



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

имеет q -разность прогрессии. Тогда

$$a_3 = a + 2q = 3x + 3$$

$$a_5 = a + 4q = (x^2 + 2x)^2 \quad \lambda(a_5 - a_3) = a_3 - a_5$$

$$a_9 = a + 8q = 3x^2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	-2

Проверка: $-1 - \oplus$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2 \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$-1 - \sqrt{3}$:

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2 \cdot 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_9 = 9 \cdot (-1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$a_3 - 1 + \sqrt{3} : a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = 4$$

$$a_9 = 6 + 6\sqrt{3}$$

Ответ: $-1, -1 \pm \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -3 \leq 9x-3y \leq 3 \end{cases}$$

~~Заметим, что $8x+4y \leq ?$~~

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 8y-x \leq 3 \\ -1 \leq y-3x \leq 1 \end{cases}$$

$$1) -4 \leq 3x-y+3y-x \leq 4$$

$$-4 \leq 2(x+y) \leq 4$$

$$-2 \leq x+y \leq 2$$

$$2) -3 \leq 3x-y+x+y \leq 3$$

$$-3 \leq 4x \leq 3$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$3) -5 \leq 4y \leq 5$$

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}$$

$$4) \max(8x+4y) = 8 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{5}{4} = 11$$

Подставив $x = \frac{3}{4}$; $y = \frac{5}{4}$ убедимся, что все работает и является верным.

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$m, n \in \mathbb{N}, A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \textcircled{1}$$

$$mn \cdot (m+n-3) = 75 \cdot q^2 \quad \textcircled{2}$$

1. $m+n=1$

подставим в $\textcircled{2}$

$$mn \cdot (-2) = 75q^2$$

\uparrow
 \mathbb{N}
 \emptyset

2. $m+n=13$

подставим в $\textcircled{2}$ $p=2$

$$mn = 10 = 75q^2$$

$$mn \cdot 2 = 15q^2$$

$$q:2, \text{ но } q \text{ простое}$$

$$q=2$$

$$mn = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30$$

$$m(13-m) = 30$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$(m-3)(m-10) = 0$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

3. $m+n=13p$

$$m+n-9 = p$$

$$m+n+13p = p+9$$

$$12p = 9$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$5. m+n=p$$

$$m+n-9 = 13p$$

$$m+n = p = 13p+9$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

4. $m+n=13p^2$

$$m+n-9 = 1$$

$$m+n = 10$$

$$10 = 13p^2$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$6. m+n=p^2$$

$$m+n-9 = 13$$

$$m+n = 22$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

Значит в I случае у нас только $(10, 3); (3, 10)$.

$$2) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{13} \textcircled{13p^2}$$

$$\textcircled{15} \textcircled{13p} p^2$$

~~$$mn(m+n-3) = 13p^2 \quad \textcircled{2}$$~~

1) $m+n-3=1$

$$m+n=4$$

подст. в $\textcircled{1}$

$$4 \cdot (-5) = 75q^2$$

$$\emptyset$$

2) $m+n-3=13$

$$m+n=16$$

$$16 \cdot 25 = 75q^2$$

$$q^2 = 16 \cdot 7 = 75q^2$$

$$\emptyset, \text{ т.к. } 16 \cdot 7 / 75$$

3) $m+n-3=p$

$$mn = 13p$$

$$m+n = p+3 \quad \textcircled{6}$$

$$(p+3)(p-9) = 75q^2$$

$$p-27 \Rightarrow p-6-27, q-4 \text{ простое}$$

$$q^2 = 4 \Rightarrow p = 10, p \text{ простое}$$

$$2) p-102 \Rightarrow p+3-27 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow p+3-4 \Rightarrow p=1, \text{ т.к. } q \text{ простое}$$

4) $m+n-3=13p$
 $mn=p$
 ~~$m+n=13p+3$~~
 $p-10 \text{ простое} \Rightarrow m=p, n=1$
 $m=1, n=p$
 $p \cdot (p+3) = 13p^2$
 $p \cdot (p-2) = 13p^2$
 $p^2 - 2p = 13p^2$
 $12p^2 + 2p = 0$

см след
сторону



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) m + n - 3 = 13p^2$$

$$mn = 1$$

↓

$$m = n = 1$$

$$1 + 1 - 3 = 13p^2$$

∅

$$6) m + n - 3 = p^2$$

$$mn = 13$$

Т.к. $m, n \in \mathbb{N}$

↓

$$\begin{cases} m = 13, n = 1 \\ m = 1, n = 13 \end{cases}$$

$$(13+1) \cdot (13+1-3) = 13p^2$$

$$14 \cdot 11 = 13p^2$$

$$(13+1)(13+1-3) = 75q^2$$

$$14 \cdot 11 = 75q^2$$

$$14 \nmid 75$$

∅

подходит

$$\begin{cases} m = 10, n = 3 \\ n = 10, m = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3, 10); (10, 3)$.



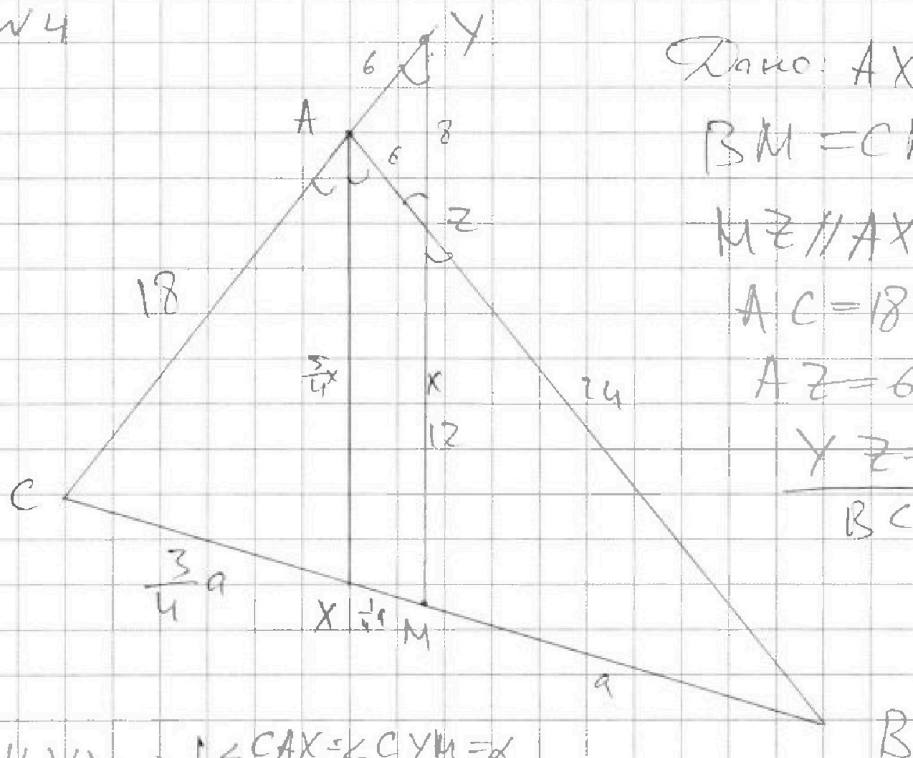
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано: AX - бисс

$$BM = CM$$

$$MZ \parallel AX$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$

$$1) AX \parallel YM \Rightarrow \begin{cases} \angle CAZ = \angle CYM = \alpha \\ \angle XAZ = \angle AZY = \alpha \end{cases} \Rightarrow \triangle AZY \text{ р/д} \Rightarrow AX = AZ = 6$$

$$2) \text{ т. кос. в } \triangle AZY: \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$4) \triangle CAZ \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$CX = \frac{3}{4}a, XM = \frac{1}{4}a, MB = 9 \text{ (т.к. } CM = MB)$$

$$5) \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = X, AX = \frac{5}{4}X$$

$$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{4}X} = \frac{24}{8+X} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18X = 24 \cdot \frac{5}{4}X = 30X$$

$$X = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$$

см. след. стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~4~~. Продолжение

Таким образом мы получили ~~11~~ $YM = 8 + x = 20$.

Тогда т. кос. для $\triangle CYM$:

$$CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2CY \cdot YM \cdot \cos \alpha$$

$$CM^2 = 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= 9576 + 400 - 6400 = 336 = 56 \cdot 6 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 7$$

↓

$$CM = 4\sqrt{21}$$

6) $\angle MZB = \alpha$ т. кос. для MZB .

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2MZ \cdot ZB \cdot \cos \alpha$$

$$MB^2 = 12^2 + 24^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3} = 720 - 384 = 336$$

↓

$$MB = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$7) BC = 2MB = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

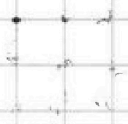
$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{y} - (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$



$$8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{8 \cdot 9}{2}$$



$$\begin{aligned} 8 &\leq 8x - 8y \leq 8 \\ 1 &\leq x - y \leq 1 \\ 4 &\leq 4x - 4y \leq 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &\leq y - 3x \leq 1 \\ 3 &\leq 3y - 3x \leq 3 \\ 2 &\leq 2x \leq 2 \\ 1 &\leq x \leq 1 \end{aligned}$$

$$8 \leq 8x + 4y \leq 8$$

$$1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

х о т л о ж

$$\begin{aligned} A &= 13p^2 & (m+n)(m+n-9) &= 13p^2 \\ B &= 75p^2 & (m+n)(m+n-3) &= 75p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \\ B &= m^2 + m^2 - 3mn = m(m+n-3) \end{aligned}$$

m, n ∈ N

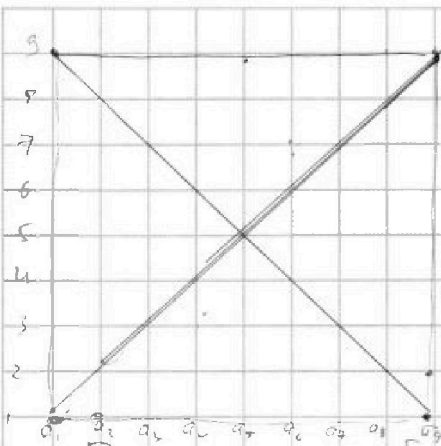
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего узлов: $9 \cdot 9 = 81$,
из них $7 \cdot 7 = 49$ внутри,
 $8 \cdot 4 = 32$ снаружи (не границе).

Всего способов выбрать 2 узла $C_{81}^2 = \frac{81 \cdot 80}{2}$,
но некоторые рассрасси мы посчитали не одну
разу. Пронумеруем точки как в шахматах: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ и
 $1, 2, 3, 4, \dots, 9$ (нумеруем мы узлы). Тогда по
узловым $(a_1, 1), (a_2, 1)$ и $(a_9, 1), (a_3, 2)$ - единственные
рассрасси. Т.к. поворота 4, такие два узла мы
посчитали 4 раза. Заметим, что любые две точки,
лежащие на одной прямой и на равном
расстоянии от узла $(a_5, 5)$ посчитаны нами не
4 раза, а 2. Т.к. после второго поворота на 90° они
образуются в тех же узлах (т.к. центр ~~на~~ симм-
 $(a_5, 5)$). Тогда посчитаем количество
таких пар (с равным расст. на одной
прямой через $(a_5, 5)$) от себя мы



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 продолжение

Поймем, что точки будут-
ся на парах, в которых
обе лежат на одной прямой,
проходящей thru $(a_2, 5)$ и
на одном ряду. Значит таких

пар $\frac{81-1}{2} = 40$. Кажется, именно эти
40 пар мы посчитали по 2 раза встав
и-х. Тогда дважды добавим их к
 C_{81}^2 , таким образом каждую посчи-
тали 4 раза и разделим на 4:

$$\frac{C_{81}^2 + 40 \cdot 2}{4} = \frac{81 \cdot 80}{2} + 80 = \frac{81 \cdot 80}{8} + \frac{80}{4} =$$
$$= 81 \cdot 10 + 20 = 810 + 20 = 830$$

Ответ: 830 способов

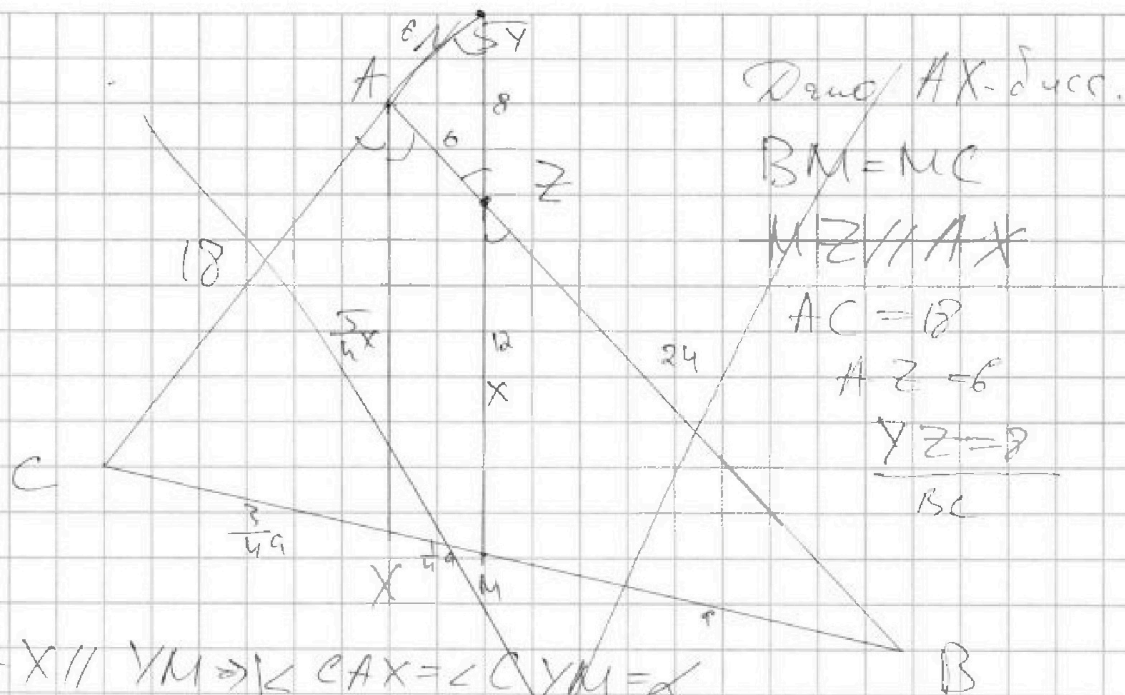
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано AX - дуга.
 $BM = MC$
 $MZ \parallel AX$
 $AC = 18$
 $AZ = 6$
 $YZ = 8$
 BC

1) $AX \parallel YM \Rightarrow \angle CAX = \angle CYM = \alpha$
 $\angle XAZ = \angle AZY = \alpha \Rightarrow \triangle AZY \text{ рт } \Rightarrow AY = AZ = 6$

2) Т. кос. в $\triangle AZY$: $\cos \alpha = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

3) $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

4) в $\triangle CYM$: $CM = \frac{CY \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} = (6 + 18) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 24 \sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

5) $CB = 2CM \Rightarrow CB = 16\sqrt{5}$

~~Ответ = $16\sqrt{5}$~~

4) $\triangle CAX \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4} \cdot 9, XM = \frac{1}{4} \cdot 9, MB = 9$

Тогда $\frac{6}{9} = \frac{ZB}{9} \Rightarrow ZB = 24$

5) $\frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = X, AX = \frac{5}{4}X$

$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{4}X} = \frac{24}{8+X} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18X = 24 \cdot \frac{5}{4}X = 30X \Rightarrow X = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$

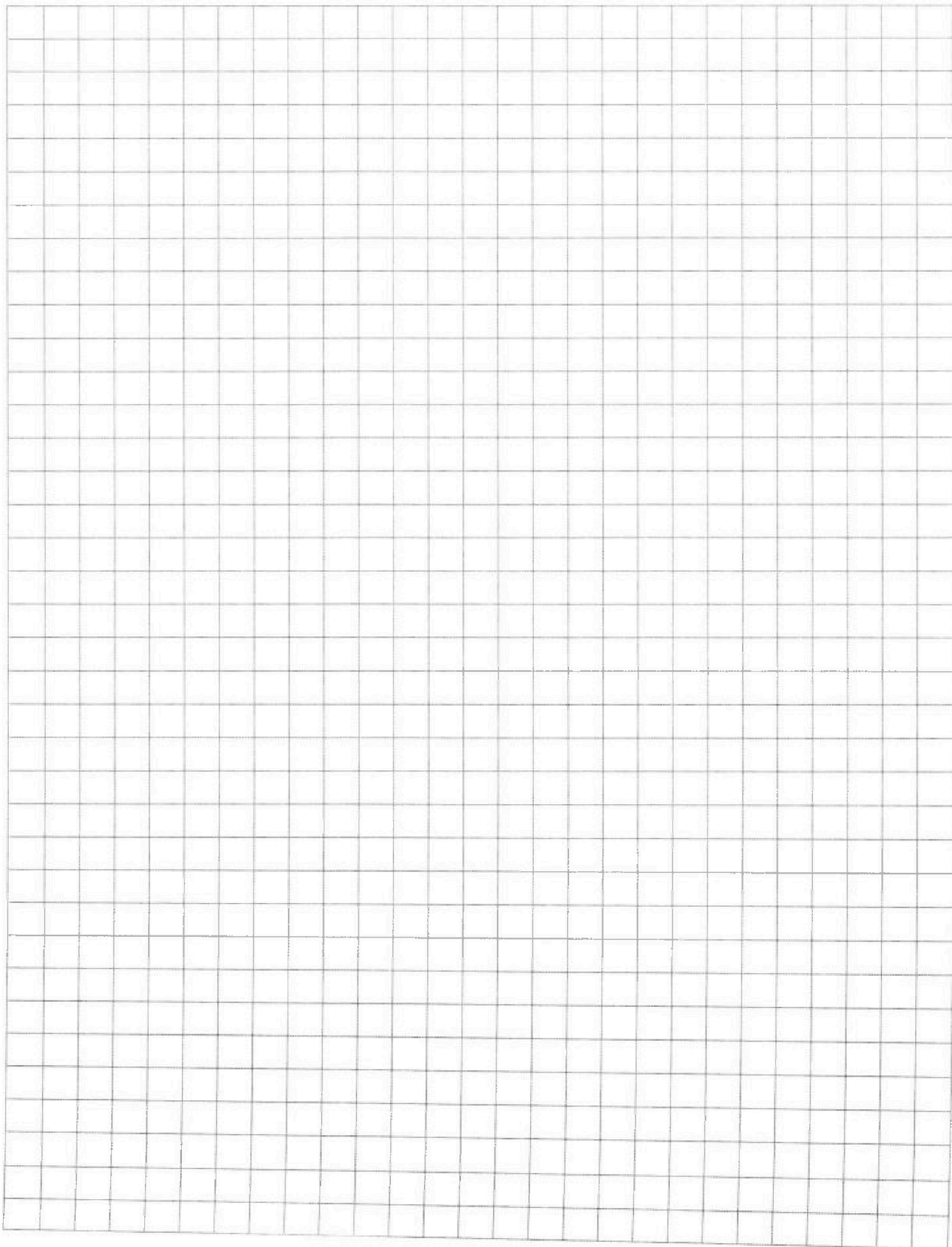


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$3 - 2\sqrt{3} + 1$$

$$a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= (-1 + \sqrt{3})^2 + 2 \cdot (-1 + \sqrt{3}) \\ &= (1 - 2\sqrt{3} + 3 - 2 + 2\sqrt{3})^2 = \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$3 \cdot (-1 - \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

из

$$+ 8 \sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$3 \cdot (-1 + \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (-1 + 2\sqrt{3} + 3) = 3(2 + 2\sqrt{3}) = 6 + 6\sqrt{3}$$

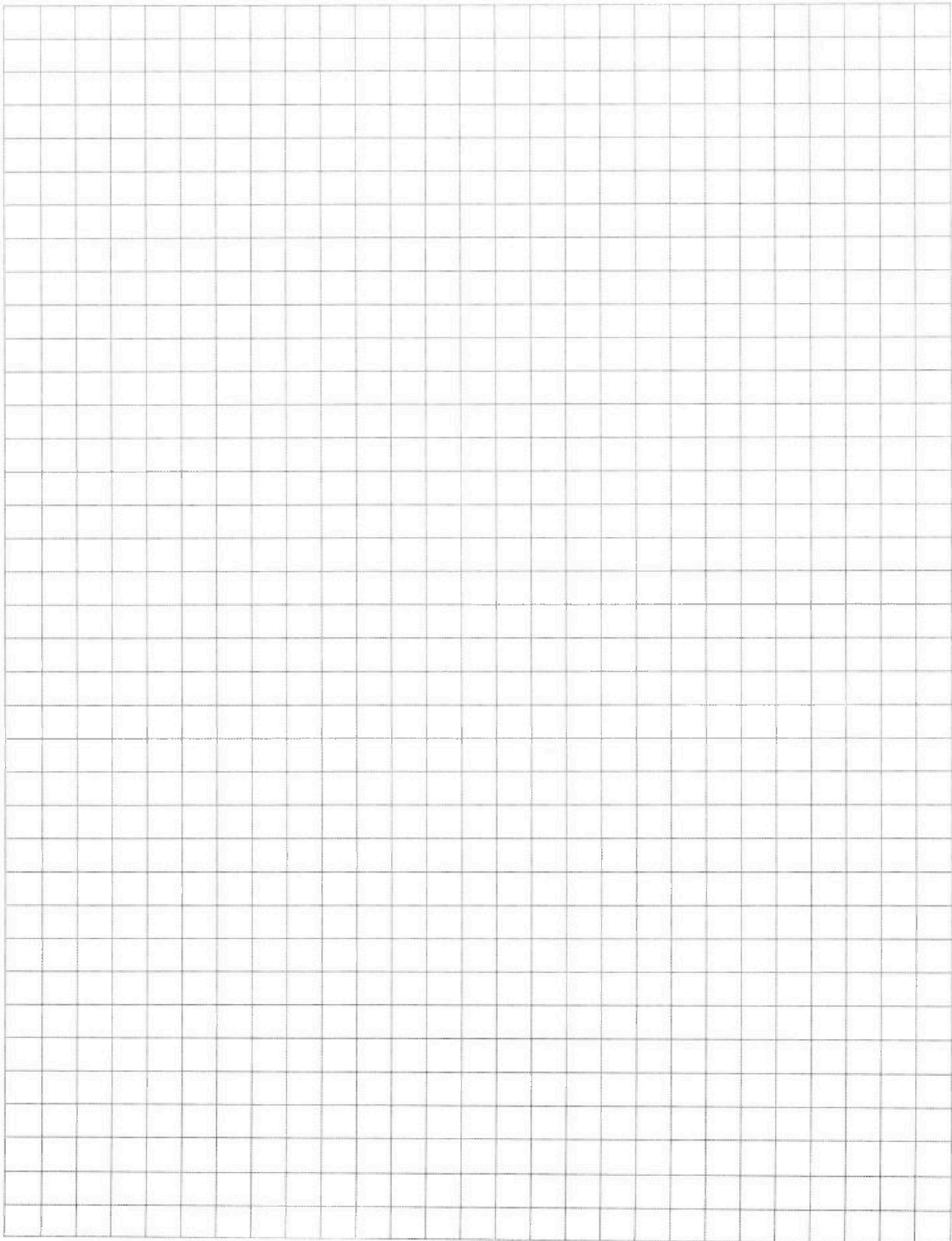


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BZ}{BA} = \frac{ZM}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

~~18~~

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{18}{\frac{5}{4}x} = \frac{24}{8+x}$$

$$18 \cdot 8 + 18x = 24 \cdot \frac{5}{4}x = 30x$$

$$18 \cdot 8 = 12x$$

$$6 \cdot 3 \cdot 8 = 12x$$

$$x = 16$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ 81 \\ 8 \\ \hline 2148 \end{array}$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{(1+2\sqrt{3+3-2\sqrt{3}})^2} = \sqrt{1+2\sqrt{3+3-2\sqrt{3}}}$$

$$a_1 = 3, a_2 = 1, a_3 = 0$$

$$1 - \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^2 =$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + (x+1)^2 + 1$$

	1	4	3	-2	4
x-1	1	3	0		

$$(x^2 + 2x - x - 1)(x^2 + 2x + 1) = 1$$

$$(x^2 + x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 1 \quad (x^2 - 1)(x + 2) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$(x-1)(x+1)(x+2) =$$

n 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(4y + 8x)$$

	1	2	-1	-2
x-1	1	3		

$$\begin{aligned} -3 &\leq x - 3y \leq 3 \\ -1 &\leq 3x - y \leq 1 \end{aligned}$$

$$\leq 8x + 4y \leq$$

	1	2	-1	-2
x-1	1	3	2	0

$$(x-1)(x^2 + 3x + 2)$$

$$\begin{aligned} -3 &\leq 9x - 3y \leq 3 \\ 3 &\leq 3y - x \leq 3 \end{aligned}$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

	1	4	3	-2	-2
x-1	1	3	0	-2	0

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) =$$

$$= x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

	1	3	0	-2
x-1	1	2	-2	0

$$D = 4 + 4 \cdot 2 =$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) =$$

$$= x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + 2x - 2 =$$

$$= x^3 + 3x^2 - 2$$

	-2	-8	+12	-2
				-1 + 3 - 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a_1 = a; a_2 = a + X, a_n = a + X \cdot (n-1)$$

$$a, a+q, a+2q, \dots, a+(n-1)q$$

$$a+2q = 3x+3 \quad \text{III}$$

$$a+4q = (x^2+2x)^2 \quad \text{IV}$$

$$a+8q = 3x^2 \quad \text{IX}$$

$$a+2q = 3x+3$$

$$a+4q = x^4+4x^3+4x^2 \quad \uparrow -2q$$

$$a+8q = 3x^2 \quad \uparrow -4q$$

$$(x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \cdot 2 = 3x^2 - (x^4+4x^3+4x^2)$$

$$2x^4+8x^3+8x^2-6x-6 = 3x^2-x^4-4x^3-4x^2$$

$$3x^4+12x^3+12x^2-6x-6 = 0 \quad -2 \cdot (-1-2)$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2 = 0$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2 : x+1$$

$$x^4+4x^3+4x^2+3x^2-2x-2 = 0$$

1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	0

$$(x^2+2x)^2 - (x^2+2x-2) = 0$$

$$(x^2+2x)^2 = (x+1)^2 - 1$$

-1 - корень $(x+1)(x^3+3x^2-2x)$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2$$

$$\begin{array}{r} x^4+4x^3+3x^2-2x-2 : x+1 \\ \underline{x^4+x^3} \\ -3x^2-3x^2-2x-2 \\ \underline{-3x^2-3x^2} \\ -2x-2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
 $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\cos \alpha = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\frac{3 \cdot 2}{2}$
 $\frac{4(n-1)}{2}$

AX - биссектриса
 AX // ZM

18

24

24

24



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

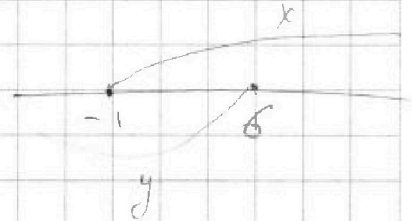
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad \begin{matrix} x \geq -1 \\ y \leq 6 \end{matrix}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y}$$



$$\begin{array}{r} 585 \\ 32 \\ \hline 918 \\ 1836 \\ \hline 3672 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 918 \\ 1836 \\ \hline 2754 \end{array}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$8 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 2222 \\ \hline 3333 \\ 6666 \\ \hline 9999 \end{array}$$

$$= 9 \cdot 9 = 81$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ 999 \\ \hline 1998 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline 72 \\ 72 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ 999 \\ \hline 1998 \\ 1998 \\ \hline 3996 \\ 3996 \\ \hline 7992 \\ 7992 \\ \hline 15984 \end{array}$$

$$8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$
 $CM = MS$

$\frac{CA}{CY} = \frac{AX}{MY}$
 $\frac{CA}{CX} = \frac{CX}{CM} = \frac{XM}{MY} = \frac{3}{4}$

$\frac{6}{\frac{24}{4}} = \frac{x}{24}$
 $x \cdot \frac{24}{4} = 6 \cdot 24$
 $x = 24$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot n = p$$

$$p \cdot (p-2) = 13p^2$$

$$p^2 - 2p = 13p^2$$

~~$$13p^2$$~~

$$12p^2 + 2p = 0$$

$$p(12p+2) = 0$$

$$\begin{cases} p = 0 \\ p = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$p = 10$$

$$p = 6 = 4$$

$$2 = 6 \cdot 9 \Rightarrow 9 = 2$$

$$(p+3)(p-6) = 7 \cdot 9^2 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$(p+3)(p-9) = 7 \cdot 9^2$$

$$m \cdot n = 13p$$

$$m+n-3 = p$$

$m+n=4$
 $p=9$

$$\begin{array}{r} 1 \\ p \\ 13p \\ 13p^2 \\ \hline m+n-3 = \end{array}$$

$$12p = 9$$

$$13p = p+9$$

$$m+n = p+9$$

$$m+n = 13p$$