



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a - третий член арифм. прогрессии,
 d - разность арифм. прогрессии.

Тогда по урн.: $a = 3x + 3$, $a + 2d = (x^2 + 2x)^2$,

$$a + 0d = 3x^2 \Rightarrow 0d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow 2d = x^2 - x - 1$$

$$\Rightarrow 3x + 3 + x^2 - x - 1 = \cancel{\text{убраем}} (x^2 + 2x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$$

Заметим, что это уравнение имеет вид $x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$.

~~$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$~~

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

-1 - корень.

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0. \quad -1 - \text{корень}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$1 + 2 = 3$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{2}$$

~~$$x = -1 \pm \sqrt{2}$$~~

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x/3 - y| \leq 1 \\ |y - 3x| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x/3 - y \leq 1 \\ -1 \leq y - 3x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq -\frac{8x}{3} \leq 2 \\ -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{8x \leq 6}$$

~~Handwritten work is crossed out with a large X.~~

$$\begin{cases} |3y - x| \leq 3 \\ |x - \frac{y}{3}| \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -\frac{1}{3} \leq x - \frac{y}{3} \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{10}{3} \leq \frac{8y}{3} \leq \frac{10}{3} \\ -\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{4y \leq 5}$$

$\Rightarrow \boxed{8x + 4y \leq 11}$, т.е. ответ не больше 11
при $x = \frac{3}{4}$ и $y = \frac{5}{4}$

система $\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$ верна и равенство $8x + 4y = 11$ выполняется.

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } n=1 \quad m=p \Rightarrow p \cdot (1+p-3) = 13p^2$$

$$\Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow \text{или } 12p = -2 \quad X$$

Аналогично при $m=1$

$$\text{Случай 2.4} \quad m+n-3 = 13p^2$$

$$\Rightarrow mn=1 \Rightarrow m=n=1 \Rightarrow 13p^2 = -1 \quad X$$

Ответ: $(3; 10), (10; 3)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 1. $A = 13p^2$, $B = 75q^2$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$= 13p^2$. Случай 1.1. $m+n=13 \Rightarrow 13 \cdot 4 = 13p^2$

$\Rightarrow p=2$ - простое. $B = mn(m+n) - 3mn = 75q^2$

$\Rightarrow 10mn = 75q^2 \Rightarrow 2mn = 15q^2 = 3 \cdot 5 \cdot q \cdot q$

$m=1 \quad n=12 \quad X \quad m=2 \quad n=11 \quad X \quad \boxed{m=3 \quad n=10 \quad q=2}$

$m=4 \quad n=9 \quad X \quad m=5 \quad n=8 \quad X \quad m=6 \quad n=7 \quad X$

~~и еще~~ далее симметрично $\boxed{n=10 \quad m=3 \quad q=2}$

Получаем ответы $(3; 10)$; $(10; 3)$

Случай 1.2 $m+n=13p \Rightarrow 13p(13p-9) = 13p^2$

$\Rightarrow 159p^2 - 117p = 13p^2 \Rightarrow 156p = 117 \quad X$

Случай 1.3 $m+n=13p^2 \Rightarrow 13p^2(13p^2-9) = 13p^2$

$\Rightarrow 13p^2-9=1 \Rightarrow 13p^2=10 \quad X$ (10 не дел. на 13)

Случай 1.4 $m+n=1 \Rightarrow m+n-9=0 \quad X$

Случай 2 $A = 75q^2$, $B = 13p^2$

$B = mn(m+n-3) = 13p^2$. Случай 2.1 $m+n-3=13$

$\Rightarrow m+n=16$. $\Rightarrow mn=p^2 \Rightarrow m=n=p \Rightarrow p=8 \quad X$

Случай 2.2 $m+n-3=1 \Rightarrow m+n=4$

$m=1 \quad n=3 \quad X \quad m=2 \quad n=2 \quad X$ не подходит

Случай 2.3 $m+n-3=13p \Rightarrow mn=p$ ~~и еще~~

\Rightarrow либо $m=1$ либо $n=1$

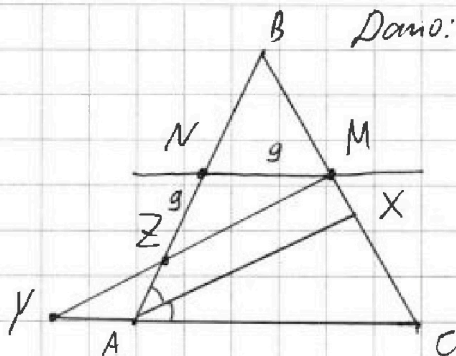


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

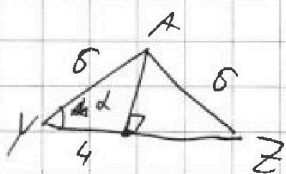


Дано: $\angle CAZ = \angle BAX$
 $AC = 18, AZ = 5, YZ = 8$
 $BM = MC, ZM \parallel AX$

Решение: $\angle BZM = \alpha$ Пусть $\angle CAZ = \alpha$

$$\angle BZM = \alpha \Rightarrow \angle AZY = \alpha, \angle YAZ = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \angle ZYA = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow AY = AZ = 5$$



$$\cos \alpha = \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

Проведем $MN \parallel AC, N \in AB$. MN — ср. линия

$$\Rightarrow AN = NB, \angle BNM = 2\alpha \Rightarrow \angle ANM = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle NZM = \alpha \Rightarrow \angle NMZ = \alpha, NM = \frac{AC}{2} = 9 = NZ$$

$$\text{из } \triangle ANM \Rightarrow AN = 15$$

$$AN = NB \Rightarrow NB = AB = 30$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 324 + 900 -$$

$$+ 2 \cdot \frac{18 \cdot 30}{9} = 1224 + 4 \cdot 30 = 1344$$

$$\Rightarrow BC = 4\sqrt{84} \quad \text{Ответ: } 4\sqrt{84}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего получим $\frac{80 \cdot 79 + 80}{2} = \frac{80^2}{2}$ неупорядочен-

ных пар. Рассм. некоторую раскраску 2 типа, которая соответствует будет 1 из пар.

При повороте её на 90° получится другая

раскраска 2 типа, ~~которая~~ соответствует другой

паре. Аналогично при повороте на 180° и

270° , ~~а при повороте на 3 т. е.~~ ~~каждый~~ ~~раз~~ ~~получается~~ ~~ещё~~ ~~одна~~ ~~раскраска~~ ~~2~~ ~~типа~~ ~~соответствует~~ ~~ещё~~ ~~одной~~ ~~паре~~.

раскраска 2 типа соответствует 4 парам.

Значит всего раскрасок $\frac{80^2}{2} \cdot \frac{1}{4} =$

$$= \frac{80^2}{8} = \frac{8^2 \cdot 10^2}{8} = 800$$

Р. Итого:

раскрасок 1 типа — 20

раскрасок 2 типа — 800

всего: 820

Ответ: 820.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

но в каждой раскраске 2 типа точек
тогда, значит получим 80 пар (неупорядоченных).
каждая пара соответствует раскраске 1 типа, но если рассмотреть её на 90° , получим раскраску 1 типа, которая также соответствует одной из пар, поэтому всего $\frac{40}{2} = 20$ раскрасок
Посчитаем раскраски 2 типа.

Если мы покрасим некоторую не центральную точку в черной, то мы можем покрасить одну из $81 - 2 = 79$

других точек чтобы получить раскраску 2 типа. Т.к. одна из 81 точек совпадает с другой и одна ещё одна другая точка образует с данной раскраску 1 типа).

Если мы покрасим центральную точку, то мы можем покрасить любую из оставшихся 80 чтобы получить раскраску 2 типа.

Всего получаем $80 \cdot 79 + 80 = 80^2$ пар.
Поскольку пар не вводится, каждая пара учитывается дважды.
Рассматривая некоторую раскраску 2 типа, образующую одной из 43 этих пар. Проверим её на 90° , тогда получим раскраску 2 типа.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

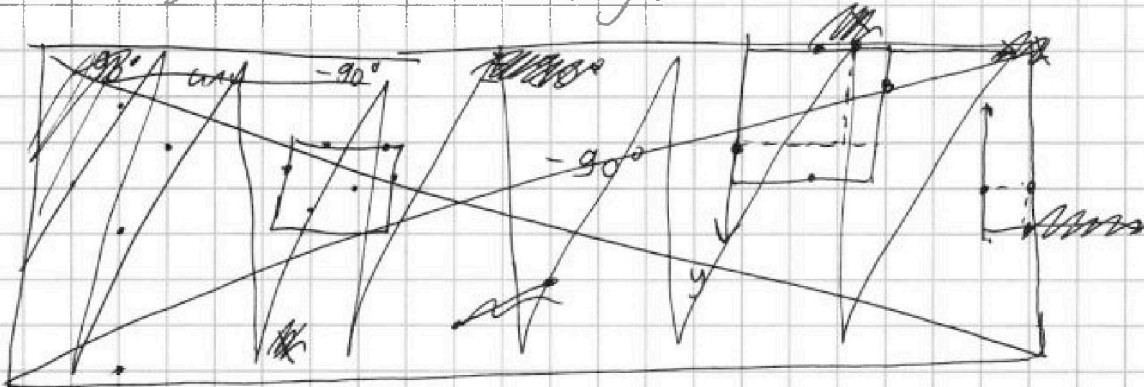
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим все раскрывки на два типа:

1 тип: раскрывки, которые совпадают сами с собой после поворота на 180° .

2 тип: ~~раскрывки~~ все раскрывки, не относящиеся к 1 типу.



Введём координаты для узлов сетки внутри квадрата:

точка $(0, 0)$ — левый нижний угол, ~~в~~ квадрата,

(d, d) — правый верхний.

при повороте на 90° ~~точка~~ ^{точка} (x, y) перейдет

в $(d-y, x)$, а при -90° $(x, y) \rightarrow (y, d-x)$

т.е. при повор. на 180° $(x, y) \rightarrow (d-x, d-y)$

при повороте раскрывки 1 типа с

первыми точками $(a, b), (c, d)$ на $\pm 90^\circ$

эти первые точки перейдут в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(b, s-a), (d, s-c)$ и $(s-b, a), (s-d, c)$
соответственно. При этом точка

$(b, s-a)$ переходит в $(s-b, a)$ и точка

$(d, s-c)$ переходит в $(s-d, c)$ при повороте

на 180° . Таким образом, раскраска 1

тупа при повороте на $\pm 90^\circ$ даёт раскраску

1 тупа 9. Аналогично, раскраска 2

тупа при повороте на $\pm 90^\circ$ даёт

раскраску 2 тупа.

Рассчитаем раскраски 1 тупа. Очевидно,
что \forall ^{для} (x, y) ^{или} (y, x) точка кроме центральной $(4, 4)$
существует ~~равно~~ равно \forall ^д (x, y) раскраске 1 тупа,

где эта точка попарна (т.к. каждая ~~равно~~
точка при повороте на 180° переходит в одну
конкретную точку, ~~и~~ но только центральная
переходит сама в себя).

Всего 80 нецентральных точек. Каждая точка
соответствует 1 раскраске 1 тупа,

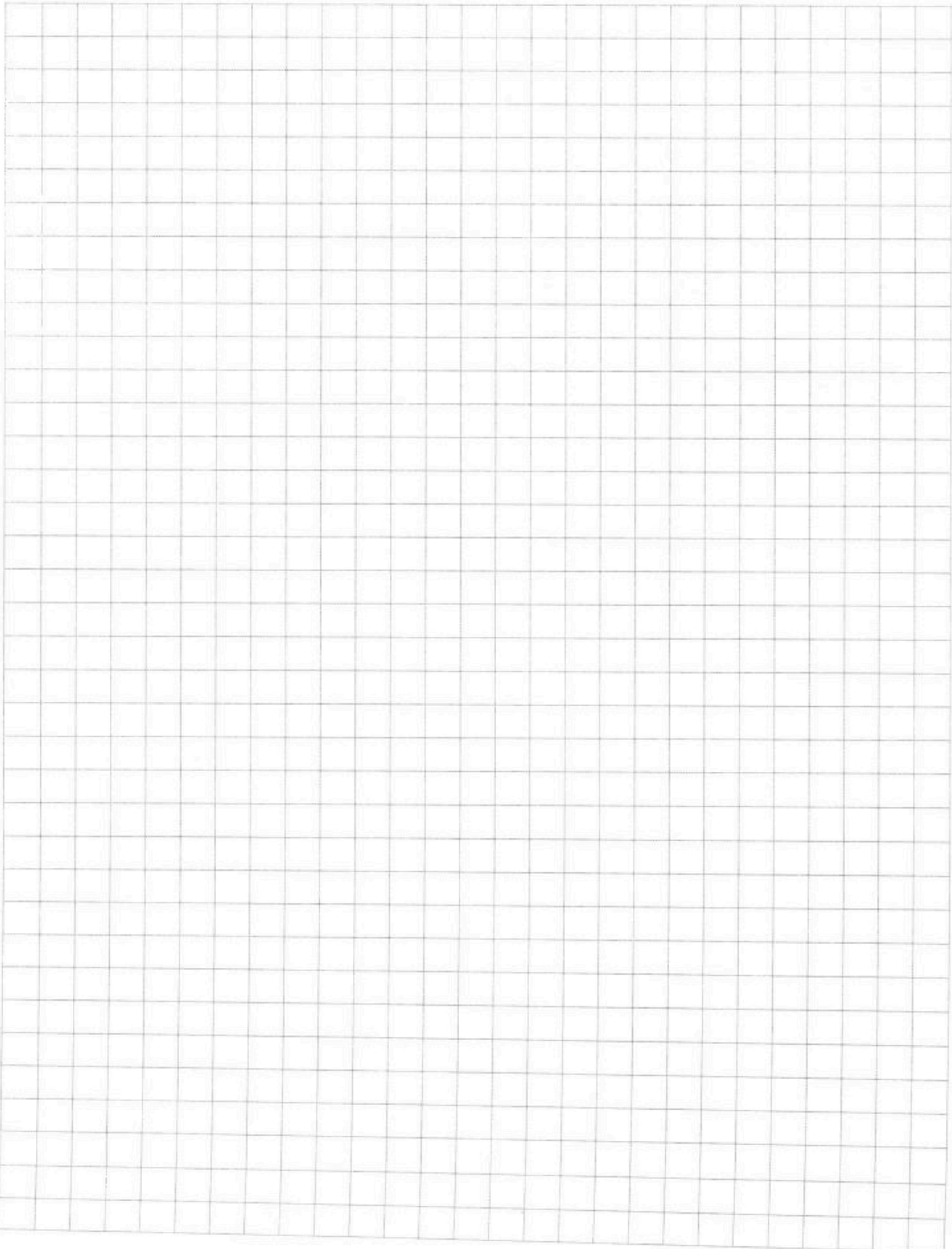


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n+1)^2 - 1}{2} + \frac{((n+1)^2 - 1)^2}{2} = (n+1)^2 - 1 + \frac{((n+1)^2 - 1)^2}{4} =$$

$$= \frac{2((n+1)^2 - 1) + ((n+1)^2 - 1)^2}{4} \quad n=2: (n+1)^2 - 1 = 8 \quad \frac{8 \cdot 8}{2}$$

$$\frac{8 + (8)^2}{2} = 8 + 4^2 = \frac{16 + 8}{4} = 24$$

$n=0 \rightarrow$

$\frac{8 \cdot 8}{2} \cdot 4 + 16 = 20$

$\frac{16}{4} + \frac{8}{4} = 8$

$2 + 4 = 10$

$8 \cdot 7$

$\frac{40}{2}$

$\frac{40}{2} + \frac{40^2}{2} = 20 + \frac{1600}{2} =$

$\frac{81 \cdot 80}{2}$

$\frac{(n+1)^2 - 1}{2} + \frac{((n+1)^2 - 1)^2}{2}$

$8 \cdot 70$

$4 \cdot 8^2 - 1 = \frac{24}{2} = 12$

$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

40

$20 + \frac{1600}{2} =$

$81 \cdot 80$

$a \text{ and } a+2d$

$a + 8d = 3x^2$

$a + 2d = 3x + 13$

$a + 4d = (x^2 + 2x)^2$

$= 820$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on a grid background. The work includes several diagrams, calculations, and geometric constructions.

Top Left: A 4x4 grid of points with a square formed by the top-left corner. Below it, a 4x4 grid with a dashed diagonal line and several points marked with small circles.

Top Center: Calculations: $9-9=81$, $C_2^4 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 3 \cdot 2 = 6$. Below this, a diagram showing a square with a diagonal line and points marked with circles.

Top Right: A square with a dashed diagonal line and points marked with circles. To its right, a diamond shape (rhombus) with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Middle Left: A diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Middle Center: A 3x3 grid of points with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Middle Right: A diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Bottom Left: A diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Bottom Center: A 3x3 grid of points with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Bottom Right: A diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles. Below it, a diagram showing a square with a dashed diagonal line and points marked with circles.

Handwritten Equations and Notes:

- $8 + 7 + 6 + \dots + 1 = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36$
- $C_{30}^1 = \frac{30}{36}$
- $36 + 4 = 40$
- $80 + 79 + 80 \Rightarrow 80^2$
- $(n+1)^2 - 1$
- $80 + 79 = 159$
- 5440
- $30 + 4 = 40$
- $80 + 79$
- $36 + 4 = 40$
- $80 + 79 + 80 \Rightarrow 80^2$
- $(n+1)^2 - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m(n(m+n-3)) = 13p^2$$

$$p(m+n) = 3mn$$

$\frac{x}{3} - y \leq 1$
 $-2 \leq \frac{10x}{3} \leq 2$
 $-0.6 \leq x \leq 0.6$
 $y = 2$
 $-3.5 \leq -3y \leq 3$
 $-10 \leq 6y \leq 10$
 $-1.25 \leq y \leq 1.25$
 $\frac{24}{5} + 5 = \frac{49}{5} = 9.8$
 $x = 0.6$
 $1.8 - 1.25 = 0.55$
 $0.55 - 3 = -2.45$
 $-3 \leq 3y - x \leq 3$
 $\frac{x}{3} - 1 \leq y \leq 1 + \frac{x}{3}$
 $4y \leq 4.2$
 4.8
 4.2
 4.8
 $2.25 - 1.25 = 1$

$x - 1.5y - \frac{x}{3} \leq 1$
 $-1.5 \leq 3x - y \leq 1$
 $-1.5 \leq \frac{5x}{3} \leq 1$
 $x = 1$
 $y = 2$
 $3.5 \leq 3y - x \leq 3$
 $4y = 5$
 $8x = 5 \cdot \frac{3}{5} \cdot 8 = \frac{24}{5}$
 $0.5 - 3y \leq 3$
 $3y \leq 3 + x$
 $1.2 \leq y \leq 1.2$
 $4x \leq 0.5 \cdot 8 = 4$
 $x - 3y \leq 3$
 $\frac{y}{3} - x \leq \frac{1}{3}$
 $x = 0.75$
 $0.75 - 2.25 = -1.5$

$m+n = 13$
 $m+n = 13 \cdot 2$
 $m+n = 4$
 $(m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions on grid paper:

$(x, y) \rightarrow (d-y, x) \rightarrow (d-x, d-y)$
 $x_0 = y_0 = x \Rightarrow x_0 = y_0$
 $y_0 = d - x \Rightarrow y = 30$

$\frac{d + \frac{ZM}{AX}}{AX} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$
 $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{2}{3}$

$\frac{18AX = AB \cdot 572}{1344 = 2 \cdot 772 = 2^2 \cdot 336 = 2^3 \cdot 118 = 2^4 \cdot 59}$

$\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c}$
 $\frac{18}{a}$

Diagrams include: a square with points, a square with coordinates (3, 2), a triangle with points M, X, N, a coordinate system with points (x, y) and (d-x, d-y), a triangle with side lengths 18, 15, 9, and a triangle with side lengths 5, 5, 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\ast a = 3x+3 \quad a+d = (x^2+2x)^2 \quad a+3d = 3x^2$
 $a+d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad 3x = a-3$
 $3x^2 = x(a-3) \quad a+3d = x(a-3)$
 $3d = 3x^2 - 3x - 3 \quad d = x^2 - x - 1$
 $a+d \quad 3x+3 + x^2 - x - 1 = (x^2+2x)^2$
 $x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$
 $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$
 $x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \quad x = -1$
 $\frac{(a_3 + a_9)}{2} = a_6 \quad 3x^2 = 3 \quad a_3 = 0 \quad a_9 = 3$
 $\frac{3x^2+3x+3}{2} = (x^2+2x)^2 + \frac{x^2-x-1}{2}$
 $2x \rightarrow \frac{2x^2+4x+4}{2} = x^2+2x+2$
 $|x-3y| \leq 3 \quad y+2x \quad |x-y| \leq 1$
 $|3x-y| \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x-3y \leq 3 \quad x = y+1$
 $-1 \leq 3x-y \leq 1 \quad -1 \leq 3x-y \leq 1 \quad 4y+8y+8$
 $-1 \leq y-3x \leq 1 \quad y-1 \leq 3x \leq y+1 \quad 12y+8$
 $3 \leq 3y-3x \leq 3 \quad 3y-3 \leq x \leq 3y+3 \quad 12y+8$
 $4 \times 4 \leq 4(x-y) \leq 4$
 $-1 \leq x-y \leq 1$

$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$
 $x^2 - x - 1 = 0$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$
 $x^2 - x - 1 = 0$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{a+2d=3x+3} \quad a_3 \quad a=3x+3 \quad \frac{f1. f0 = f1. 20 =}{4} \quad \frac{f0 f0^2}{4}$$

$$a+2d=(x^2+2x)^2 \quad a+5d=3x^2 \quad \frac{f0 f0^2}{4}$$

$$3x \quad 5d=3x^2-3x-3 \Rightarrow 2d=x^2-x-1 \quad 54$$

$$\Rightarrow 3x+3+x^2-x-1=(x^2+2x)^2$$

$$x^2+2x+2=x^4+4x^3+4x^2$$

$$2x \quad \cancel{2x} \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$x=-1$$

$$\begin{array}{r} x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^4+x^3} \\ 3x^3+3x^2-2x-2 \\ \underline{3x^3+3x^2} \\ -2x-2 \\ \underline{-2x-2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^3+3x^2-2=0 \quad -8+3 \cdot 4-2=$$

$$a=3x+3 \quad a+d=(x^2+2x)^2 \quad a+3d=3x^2$$

$$\cancel{2d=3x^2-(x^2+2x)^2} = \cancel{3x^2(3-(x+2)^2)}$$

$$3d=3x^2-3x-3 \Rightarrow d=x^2-x-1$$

$$3x+3+x^2-x-1=x^2(x+2)^2 \quad (x+2)^2(x-1)(x+1)=$$

$$x^2+2x+2=x^2(x+2)^2 \quad x^2(x+2)^2(x-1)(x+1)=-2(x+1) \quad | \quad x=-1$$

$$\cancel{x^2(x+2)^2(x-1)(x+1)} = 2x+2$$

$$4x^2+4x+4(x+2)^2(x-1)=-2$$

$$x^2(x^2+4x+4)=x^2+2x+2$$

$$f(x)$$

$$\frac{x^2(x^2+4x+4)}{(x+2)^2(x^2-1)} = \frac{x^2(x+2)^2}{(x+2)^2(x^2-1)} - 2x-2$$