



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_2 &= 12 - 12x \\ a_4 &= (x^2 + 4x)^2 \\ a_8 &= -6x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_2 + 2d = a_4 \\ a_4 + 4d = a_8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = a_4 - a_2 \\ 4d = a_8 - a_4 \end{cases}$$

$$a_8 - a_4 = 2(a_4 - a_2)$$

$$a_8 = 3a_4 - 2a_2$$

$$-6x^2 = 3x^2(x+4)^2 - 24 + 24x$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 24 + 24x + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x = -2 \text{ - корень}$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)^2(x-2-\sqrt{6})(x+2+\sqrt{6}) = 0$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \pm \sqrt{6} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 3m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 17p \cdot p$$

о.ч. 17р простое

$$\begin{cases} m-2n = p \\ m-2n+13 = 17p \end{cases} \quad \text{1} \\ \begin{cases} m-2n = 17p \\ m-2n+13 = p \end{cases} \quad \text{2}$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2) = 15q^2 = 3 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=5 \\ m-2n-2=q^2 \\ m=5 \\ n=3 \\ m-2n-2=q^2 \end{cases}$$

из А:

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ n > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m-2n+13 = 17m - 34n \\ m-2n = 17m - 34n + 13 \cdot 17 \end{cases} \quad \begin{cases} 16m = 13 + 32n \\ 16m = 32n \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m-2n) \cdot 16 = 13 \\ (m-2n) \cdot 16 = -13 \cdot 17 \end{cases} \quad \begin{cases} m-2n = \frac{13}{16} \geq 0 \\ m-2n = -\frac{13}{16} \cdot 17 \leq -13 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 17p^2 \geq 0 \\ m-2n \geq 6 \\ m-2n \leq -13 \end{cases}$$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 \geq 0$$

$$m-2n-2 \geq 0$$

$$m-2n \geq 2$$

$$\Rightarrow m-2n = \frac{13}{16}$$

$$\begin{cases} \frac{13}{16} < 2 \\ -\frac{13}{16} \cdot 17 < 2 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > 2n \\ m=3 \\ n=5 \\ \dots \end{cases}$$

из В:

$$\begin{cases} m=3 \\ n=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=39 \\ n=5 \\ m-2n-2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} m=39 \\ n=3 \\ m-2n-2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=9 \\ n=3 \\ m-2n-2=39 \end{cases} \quad \begin{cases} m=9 \\ n=3 \\ m-2n-2=59 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=5 \\ n=9 \\ m-2n-2=39 \end{cases} \quad \begin{cases} m=9^2 \\ n=5 \\ m-2n-2=3 \end{cases} \quad \begin{cases} m=1^2 \\ n=3 \\ m-2n-2=5 \end{cases}$$

$$(m \wedge n) \quad m-2n = 5-2n = 1 < 2 \Rightarrow \emptyset$$

$$q \text{-up} \Rightarrow \begin{cases} q > 0 \\ q \geq 2 \end{cases}$$

Ответ: Нет таких решений

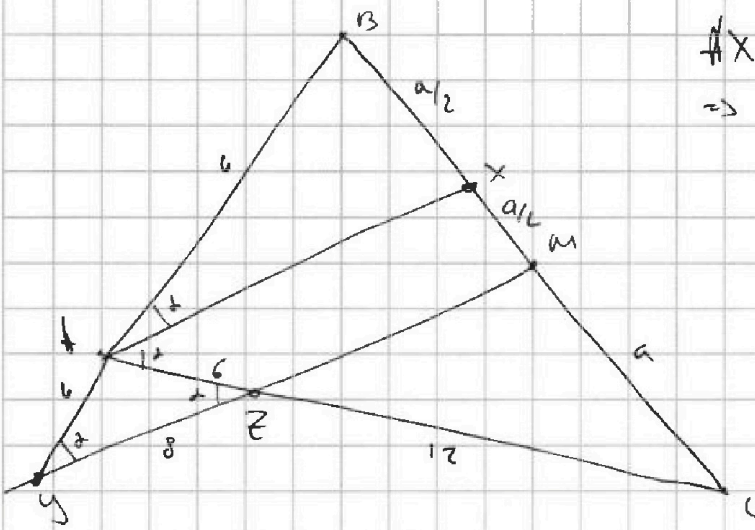


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \#X \parallel YM \Rightarrow \angle XAC = \angle MZC \Rightarrow \\ & \Rightarrow \triangle ACX \cong \triangle ZCM \quad (2 \angle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \angle XAC = \angle MZC \\ & \angle C - \text{общ} \end{aligned}$$

$$CZ = AC - AZ = 12$$

$$\frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{CX}$$

$$CM = MB = a$$

$$\frac{12}{18} = \frac{a}{a+XM}$$

$$XM = \frac{1}{2}a$$

$\Rightarrow \triangle YBM$ по т. о. \parallel прямых в \triangle -це

$$\frac{YA}{AB} = \frac{BX}{XM} = \frac{a - XM}{XM} = \frac{1}{1}$$

$$YA = AB$$

$\triangle ABC$: по т. о. две-две \triangle -ца

$$\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{1}{3}$$

$$AB = \frac{1}{3}AC = 6 \quad \Rightarrow YA = 6$$

$\triangle AZZ$ - равнобедрен $AZ = AY = 6 \Rightarrow \angle AZZ = \angle ZAZ = \alpha$

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\alpha$$

т. син:

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} = \frac{6}{\sin 2\alpha} = \frac{6}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\alpha < 90^\circ \text{ и.т.д. } 180^\circ - 2\alpha > 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \quad \frac{6}{6} = \frac{1}{2 \cos \alpha} \quad \cos \alpha = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 120^\circ$$

$\triangle ABC$ т. кос:

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cos 120^\circ = 36(10 + 6 \cdot \frac{1}{2}) = 36 \cdot \frac{13}{2}$$

$$BC = \sqrt{36 \cdot \frac{13}{2}} = 9\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^2 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 + 4y^2 - \sqrt{3x} \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3-y \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \\ 12-x-y^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -4 \\ y \geq 0 \\ y \leq 3 \\ x+y^2 \leq 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 3 \\ x+y^2 \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^2 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y} \end{cases} \rightarrow \text{симметрия по } x \text{ и } y \rightarrow$$

\Rightarrow т.к. функции $\sqrt{3x}$ и $\sqrt{3y}$ — монотонны $x=y$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \\ x \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

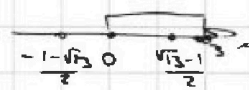
$$\begin{cases} 66 - 4x - 4x^2 - 18\sqrt{12-x-x^2} = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \sqrt{12-x-x^2} = t, t \geq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

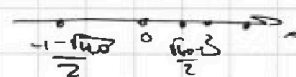
$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4} = \frac{9 \pm 3}{4} = \left[\frac{3}{2} \right]$$

$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x - 3 = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9/4 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x - 39/4 = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+39}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x = \frac{\sqrt{40}-1}{2} \end{cases}$$



Ответ:

$$x = \begin{cases} \frac{\sqrt{13}-1}{2} \\ \frac{\sqrt{40}-1}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

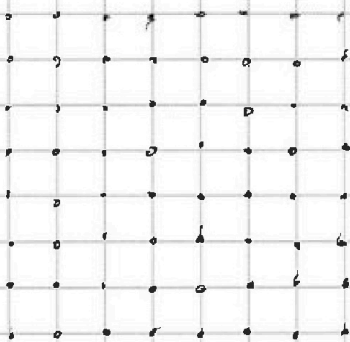
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассчитаем сколько вариантов можно выбрать 2 раза узла сети в галлом и квадрате.
 7×7 мест \Rightarrow узлы 8×8

$$\frac{8 \cdot 8}{2} = 64 - 1 = 63$$

Теперь для каждой пары узлов посчитаем, сколько "одноходовых" пар мы можем получить поворотами.



т.е. в сетку из 8-сетки крайнего узла, через самого в себя после любого количества поворотов не будет \Rightarrow при каждом повороте получаем новый путь, но как только мы повернем и выйдем 4 раза на выходы на свои места

\Rightarrow у каждой пары узлов есть 3 "пути" \Rightarrow

\Rightarrow если пар точек можно разделить на 4, все они состоят из 63 и 4 раз
 $64/4 \cdot 63 = 16 \cdot 63 = 1008$

Ответ: 1008

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 16 \\ \hline 1008 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

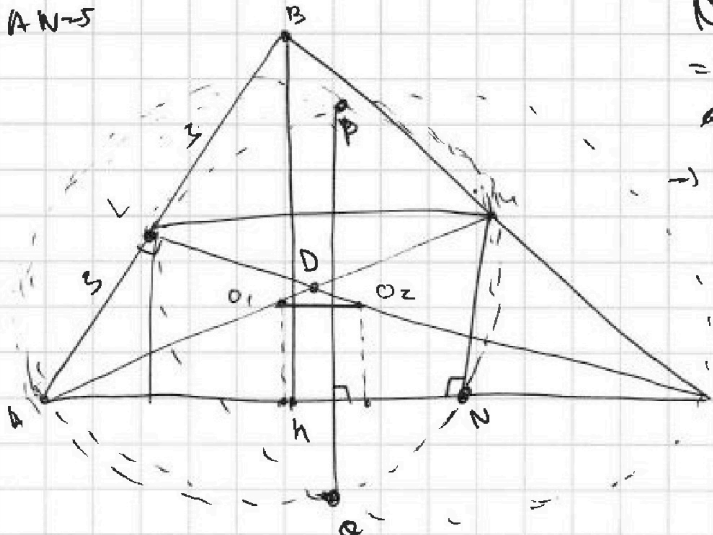
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AB=6$
 $AN=5$

$AC=?$ $BC=?$



$N \in \Omega$, AM - диаметр $\Omega \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$ (диаметр
всегда угол прямой угол)
 $\rightarrow MN \parallel PO_1$

O_1 - центр Ω
 O_2 - центр ω
 $AO_1 = O_1M$
 $\angle O_2 = O_2C$
 $O_1O_2 \perp PQ$
 $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC \Rightarrow \frac{AO_1}{O_1D} = \frac{CO_2}{O_2D}$

Окружность из O_1 и O_2
высоты на AC
и.и. $O_1O_2 \parallel AC$ или
будут равны высоте
на AC тогда и.и. O_1, O_2 - центры
 AM, CL соответственно.
 $\triangle AO_1H_1 \sim \triangle AMN$
и.и. $k=2$
высоты h
 h
аналогично $\angle H_1C = 2h$
и.и. h
высоты
из C на AC

$MN \parallel BH$ M - сеп. $k=2$
 $\Rightarrow MN$ - ср. линия $\triangle BHC$

$MN = \frac{1}{2} BH$
 $BH = \sqrt{36 - AM^2}$
 $MN = \sqrt{AM^2 - 25}$
 $MN^2 = \frac{1}{4} BH^2$
 $4(AM^2 - 25) = 36 - AM^2$
 $4AM^2 = 136 - AM^2$
 $AO_1 = \frac{1}{2} AM = \frac{\sqrt{136 - AM^2}}{4}$

$\Rightarrow \angle M \parallel AC \Rightarrow$ и.и. $BM = MC$ $AC = CB$ (CM - ср. линия)
 $\Rightarrow CL$ - биссектриса, медиана, высота $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедр.
 $AC = BC = 2a$

D - точка пересечения медиан $\triangle ABC$
 $AD : DH = 2 : 1$
 $CD : DL = 2 : 1$

$AN=5 < AC \Rightarrow AC > 5$
 $a > 5/2$

$AN=5 \Rightarrow NC = 2a - 5$ $CH = 2NC = 4a - 10$; $AH = 10 - 2a$

т. Пифагора:

$BH^2 = 6^2 - (10 - 2a)^2$
 $BH^2 = 4a^2 - (4a - 10)^2$
 $36 - 100 + 40a - 4a^2 = 4a^2 - 16a^2 + 80a - 100$
 $8a^2 - 40a + 36 = 0$

$2a^2 - 10a + 9 = 0$ $a = \frac{10 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow AC = BC = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$

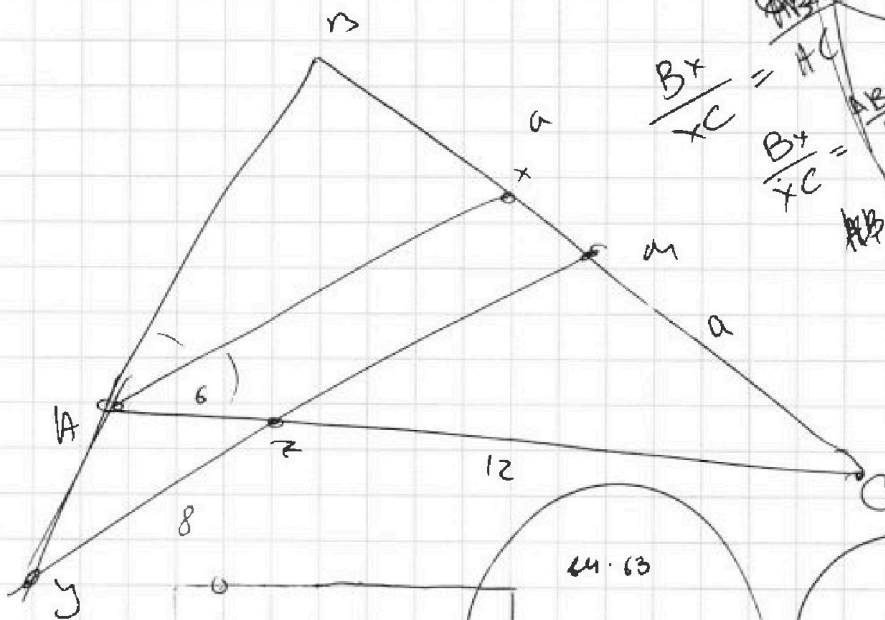
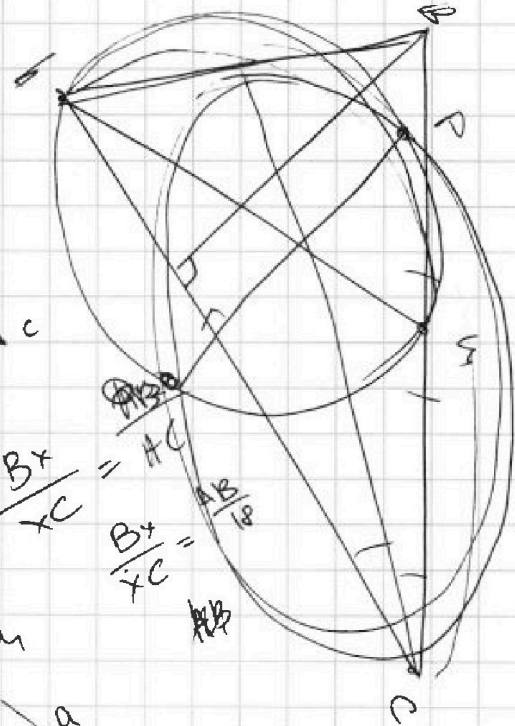
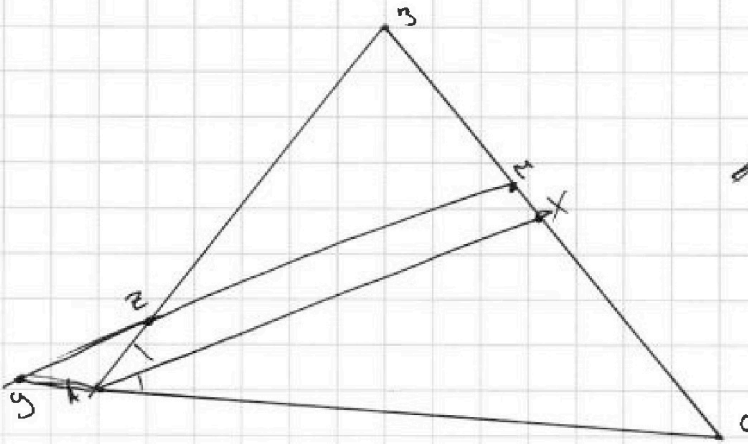


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

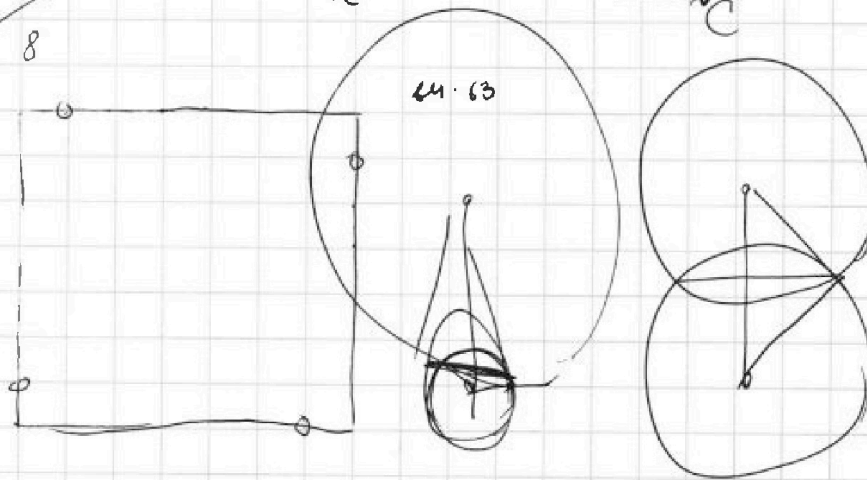
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BX}{XC} = \frac{AC}{AB}$$
$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$
 $a_4 = (x^2 + 4x)^2$
 $a_8 = -6x^2$

d - разность арифметической прогрессии

$$\left. \begin{aligned} a_2 + 2d &= a_4 \\ a_4 + 4d &= a_8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_2 + a_4 = 2(a_4 - a_2)$$

$$2(12 - 12x) + (x^2 + 4x)^2 = 2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x))$$

$$a_8 - a_2 = 6d$$

$$a_4 - a_2 = 2d$$

$$2a_2 + a_8 = a_4$$

$$24(1-x) - 6x^2 = (x(x+4))^2$$

$$24 - 24x - 6x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$(x+4)^2 - 12 + 12x = 2d$$

$$x^2 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 16x - 8 = 0$$

$$D = 16 + 8 = 24$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{24}}{2} = -4 \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 = -4 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -4 - \sqrt{6}$$

$$x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1+16} = -1 \pm \sqrt{17}$$

$$2x^3 + 4x^4 + (3x)^4 = 2y^5$$

$$x^4 + 3 - y = 2\sqrt{12-4x+3x-xy} = \sqrt{4(2-x-2y)} = 2\sqrt{(2-x-2y)}$$

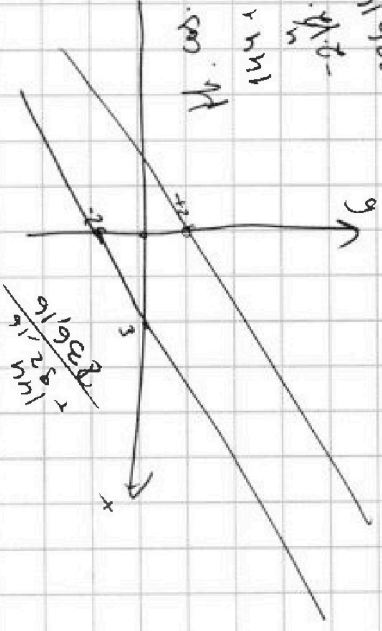
$$x - y = 2\sqrt{12-4x+3x-xy} = 2\sqrt{(2-x-2y)}$$

$$2x^2(x^2-2)$$

$$\frac{24}{4x} = \frac{4x}{4x}$$

$$y = 2 + x = 2 + 4x$$

$$\frac{1}{3} \cdot 4x + 8 = 2 + 4x$$



$$y \leq \frac{2}{3}x - 2$$

$$x - y \leq 2$$

$$16 - 6x + 18 \cdot 4 - 16 - 8$$

$$\frac{21}{25} = 9 \cdot 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$|a| \leq b$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \\ x \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x \geq 15y-30 \\ 10x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 15y-30 \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ & \frac{25}{3}y \geq \frac{20}{3} \\ & y \geq 2 \\ & 10x \geq 15y-30 \Rightarrow 0 \\ & \Rightarrow 10x+5y \geq 20y-30 \rightarrow \min \\ & \begin{cases} y = \min \\ y \geq 2 \\ 10x+5y=10 \\ y=2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 15y-20 \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ & \frac{25}{3}y \geq \frac{20}{3} \\ & y \geq 2 \\ & 10x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \end{aligned}$$

$$10x+5y \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{1}{10}(15y-30) \geq \left(\frac{20}{3}y - \frac{40}{3}\right) \frac{1}{10} \\ & \frac{3}{2}y \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \\ & y \geq 2 \\ & \cdot \frac{1}{10}(15y-20) \geq \left(\frac{20}{3}y - \frac{40}{3}\right) \frac{1}{10} \\ & \frac{3}{2}y - 2 \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \\ & y \geq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 3 + \frac{2}{3}y \geq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \\ & \begin{cases} y = \min \\ y \geq -2 \end{cases} \\ & y \geq -2 \end{aligned}$$

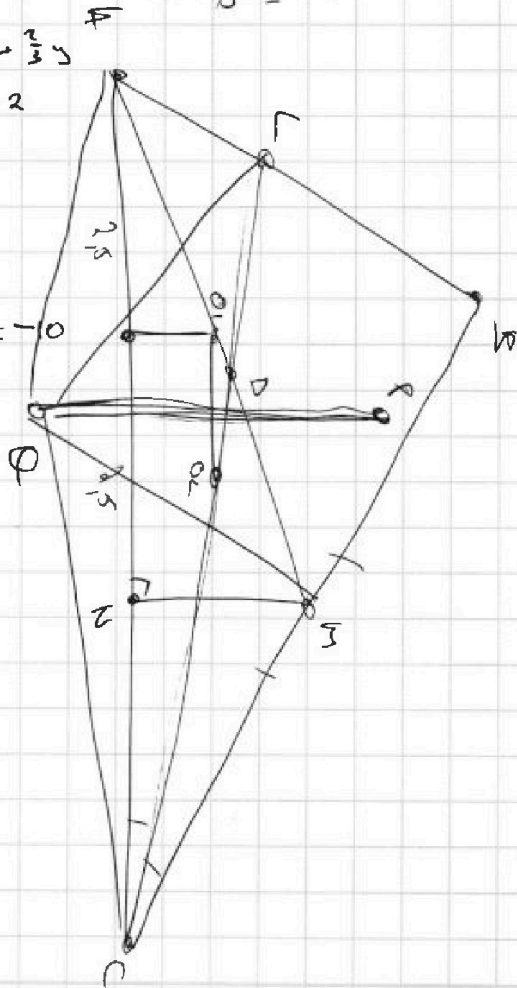
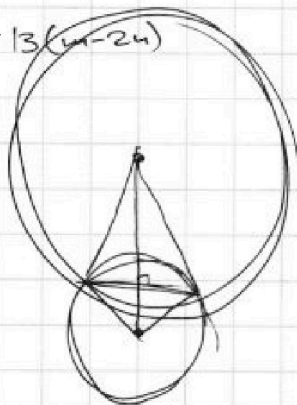


$$\begin{cases} y \leq -2 \\ x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ x \leq 3 + \frac{3}{2}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+5y \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ 10x+5y \leq 30 + 20y < -0 \end{cases}$$

$$A = 4r^2 - 4r + 4r^2 + 3r - 2r = 17r^2$$

$$(4r-2r)^2 + 3(4r-2r)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -4$$

$$y \leq 3$$

$$12 - x - y \geq 0$$

$$x + y \leq 12$$

$$x, y \geq 0$$

$$x \leq 12 - y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

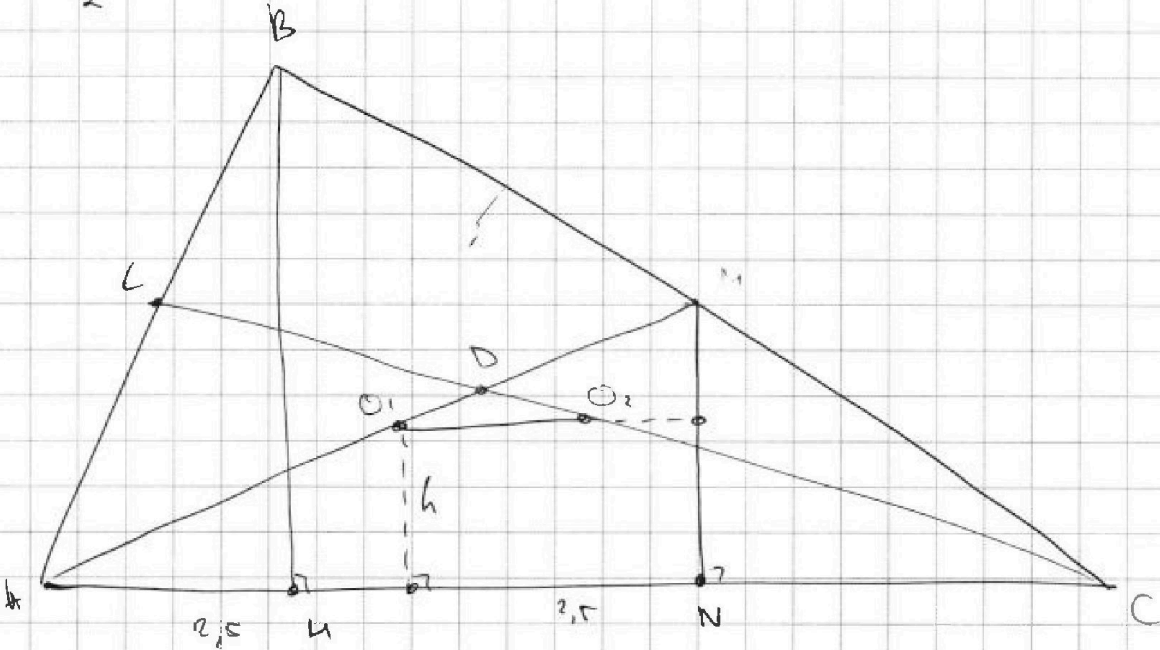
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 18}}{2} =$$

$2,5$

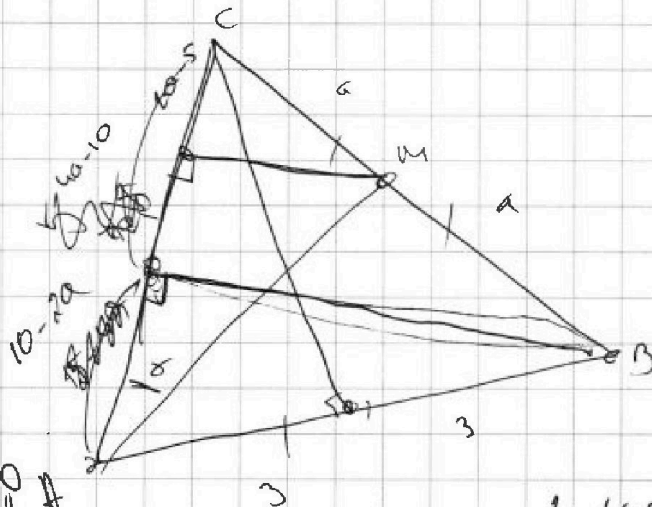


$$36 - 100 + 40a - 4a^2 =$$

$$= -64 + 40a - 4a^2$$

$$-12a^2 + 80a = 36 + 40a - 4a^2$$

$$8a^2 - 40a + 36 = 0$$



$$36 - (10 - 2a)^2 = 4a^2 - (4a - 16)^2$$

$$36 - 100 + 40a - 4a^2 = 4a^2 - 16a^2 + 80a - 196$$

$$8a^2 + 36 = 40a = 0$$