



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$\{a_n\}$  - арифм. прогрессия

$d$  - разность арифм. прогрессии

Тогда по определению прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

каждый элемент прогрессии

Тогда

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_1 + 4d = x^2 + 2x + 4x^2 \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$a_1 = 3x + 3 - 2d = 3x + 3 - x^2 + x + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 (*)$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{array} \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & 0 \end{array} \Rightarrow x = -1 \text{ - корень}$$

$$(*) = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Если  $x = -1$ :

$$d = 0,5$$

$$a_1 = -1$$

$$x = -1 + \sqrt{3}$$

$$d = \frac{4 - 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 1}{2} = 2 - 1,5\sqrt{3}$$

$$a_5 =$$

Скорее всего  $x \in \{-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

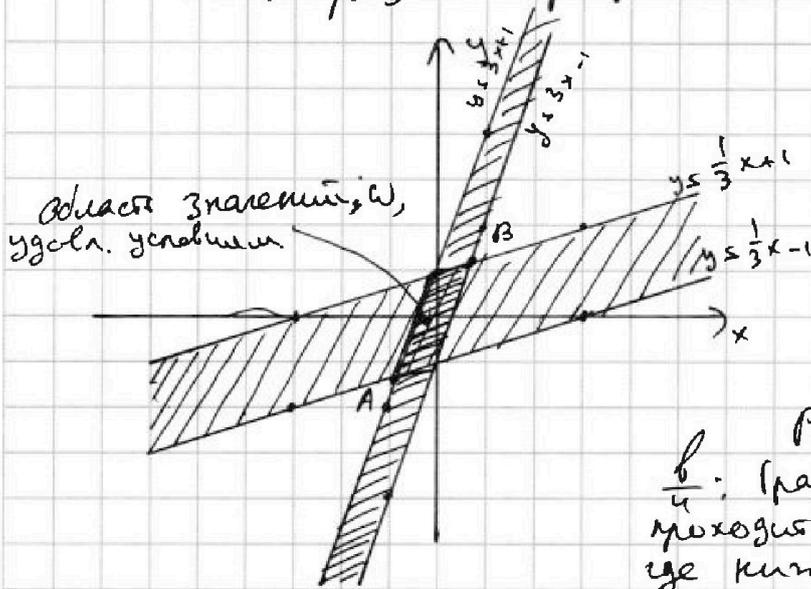
n2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases} \quad 4y + 8x \leq 6$$

Изобразим графиками:



Пусть  $4y + 8x \leq 6$

$$y \leq \frac{6}{4} - 2x \quad (*)$$

$\frac{6}{4}$  — y координата пересечения в области с осью Oy.  $y \leq \frac{6}{4} - 2x$  — линия допустимых значений  $\frac{6}{4}$ , если  $x$  допустимые значения  $4y + 8x \leq 6$ .

Рассм. область значений  $\frac{6}{4}$ : график  $y \leq \frac{6}{4} - 2x$  (\*) проходит через область  $S$ , где кишем точка A, график B  $\Rightarrow$  максимальные

значения  $\frac{6}{4}$  будет, если (\*) пройдет через B, т.е. найд координаты точки области с наибольшими координатами  $x, y$ . Найдём  $x_B, y_B$  — перес.

$$y \leq \frac{1}{3}x + 1 \quad \text{и} \quad y \geq 3x - 1;$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ y \geq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 \leq \frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow \frac{8}{3}x \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow y \leq \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$4y + 8x \leq 6 \Rightarrow \sqrt{5 + 6 \geq 11}$  — это и есть максим. значение выражения.

Ответ:  $\frac{6}{4}$  наибольшее значение выражения  $4y + 8x + 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13  
 $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$   
 $B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$

1) Пусть  $A = 13p^2$ :  $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$ ,  $p$  - простое

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 & (1) \\ m+n \leq p^2 \\ m+n-9 \leq 13 & (2) \\ m+n = 13p & (3) \\ m+n-9 = p & (4) \\ m+n \leq p \\ m+n-9 = 13p \end{cases}$$

а) Пусть (1):  
 $\begin{cases} m+n = 13 \\ 4 \leq p^2 \Rightarrow p \geq 2 \end{cases}$  - простое  
 найдем  $m, n$ :  

(12; 1)	(6; 7)
(11; 2)	(5; 8)
(10; 3)	(4; 9)
(9; 4)	(3; 10)
(8; 5)	(2; 11)
(7; 6)	(1; 12)

б)  $\begin{cases} m+n \leq p^2 \\ m+n = 22 \end{cases}$   $p^2 \geq 22$   
 не подходит  
 $m, n \in \mathbb{N}$

в)  $\begin{cases} m+n = 13p \\ m+n-9 = p \end{cases}$   
 $13m = 12n + 117$   
 $:12 \quad :12 \quad /12$   
 $m, n \in \mathbb{N}$

г)  $\begin{cases} m+n \leq p \\ m+n-9 = 13p \end{cases}$

$m+n-9 = 13m + 13n \Rightarrow 12m + 12n = -9$   
 $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \notin \mathbb{N}$

9) Пусть  $B = 25q^2$   
 Если  $A = 13p^2$ , то  $B = 25q^2$ ,  $p, q$  - простые.  
 $B = mn(m+n-3) = 25q^2$

Проверим пары  $m, n$  (в.ч.  $B = mn(m+n-3)$ , но проверка по величине  $m, n$  в.ч. для значений  $B$  пар  $(12; 1)$  и  $(1; 12)$  не имеет смысла.)  
 $(12; 1) \Rightarrow B = 12 \cdot 10 = 120 \neq 25q^2$

$(11; 2) \Rightarrow B = 22 \cdot 10 = 220 \neq 25q^2$

$(10; 3) \Rightarrow B = 30 \cdot 10 = 300 \neq 25q^2$   
 $q = 2$  - простое  $\Rightarrow$  пара  $(10; 3)$  и  $(3; 10)$  - решение.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(9; 4) \Rightarrow B \leq 36 \cdot 10 \leq 360 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

$$(8; 5) \Rightarrow B \leq 40 \cdot 10 \leq 400 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

$$(7; 6) \Rightarrow B \leq 42 \cdot 10 \leq 420 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

2)  $A \leq 75q^2$ , тогда  $B \leq 13p^2$ ,  $p, q$  — простые, тогда:

$$mn(m+n-3) \leq 13p^2 \quad (*)$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

а) Найдем корни  $m$  и  $n$ , углов ( $\neq 1$ ):

$$\begin{cases} mn \leq 13 & \text{1} \\ m+n-9 \leq p^2 & \text{2} \\ mn \leq p^2 & \text{3} \\ m+n-9 \leq p & \text{4} \end{cases}$$

б) Рассм 1):  $mn \leq 13 \Rightarrow$  возможные корни  $m$  и  $n$  (13; 1), (1; 13), т.к. 13 — простое

$$m+n \leq 14$$

$$14 - 9 \leq p^2$$

$$\Rightarrow p^2 \Rightarrow p \in \emptyset; \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

в) Рассм 2):

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \Rightarrow \text{либо } m \leq n \leq p^2 \\ \text{либо } m \leq n \leq p \end{cases}$$

$$m+n \leq 22$$

$$\begin{cases} m \leq p^2 & m \leq \text{аканов.} \\ n \leq p^2 & n \leq p^2 \end{cases}$$

$$p^2 + 1 \leq 22$$

$$m+n \leq p$$

$$2p \leq 22$$

$$m, n \in \mathbb{K}$$

$$p \in \emptyset$$

$$\begin{cases} m \leq n \leq p \\ p \leq 11 \Rightarrow \underline{m \leq n \leq 11} \end{cases}$$

2) Рассм 3):

$$\begin{cases} mn \leq 13p \\ m+n \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq 13p & m \leq 1, n \leq 13p \text{ аканов.} \\ n \leq 1 \\ 13p+1 \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq 13 \\ n \leq p \\ 13+p \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \in \mathbb{K} \\ n \in \mathbb{K} \\ p \leq \frac{2}{3} \Rightarrow p \in \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \leq 0 \Rightarrow m, n, p \in \emptyset \end{cases}$$

г) Рассм 4):

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq p & \text{т.к. } p \text{ — простое, } m \leq 1, n \leq p \text{ — аканов.} \\ n \leq 1 \\ p+1-9 \leq 13p \end{cases}$$

е)  $A \leq 75q^2 \leq (m+n)(m+n-9)$  метамат.  $m \leq 1, n \leq 11$   
 $75q^2 \leq 22 \cdot 13 \leq 286 \Rightarrow q \in \emptyset, m, n \in \mathbb{K}$

Вним рассмотрели все возможные случаи, использовались все грани, т.к.  $p$  и  $q$  — простые, а если пометить метамат. в  $m$  и  $n$ , то ничего не будет изменено.

Ответы (10; 3), (3; 10), (1; 10), (10; 1)



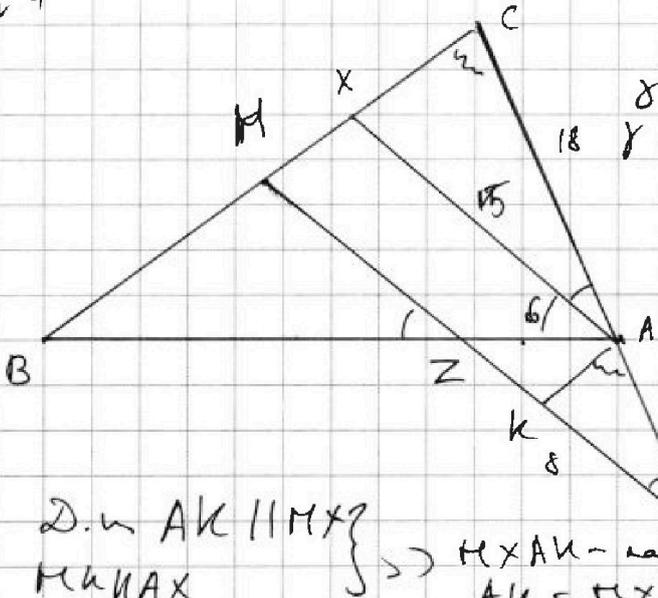
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



$\angle AYZ \leq \angle MZB$  (верш.)  $\Rightarrow \delta$   
 $\delta \leq \angle XAZ \leq \angle CAZ$  (общ.)  
 $\gamma \leq \angle XAZ \leq \angle MZB$  (сооб.)  
 от парал. прямых  
 $\angle CAB \leq 2\delta \leq \angle AYZ \leq \angle AYZ$   
 $\Rightarrow \gamma \leq \angle AYZ$   
 $\triangle AYZ \leq \delta$   
 $\triangle AYZ \sim \triangle MZB$   
 $AY \leq AZ \leq \delta$

Д.ч.  $AK \parallel MX$   
 $MK \parallel AX$

$\Rightarrow MK \parallel AX$  - параллельно  
 $AK \leq MX, MK \leq AX$   $\Rightarrow$   
 $\angle KAY \leq \angle MCY$  (сооб.),  $\angle BMZ \leq \angle ZKA$  (сооб.)

$\triangle AKY \sim \triangle CAZ$  (по 2 углам)  $\Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{XA}{KY} \Rightarrow KY \leq \frac{X}{3}$   
 $\triangle ZKA \sim \triangle BZM$  (по 2 углам)  $\Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{XC}{KA} \Rightarrow KA \leq \frac{1}{3} XC \leq MX$   
 Пусть  $X$  ( $\leq a$ )  $\Rightarrow MX \leq \frac{1}{3}a$   
 $M$  - сеп.  $BC \Rightarrow BM \leq MC \leq \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a = \frac{2}{3}a$   
 $\triangle ZKA \sim \triangle BZM$  (по 2 углам)  $\Rightarrow \frac{BM}{KA} = \frac{BZ}{ZA} = \frac{MZ}{ZK} \Rightarrow \frac{1}{3}a \leq \frac{BZ}{2a} = \frac{MZ}{2k} \Rightarrow$

~~Но одна граница достигается:  $BA \leq 3a$   $\Rightarrow$   $BZ \leq 2a$~~   
 $AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$

$MZ + 2k \leq X \Rightarrow 2k \leq \frac{1}{5}X$   
 $MZ \leq 4k$   
 $2k + k \leq \delta \leq \frac{1}{3}X + \frac{1}{3}X \Rightarrow \frac{8}{15}X \leq \delta, X \leq 15 \leq AX$

Но определению границ достигается,  
 $AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$   
 $225 \leq 540 - (\frac{4}{3} + \frac{1}{3})a \cdot a$   
 $\frac{5}{3}a^2 \leq 315 \Rightarrow a \leq \sqrt{\frac{3 \cdot 315}{5}} = 9\sqrt{21} \Rightarrow BC \leq MB + MC = \frac{8}{3}a = 8\sqrt{21}$

Ответ:  $BC \leq 8\sqrt{21}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\wedge} 5 \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - (y^4) \leq y^4 - (x^4) + 5y^2 \end{array} \right.$$

$$x^4 + 5x^2 - (y^4) \leq y^4 - (x^4) + 5y^2$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{6+5x-y^2} + \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 0$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 + 5y^2 + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x-y)(x+y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(x+y)(x-y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-y)(x+y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(x+y)(x-y) + 1 \geq 0 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

единственный вариант:

$$x \leq y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \rightarrow (1):$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (1) \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{array} \right.$$

1) Пусть  $0$ :

$$\text{Замени } a = \sqrt{x+1}, b = \sqrt{6-x} \Rightarrow a^2 + b^2 = 7$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} - 5 \quad |^2 \quad a - b + 5 \leq 2ab$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 25 \leq 4(6-x)(x+1) - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 25$$

$$\text{Замени } t = \sqrt{6-x}\sqrt{x+1};$$

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t \leq 5/6 \text{ не подходит} \\ t \geq 3 \end{array} \right. \text{ не подходит}$$

СДК замена:

$$a) \sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 3 \quad |^2$$

$$b) 6+5x-y^2 \leq 9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 5x + 3 \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) \sqrt{6+5x-x^2} \leq 1,5 \sqrt{2}$$

$$6+5x-x^2 \leq 2,25$$

$$x^2-5x-3,75 \leq 0$$

$$D \leq 25 + 15 \leq 40 > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,2} \leq \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}, 2,5 \pm \sqrt{10} \\ 2,5 \leq x \leq 6 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{x \leq 2,5 + \sqrt{10}}$$

2) Вернемся к началу:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq 0, y \geq 0 \\ x \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ x \leq 2,5 - \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 - \sqrt{10} \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \end{array} \right.$$

Ответ:  $\left( \frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right)$ ,  $\left( \frac{5 - \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right)$ ,

$(2,5 + \sqrt{10}; 2,5 + \sqrt{10})$ ,  $(2,5 - \sqrt{10}; 2,5 - \sqrt{10})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

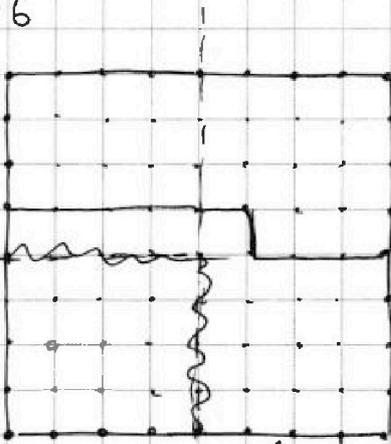


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6



можно водить в нем гла узла;  
всего в ок состоит из 25 узлов;  
 $a \leq 25 \cdot 24$ .

Расши в лауре, в меньшей  
 $\frac{1}{4}$  долиmero, в лауре.  
(сильней, больше, меньше)  
Евсем водятся на  
нем нами - в гла  
узла и покрасить, в  
тм некоторых дуга еще 3  
там же не всегда раскрасит.  
Каждый, с помощью способов

Видедем одну точку в 20 и лауре  
и другую в фигуре, следенно с помощью  
милитер - она состоит из 40 узлов, в лауре  
различна вариант выбора;  $b \leq 25 \cdot 40$ .  
Так тм других вариантах раскраски  
дво изобразили будут помешать те же  
самые помешатели, но тм уже вариантов  
а в не дан пропарализован узел, как же  
а на обеих симметрих: <sup>традиция</sup> вода обрат  
милитер вариант, тм узел, как же  
по осей симметрих, в лауре могут  
дво помешать и способами а не 2,  
или все остальные в узел в вариантах,  
значит нужно в лауре там же варианты  
из общего количества. Места где узел  
на лауре - 9, места где узел на фигуре,  
следенно с помощью помешать -  $8 \Rightarrow c \leq 8 \cdot 9$   
Тогда, поперки от:

$N \leq a \cdot b - c \leq 600 \times 1000 - 72 \leq 1528$  (вариантов)

Всего  $N \leq 1528$  вариантов.

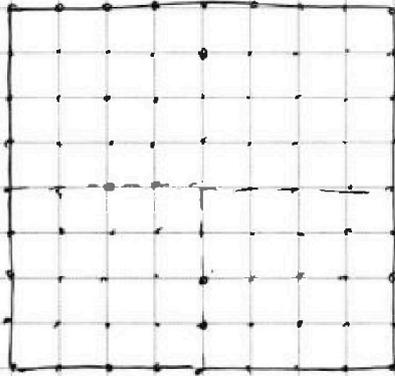


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$25 \cdot 24 + 25 \cdot 40 = 9.8$$

$$9.8$$

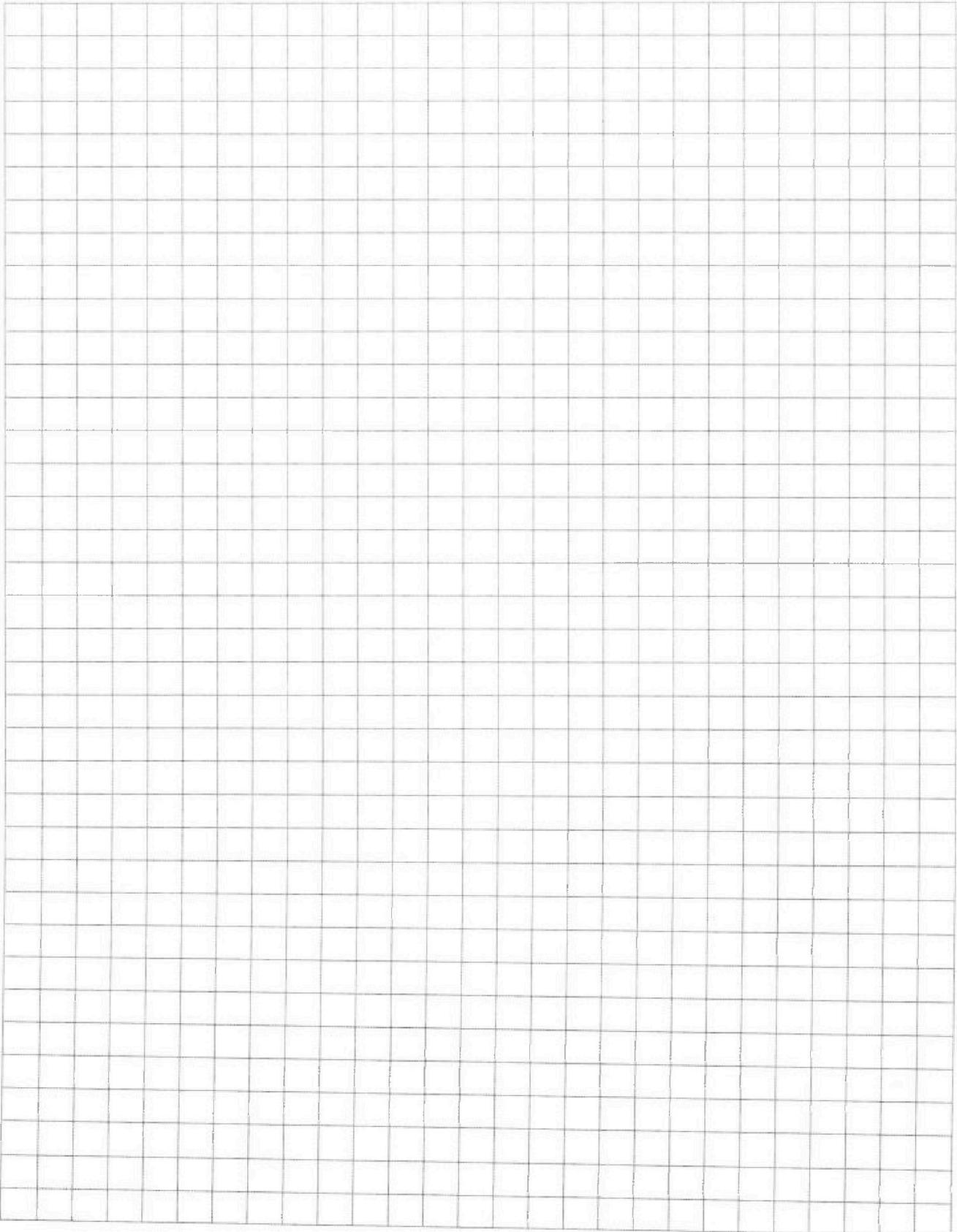


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



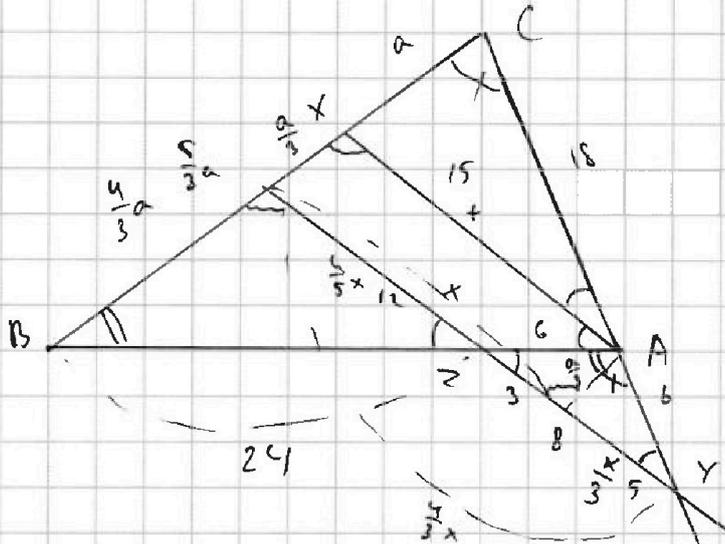


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{3}x + \frac{x}{3} = 8$$

$$\frac{2}{3}x = 8$$

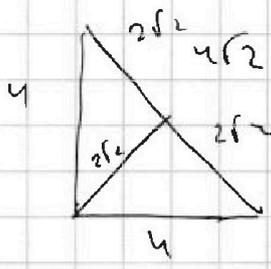
$$x = 12$$

$$15^2 = 30 \cdot 18 - \frac{5}{3}a \cdot a$$

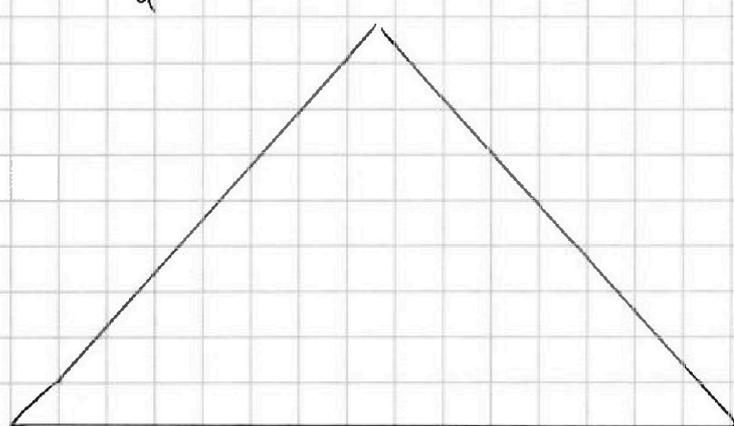
$$225 = 540 - \frac{5}{3}a^2$$

$$315 = \frac{5}{3}a^2$$

$$189 = a^2$$



$$8 = 16 - 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1} - 5 \sqrt{x+1}$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 4 \cdot (6-x)(x+1) + 25 - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$4(6-x)(x+1) - 18\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 18 \leq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 \leq 0$$

$$t \leq 81 - 72 = 9 \Rightarrow$$

$$t, 2 \leq \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow t \leq 3 \Rightarrow t \leq 3, 5$$

$$x^2 - 5x + 3 \leq 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$3,5 \quad 8,5$$

$$2,5 \leq \sqrt{10} - 1$$

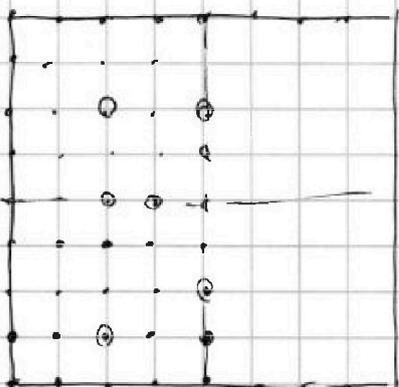
$$3,5 > \sqrt{10} - 1$$

$$1,5 > 10$$

$$4,5 \quad 2,5 + \sqrt{10} < 6$$

$$3,5 + \sqrt{10} < 3,5$$

$$5 + \sqrt{13} \quad 12$$



16 десок

$$25 \cdot 24 \cdot \frac{1}{4}$$

$$52 \times 21 = 21 \times 7 = 81$$

$$81 \cdot 80$$

$$16 \cdot 75 + 16 \cdot 16$$

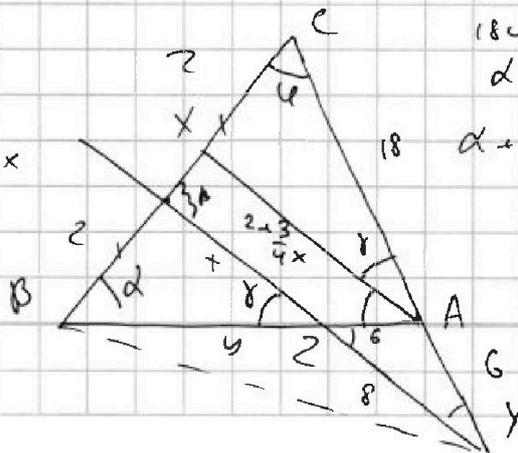
$$25 \cdot 24 = 25 \cdot 16$$



Ω Ω Ω

$$\frac{2 \cdot \frac{3}{4}x}{x} = \frac{5+6}{y}$$

$$2 \cdot \frac{3}{4}x \cdot y \leq x \cdot y + 6x$$



$$\alpha + \gamma \leq \beta$$

$$180 - \beta \leq \gamma + \alpha$$

$$\alpha + \gamma \leq 180 - 2\beta$$

$$\alpha + \gamma - 180 + 2\beta \geq \beta - \gamma \Rightarrow \alpha + \gamma - 180 + 2\beta \geq \beta - \gamma \Rightarrow \alpha + \gamma - 180 + \beta \geq -\gamma$$

$$\frac{24}{18} \leq \frac{8+x}{5}$$

$$y \leq \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{4}x$$

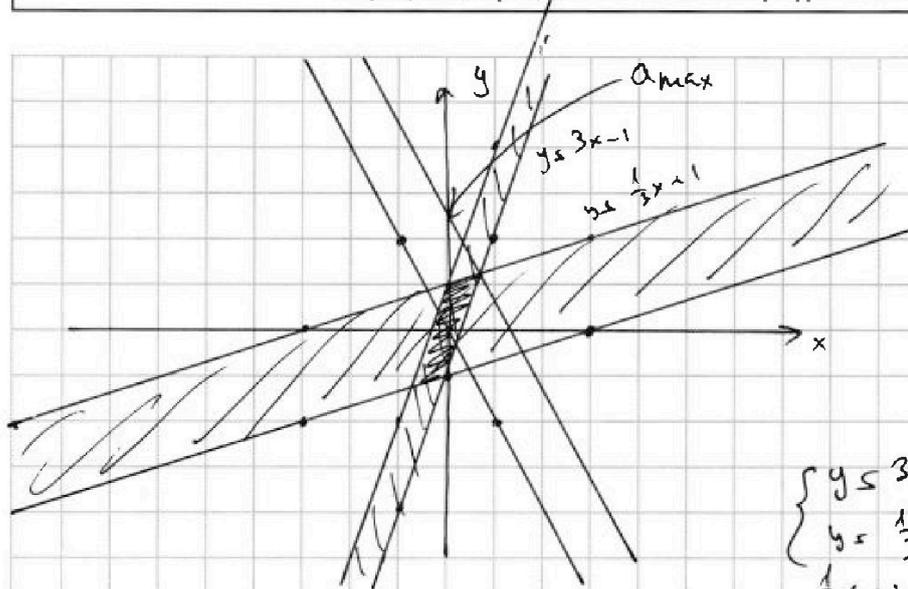


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4y + 8x = a$$

$$y = \frac{a}{4} - 2x$$

$$a \leq 0$$

$$y \leq -2x$$

$$\begin{cases} y \leq 3x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 1 \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ \frac{1}{3}x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x \leq 2 \\ 2x \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0,25 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0,25 \\ y \leq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9n - 9m$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \leq 13p^2$$

$$B = (m^2n + mn^2 - 3mn)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$75q^2 \quad 25 \cdot 3q^2$$

$$15 \cdot 5q^2$$

$$mn \leq 15$$

$$m+n-3 \leq 5q^2$$

$$mn \leq q^2$$

$$m+n-3 \leq 75$$

$$2q \leq 78$$

$$q \leq 39 \quad \text{X}$$

$$mn \leq 75$$

$$m+n-3 \leq q^2$$

$$73 \neq q^2$$

$$25 = q^2$$

$$d = 2 - 4\sqrt{3}$$

$$a = -4 + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 4 + 4$$

$$6\sqrt{3} - 4$$

$$4\sqrt{3} - 2(\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3}) + 3\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 4 + 2^2 = 2\sqrt{3} - 4$$

$$75 \leq 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$$

$$mn \leq 25 \quad 5 \cdot 5$$

$$m+n-3 \leq 3q^2 \quad 25 \cdot 3 \quad \text{X}$$

$$mn \leq 3q^2 \quad \frac{3q \cdot q}{3 \cdot q^2}$$

$$m+n = 28 \quad \frac{9}{9} \leq 5$$

$$4q \leq 21 \quad q \leq 7$$

$$p \leq 13 \quad 13p \cdot p$$

$$13 \cdot p^2$$

$$m+n \leq 13$$

$$m+n-9 \leq 4 \quad \checkmark$$

$$m+n-9 \leq 13 \quad \text{X}$$

$$m+n \leq 22 \quad \text{X}$$

$$mn \leq 13p$$

$$m+n \leq 9p$$

$$m+n \leq 13m + 13n - 117$$

$$12m + 12n \leq 117 \quad \text{X}$$

$$\begin{cases} m \leq 75 \\ n \leq 25 \\ p \leq 3 \end{cases} \quad \text{with number.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = a$$

$$a_3 = a + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a + 4d \quad Gd = 3x^2 - 3x - 3$$

$$a_9 = 3x^2 = a + 8d \quad 2d = x^2 - x - 1$$

$\beta$

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2 = a + 2x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 = a$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 + 4x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 12 & & \\ 1 & 1 & 2 & 8 & 6 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 6 & & \\ -2 & 1 & -1 & 8 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 & \\ 1 & 1 & 5 & 8 & 6 & \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0! \Rightarrow x = -2 \\ 16 - 32 + 12 + 4 - 2 & & & & & \end{array}$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$(-2)^4 + 4 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 2(-2) - 2$$

$$16 - 32 + 12 + 4 - 2$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -2 \quad -2$$

$$-1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -2 \quad 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2)$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2)$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c} x & 3 \\ \hline y & 0 \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ -2 \end{array}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$3y \geq x - 3$$

$$y \geq \frac{1}{3}x - 1$$

$$y \leq \frac{1}{3}x + 1$$

$$3x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y \leq 1$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$\begin{array}{c|c} x & 1 \\ \hline y & 2 \end{array} \begin{array}{c} -1 \\ -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ x \end{array}$$

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y \geq -3$$

$$3x - y \leq 1$$

$$3x - y \geq -1$$

