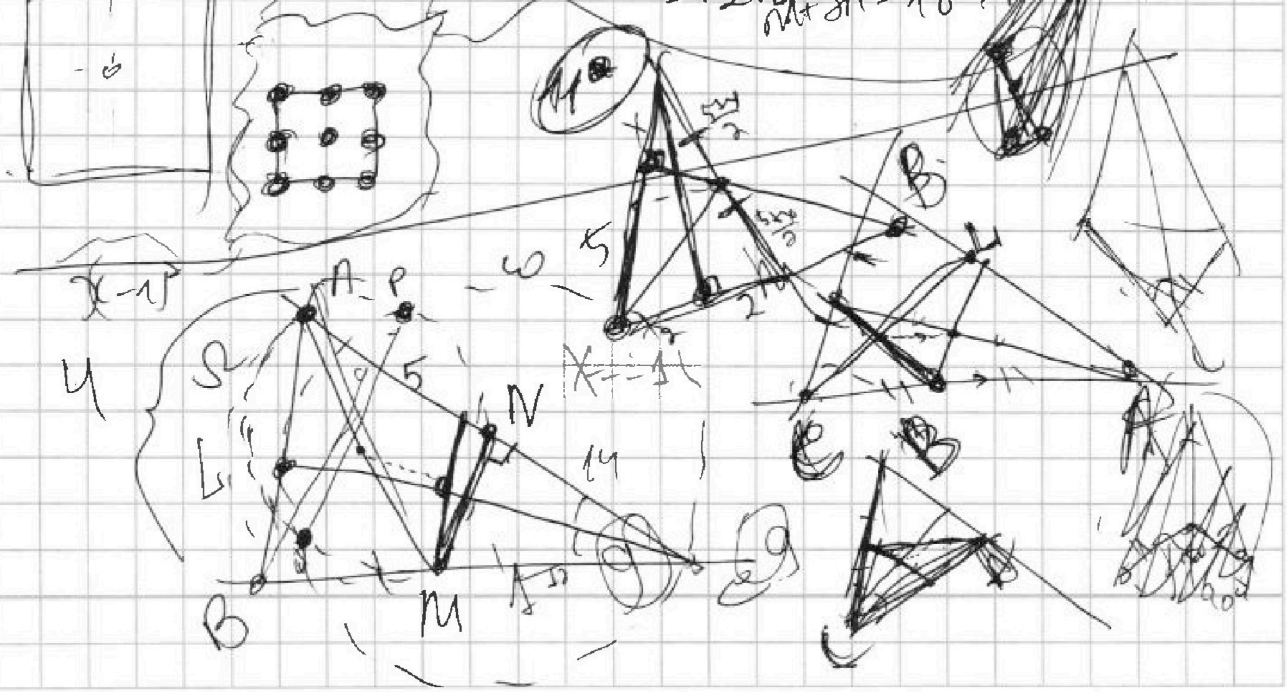
$m+2n=11$

$2^2=4$

$m+2n-7=11$

$-1-3+2+4$

$m+2n=18$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

$16-32+4+24-4$

$x^4-4x^3+x^2+6x-4=0$

$4x-a=\pm1$

$5x-2a=2$

$|4x-a|\le1$

$-2\le 2a-5x\le 2$

$-1\le a-4x\le 1$

$4x-1\le a\le 4x+1$

$\frac{5x-2}{2}\le a\le\frac{5x+2}{2}$

$x>0$

$|5x-2a|\le2$

$5x-2a=2$

$1\le 4x-a\le 1$

$|x-2a+4x|$

$|5x-2a|\le2$

$|4x-a|\le1$

max a

$(x^2-ax+2)(x^2-bx-2)=0$

$a+b=4$

$4-ab=1$

$(x^2-3x+2)(x^2-x-2)$

$(x-2)(x+1)$

$y=a-3x$

$3y+6x=3a$

$5x-2a=2$

$x=\frac{2a+2}{5}$

$|x-2y|\le2$

$|2x-y|\le1$