



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Задача 1  $a_4 = 6 - 9x$   $a_6 = (x^2 - 2x)^2$   $a_{10} = 9x^2$   
Это арифметическая прогрессия с разностью  $d$

$$a_{10} = 6d + a_4 \Rightarrow 9x^2 = 6d + 6 - 9x$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 9x - 6 = 6d \Rightarrow d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$$

$$a_6 = a_4 + 2d \Rightarrow (x^2 - 2x)^2 = 6 - 9x + 3x^2 + 3x - 2$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x - 2 \quad x^2 - 2x = t$$

$$t^2 = 3t - 2 \quad t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t = 1, t = 2$$

$$x^2 - 2x = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 2x = 2$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ:  $x = 1 \pm \sqrt{2}$ ,  $x = 1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

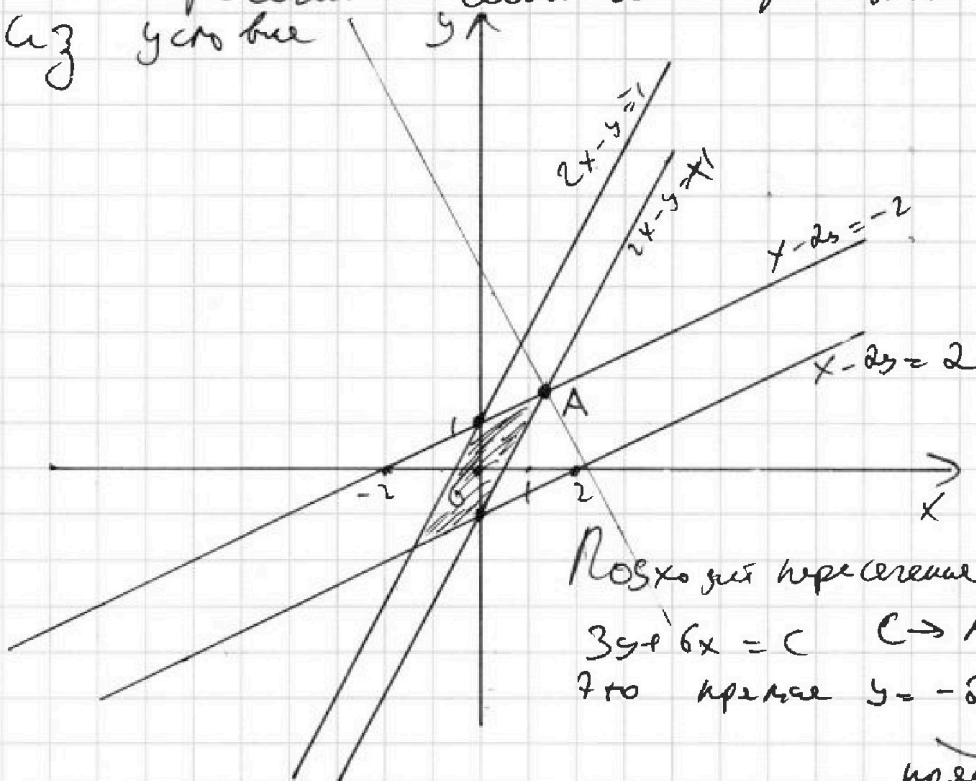
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Изобразим на графике множество точек, лежащих под каждой из уравнений

$$|x-2y| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases} \Rightarrow \text{лента между прямыми} \\ \begin{matrix} x-2y=2 \\ \text{и } x-2y=-2 \end{matrix} \quad \text{Аналогично } |2x-y| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \\ \begin{matrix} 2x-y=1 \\ \text{и } 2x-y=-1 \end{matrix}$$

и их пересечение - множество решений системы из условий



Решим пересечение

$$3y + 6x = c \quad c \rightarrow \max$$

$$\text{То есть прямая } y = -2x + \frac{c}{3}$$

прямая  
вст. равно вст.

Нужно, чтобы такая прямая

проходила через какую-то точку пересечения и пересекла ось OY как можно выше (тогда  $c \rightarrow \max$ )

То есть она должна пройти через точку A (видно из рисунка) Найдем координаты точки пересечения.

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2y=-2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow 2x-1 = \frac{x+2}{2} \Rightarrow 4x-2 = x+2$$

$$\Rightarrow 3x = 4 \quad x = \frac{4}{3} \quad y = 2x - 1 = \frac{5}{3} \quad 3\left(\frac{4}{3} + 2 \cdot \frac{5}{3}\right) = 3\left(\frac{4}{3} + \frac{10}{3}\right) = 3 \cdot \frac{14}{3} = 14$$

$$= 5 + 4 \cdot 2 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

Преобразуем  $A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Рассмотрим случай, когда  $A = 11p^2$

$\Rightarrow (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2 = 11 \cdot p \cdot p \leftarrow$   $7$  и  $3$  делители  
должны быть разнесены  
между собой

Варианты:  $\begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p^2 \end{cases}$   $\begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases}$   $\begin{cases} m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases}$  Это все варианты  
и  $11p^2$  будет делителем

Во втором случае

- 1) Возьмем 2 уравнения  $11-p^2=7 \Rightarrow p^2=4 \Rightarrow p=2$
- 2) Возьмем  $11p-p=7 \Rightarrow p=7/10$  - не подходит
- 3) Возьмем  $11p^2-1=7 \Rightarrow p=\sqrt{8/11}$  - не подходит
- 4)  $p < 11p$ , но  $m+2n > m+2n-7 \Rightarrow$  такое не бывает
- 5)  $p^2-11=7 \Rightarrow p=\sqrt{18}$  не подходит
- 6)  $1-11p^2=7 \Rightarrow p^2=-6/11$  не бывает

$\Rightarrow$  единственные случаи, когда  $A=11p^2$ , при  $p=2$ ,  $m+2n=11$

тогда число  $B = mn(m+2n+9) = mn(11+9) = 20mn = 70q^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4mn = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow 4mn=60 \Rightarrow mn=15 \Rightarrow \begin{cases} mn=15 \\ m+2n=11 \end{cases}$

Решим такую систему  $m \cdot \frac{11-m}{2} = 15 \Rightarrow -m^2+11m-30=0$   
 $m = \frac{-11 \pm \sqrt{121-120}}{-2} = \frac{-11 \pm 1}{-2} \Rightarrow m=6 \text{ или } m=5$  не подходит т.к.  $15 \times 2$

$\Rightarrow$  В случае  $A=11p^2$  подходит только  $m=5 \ n=3 \ p=2 \ q=2$

Случай  $B=11p^2 \Rightarrow mn(m+2n+9)=11p^2 \ m+2n+9 \geq 1+1+2+9 \geq 12$

$\Rightarrow m+2n+9 \neq 11, m+2n+9 \neq 1 \Rightarrow m+2n+9=p$  или  $m+2n+9=p^2$

Если  $m+2n+9=p^2$ , то  $mn=11 \Rightarrow$  (либо  $m$  либо  $n$ )  $= 11$

Варианты  $m=11 \ n=1 \Rightarrow 11+2+9=22 \Rightarrow p=\sqrt{22}$  не подходит

$n=11 \ m=1 \Rightarrow 1+22+9=32 \Rightarrow 32=p^2 \Rightarrow p=\sqrt{32}$  не подходит

$\Rightarrow m+2n+9=p, mn=11p \Rightarrow$  (либо  $m$  либо  $n$ ):  $p \Rightarrow$  (либо  $n$  либо  $m$ )  
- хотим  $p \Rightarrow m+2n+9 \geq p+9$  т.к.  $\Rightarrow$  такое не бывает

$\Rightarrow B$  не может быть равно  $11p^2 \Rightarrow$  единственные возможные пары  $(m, n)$

Ответ:  $m=5 \ n=3$

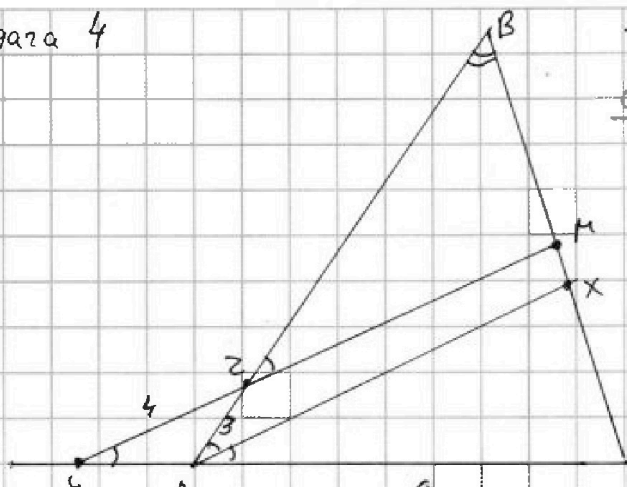


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$\angle BAX = \angle CAX$  т.к.  $AX$  биссектриса

$AM \parallel AX \Rightarrow \angle BAX = \angle BZM = \angle MZC$

$\triangle ABX \sim \triangle ZBM$  по углам

$$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow 1 + \frac{MX}{BM} = 1 + \frac{AZ}{BZ}$$

$$\Rightarrow \frac{MX}{AZ} = \frac{BM}{BZ}$$

Из того же подобия

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{BX}{AB} \Rightarrow \frac{MX}{AZ} = \frac{BX}{AB}$$

Но свойство биссектрисы

$$BX = \frac{AB}{AB+AC} \cdot BC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB+AC} \cdot BC - \frac{BC}{2} = \frac{AB}{AB+AC} \cdot BC \Rightarrow \frac{AB-AC}{2AB+2AC} \cdot BC = \frac{BC}{AB+AC}$$

$$\Rightarrow \frac{AB-AC}{6(AB+AC)} \cdot BC = \frac{BC}{AB+AC} \Rightarrow \frac{AB-AC}{6} = 1 \Rightarrow \frac{AB-6}{6} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB=12 \Rightarrow BZ=9$$

По теореме Менелая  $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{AY} \cdot \frac{AZ}{2B} = 1$

$$\Rightarrow \frac{6+YA}{YA} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow 18+3YA=9YA \Rightarrow YA=3$$

Аналогично по теореме Менелая  $\frac{YA}{AC} \cdot \frac{CB}{BM} \cdot \frac{MZ}{2B} = 1 \Rightarrow \frac{3}{6} \cdot 2 \cdot \frac{MZ}{4} = 1$

$\Rightarrow MZ=4$  Пусть  $\angle MYC = \alpha$ , тогда по теореме косинусов

$$AZ^2 = YA^2 + YZ^2 - 2YA \cdot YZ \cdot \cos \alpha \Rightarrow 3^2 = 3^2 + 9^2 - 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 4 = 2 \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

Найдем  $MC$  по теореме косинусов  $MC^2 = YC^2 + YM^2 - 2YC \cdot YM \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow MC^2 = 9^2 + 8^2 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 81 + 64 - 32 \cdot 3 = 145 - 96 = 49$$

$$\Rightarrow MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$$

$$BC = 2MC \Rightarrow BC = 14$$

Ответ:  $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. 
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2x} = y^3 + 3y - \sqrt{2y} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \Rightarrow x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$x, y \geq 0$ , т.к. корни должны быть определены

~~$x^3 + 3x + \sqrt{2x}$~~  — возрастающая  
Рассмотрим  $f$  — функцию  $f(x) = x^3 + 3x + \sqrt{2x}$   
 $f(x)$  — возрастающая  $\Rightarrow$  если  $a > b$ , то  $f(a) > f(b)$

$\Rightarrow$  Если  $f(x) = f(y)$ , то или  $x = y$  то либо  $f(x) > f(y)$  или  $f(x) < f(y) \Rightarrow x = y$

$\Rightarrow$  Из второго уравнения следует, что  $x = y$

Подставим в первое

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

~~Уравнение:~~  
 ~~$x^2 - 2x + 7 = 0$~~   
 ~~$x = 1, y = 2, 4$~~   
~~Корни:  $x = 1, 2, 4$~~

Преобразуем

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

Ограничения из уравнения  $x \geq 0$  из условия  $x < 7$ , т.к.  $\sqrt{7-x}$  должен существовать при  $x > 0$

~~$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = -(\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x})^2 +$$~~

~~$$-(\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x})^2 = -x - 2 - 7 + x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} - 9$$~~

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 - 9 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} - 9 = -(\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x})^2$$

Пусть  $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = t$ , тогда  $t + 7 - 9 = -t^2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$

$$\Rightarrow t = 1 \text{ или } t = -2$$

Рассмотрим оба случая  $\Rightarrow$  или  $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$  или  $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2$

Первый случай  ~~$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$~~  — возведем в квадрат  
Первый случай  ~~$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$~~  — возведем в квадрат

$$\Rightarrow (x+2) + (7-x) - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 1$$

$$\Rightarrow 9 - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+2)(7-x)} = 4 \Rightarrow 14 + 5x - x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Итого,  $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \sqrt{\frac{9 - \sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9 + \sqrt{17}}{2}} < 0$$

⇒ Такой корень не подходит. (т.е. при его подстановке получается  $-1$  и не  $\pm$ )

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ подходит, т.к. } \sqrt{\frac{9 + \sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9 - \sqrt{17}}{2}} > 0$$

и значит равен  $\pm$  ~~также~~ и  $\frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$

Второй случай

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2 \text{ не подходит, возвращает}$$

мыслим const и корень

$$4A^2 \text{ корень } \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$\Rightarrow 2 = \sqrt{7-x} - \sqrt{x+2} \Rightarrow 4 = (7-x) + (x+2) - 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$\Rightarrow 4 = 9 - 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7-x} \cdot \sqrt{x+2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 7 - x^2 + 2x + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow$$

$$-4x^2 + 20x + 31 = 0 \quad x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 31}}{-8} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 31}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

подставим

$$\sqrt{\frac{9 - \sqrt{56}}{2}} - \sqrt{\frac{9 + \sqrt{56}}{2}} < 0 \Rightarrow x = \frac{5 - \sqrt{56}}{2}$$

не подходит. Аналогично с помощью функции.

$$x = \frac{5 + \sqrt{56}}{2} \text{ подходит}$$

$$\text{Ответ: } \left( x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}; y = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right), \left( x = \frac{5 + \sqrt{56}}{2}; y = \frac{5 + \sqrt{56}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

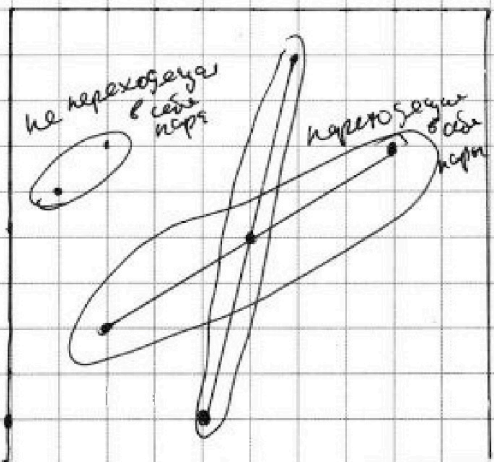
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

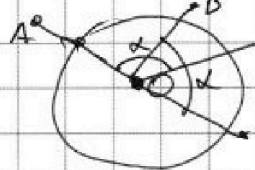
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

# Задача 6

Пусть <sup>пара</sup> ~~расширения~~ - способ поворота 2 точки. Если же расширения не могут совпасть при повороте на  $30^\circ$  или  $270^\circ$  т.е. при повороте на  $80^\circ$  в любую сторону. Т.е. пусть точка A →



Докажем, что две <sup>пара</sup> ~~расширения~~ не могут совпасть, если угол поворота был не  $180^\circ$ . Пусть O - центр квадрата A, B - вершины точки, тогда рассмотрим направления на A, B.



Если A' совпадает с B, то  $\alpha = \angle AOB$   
Если B' совпадает с A, то  $\alpha = 360 - \angle AOB$

$\Rightarrow \angle AOB = 360 - \angle AOB \Rightarrow \angle AOB = 180^\circ$ . Доказано.

Значит все <sup>пара</sup> ~~расширения~~ будут <sup>четырежды</sup> ~~координатными~~ ~~фрагментами~~, кроме тех, в которых A, B - единичными ответами O точки. У каждой из точек есть симметричная (кроме центра) они будут <sup>пара</sup> ~~координатными~~ ~~фрагментами~~

Всего точек  $11^2 \Rightarrow$  <sup>пара</sup> ~~расширения~~ ~~пересекающихся~~ в себе

$\frac{121-1}{2} = 60$  Всего расширения  $C_{11}^2 \Rightarrow$  Расширения

не пересекающихся в себе  $C_{11}^2 - 60$  ~~каждый из них~~ ~~расширения~~  
В 7 точках после каждой из пар с учетом поворота пометим 4 раза. (так бывает повороты на  $0, 90, 180, 270$  градусов, которые переводят квадрат в квадрат)  $\times 4 \Rightarrow$  Учитывать

$$\frac{C_{11}^2 - 60}{4} + 60 = \frac{121 \cdot 120 - 60}{4} + \frac{60}{2}$$

$$= 121 \cdot 30 - 15 + 30 = 3645$$

~~11\*11\*30\*30 = 121\*900 = 108900~~  
~~3660~~ Ответ: 3645



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

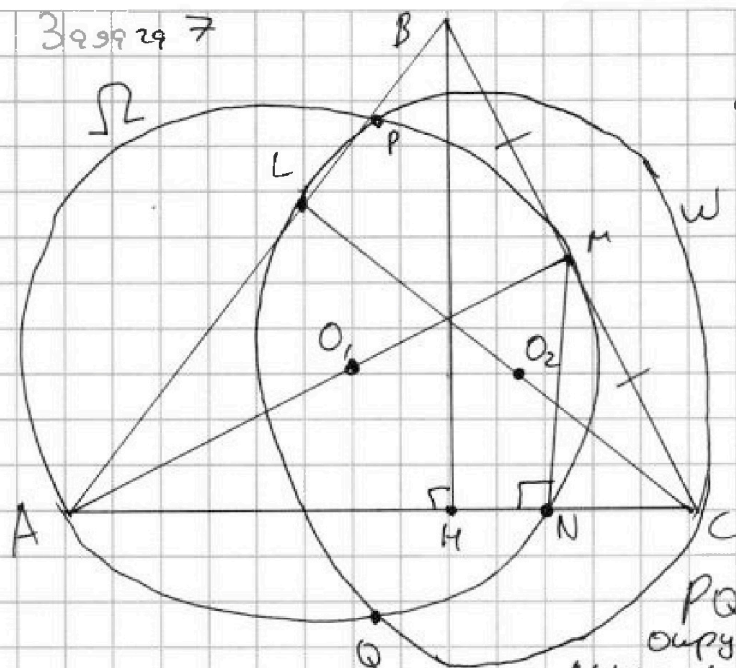


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3999297



$\angle ANM = 90^\circ$ , т.е.  
это угол диаметра  
на диаметр

$PQ \parallel BH$ , где  
H - основание высоты  
из B

$\Rightarrow PQ \perp AC$

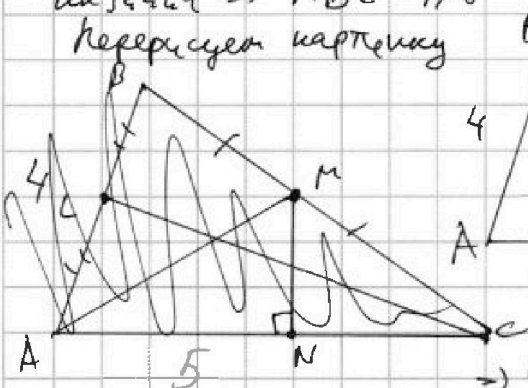
PQ - радикальная ось двух  
окружностей, одна из которых  
линия центров  $\Rightarrow$  линия центров  $\parallel AC$

$\Rightarrow$  (середина AM, середина CL)  $\parallel AC$ .

Пусть  $O_1$  - центр AM,  $O_2$  - центр CL  $\Rightarrow O_1, O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$ , т.е. M в 2р. дальше от AC чем  $O_1$ ,  
L в 2р. дальше от AC чем  $O_2$ , а  $O_2$  и  $O_1$   
равноудалены от AC (условия касания)  $\Rightarrow$  M, L - тоже  
равноудалены.

$ML \perp AC \Rightarrow ML$  - средняя линия т.к. обе выходят из  
центров параллельно сторонам  $\Rightarrow AL = BL \Rightarrow CL$  - биссектриса  
угла C  $\Rightarrow ABC$  -  $\triangle$   $AC = BC$  AB - основание = 4  
пересекает хорду



Пусть  $CN = x$   
тогда  $AC = BC = 5 + x$

$$\cos C = \frac{x}{\frac{5+x}{2}}$$

по т.к  $\cos AB = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$

$$\Rightarrow 4^2 = 2 \cdot (5+x)^2 - 2(5+x)^2 \cdot \left(\frac{x}{\frac{5+x}{2}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 = 2(5+x)^2 \left(1 - \frac{2x}{5+x}\right) = 2(5+x)^2 \left(\frac{5-x}{5+x}\right) = 2(5+x)(5-x) = 2 \cdot 5^2 - 2 \cdot x^2$$

$$16 = 50 - 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}(50 - 16) = 17 \Rightarrow x = \pm \sqrt{17} \quad x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{17}$$

Ответ: ~~AB=AC=5+sqrt(17)~~  $AB=AC=\sqrt{17}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$6-9x$   
 $(x^2-2x)^2$   
 $9x^2$   
 $25+4 \cdot 3 \cdot 5 + 9 \cdot 4 - 35 - 2 \cdot 42$   
 $25+60+36-35-84$   
 $25+60+36-35-84$   
 $(x^2-2x)^2 - 6+9x = 2d = x^2 - 4x^2 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d$   
 $\frac{1+18}{2x} = \frac{6+x}{x} = \frac{3}{9} = 1$   
 $m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n + 49$   
 $(m+2n)^2 - 7(m+2n)$   
 $(m+2n-7)(m+2n)$   
 $mn(m+2n+9)$

$25+4 \cdot 3 \cdot 5 + 9 \cdot 4 - 35 - 2 \cdot 42$   
 $25+16-35-28$   
 $25+4 \cdot 3 \cdot 5 + 9 \cdot 4 - 35 - 2 \cdot 42$   
 $25+60+36-35-84$   
 $1d+3x=9x$   
 $18=6x$   
 $x=3$   
 $2x-4 \leq 2$   
 $(x-2)^2 \leq 4$   
 $|2x-4| \leq 1$   
 $(2x-4)^2 \leq 1$   
 $x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4$   
 $4x^2 - 4xy + y^2 \leq 4$

$3y+6x$   
 $(x-2)^2 \leq 2$   
 $(x-2y)^2 \leq 2$   
 $3(y+2x)$   
 $(x-2y)^2 \leq 2$   
 $(x-2y)^2 \leq 2$   
 $x^2 + 4xy + 4y^2$

$3^2 = 3^2 + 4^2 = 23 \cdot 4 \cos \alpha$   
 $2 = 7 \cdot \cos \alpha$   
 $\cos \alpha = 2/7$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{4+(x-y)^2}$   
 $x^3 + 3x = y^3 + 3y - \sqrt{2x}$   
 $\frac{BM}{Bx} = \frac{Bz}{2A}$   
 $\frac{yA}{Ac} = \frac{Mx}{xc}$   
 $BC = 2 \cdot \frac{Bx \cdot Bz}{A2}$   
 $\frac{BM}{Ac+AB} \cdot BC = \frac{Bz}{Ac+AB}$   
 $\frac{BM}{Bx} = \frac{Bz}{AB} \Rightarrow BC = 2 \frac{Bx \cdot Bz}{AB}$   
 $\frac{Mx}{A2} \Rightarrow \frac{Bx}{BM} = \frac{AB}{Bz} \Rightarrow \frac{Mx}{BM} = \frac{A2}{Bz} \Rightarrow \frac{Mx}{A2} = \frac{BM}{Bz}$   
 $\frac{(AB-AC)}{(2AB+2Ac)} BC = \frac{(AB-BC)}{(2AB+2Ac)} BC = \frac{BC}{3} = \frac{AB-AC}{AB} \cdot BC$   
 $\frac{AB-AC}{6} = 1$   
 $\frac{AB}{6} = 2 \Rightarrow AB = 12$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^3 + 3x - \sqrt{2x} = y^3 + 3y - \sqrt{2y} + 18$   
 $3x^2 + 3 - \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$   
 $3x^2 + 3 =$   
 $x > -2 \quad y < 7$   
 $5x - y^2 > -14$

$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \quad x > 0 \quad y < 7$   
 $x + y - \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$

$C_{11}^2 + C_{10}^2 + 60 = 0$   
 $C_{11}^2 + C_{10}^2 + 60 = 0$

$(2-x) \cdot x - (2-x) \cdot x$   
 $4$   
 $5$   
 $5$

$2 \cdot x$   
 $6 - 9x < 5x^2 > x^6 - 9$   
 $0 = 8 - 2x + 2x^2 - 2x^3 - x^4$   
 $3x^2 - 12x + 8 = X^2(x^2 + 2x + 1)$   
 $2(x^2 - 2x) =$   
 $2 + x^2 - 2x^2 + x^2 - 9 =$

$\frac{2}{3x^2 - 3x + 2} = p$   
 $2 \cdot x^5 = p \cdot 9 + 5 - 9$   
 $6 - 9x + 9x^2 = (x^2 - 2x)^2$   
 $p$



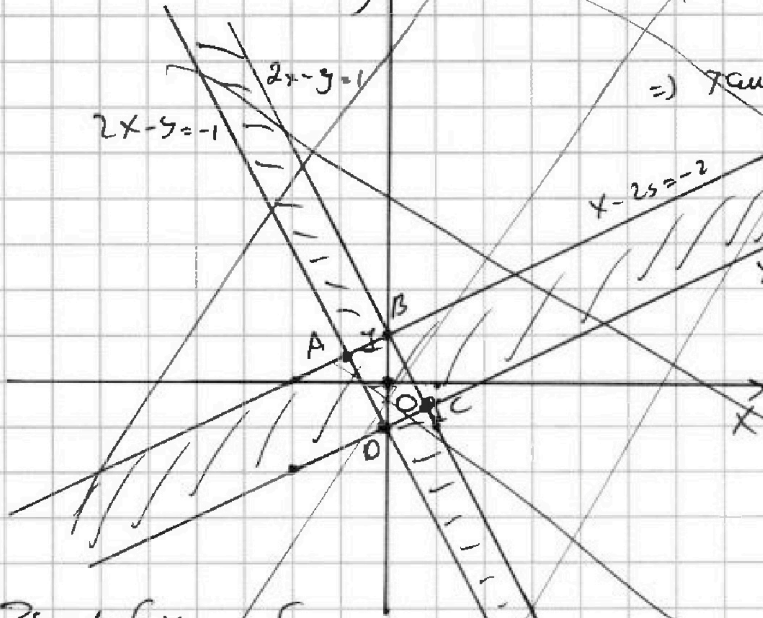
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Изобразить на графике точки, касающиеся  
поп каждое из уравнений



$$|x - 2y| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Точка точки результат будет

$$x + 2y = 2 \text{ и линия } x - 2y = -2 \quad \begin{cases} y = \frac{x-2}{2} \\ y = \frac{x+2}{2} \end{cases}$$

Для второй  
сравним

$$|2x - y| \leq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{между } 2x - y = 1 \text{ и } 2x - y = -1 \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$3y + 6x = C$$

это прямая  $y = \frac{C - 6x}{3}$

$$y = \frac{C}{3} - 2x$$

система выполняется в  
каждой точке

нам нужно найти  $\max C \Rightarrow$  найдем самую высокую  
прямую проходящую хотя бы через одну точку пересечения



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

