



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$; $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$; Δ Наша пр-ва имеет вид:

$$\Rightarrow 2a_4 = a_2 + a_6;$$

$$2a_4 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2};$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8;$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

Тогда $3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = 2(12 - 12x) + (-6x^2);$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0;$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0;$$

$$(x+2)^2(x+2+\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6}) = 0;$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ x = -2 + \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}. \end{cases}$$

Тогда либо $x = -2$; либо $x = -2 + \sqrt{6}$; либо $x = -2 - \sqrt{6}$;

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6, \\ |3x-2y| \leq 4. \end{cases}$$

т.к. $|a|+|b| \geq |a+b|$, то.

$$10 \geq |2x-3y| + |3x-2y| \geq |5x-5y|;$$

$$\begin{cases} 36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12|xy|, \\ 16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12|xy|. \end{cases}$$

1cn $2x-3y \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x-3y \geq 0$
 $3x-2y \geq 0 \Rightarrow 4 \geq 3x-2y \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \geq 12x-8y \geq 0 \\ 6 \geq 2x-3y \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10 \geq 10x-5y$$

$10x-5y=10$
достигается
при $x=1; y=0$.

$$\begin{cases} 2x-3y=2 \geq 0 \\ 3x-2y=3 \geq 0 \end{cases}$$

удовл.

2cn $2x-3y \geq 0, \Rightarrow 6 \geq 2x-3y \geq 0$
 $3x-2y < 0 \Rightarrow 4 \geq 2y-3x > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 \geq -x-y \\ 10+x+y \geq 0 \\ 30 \geq 10x-15y. \end{cases}$$

$$100+10x+10y \geq 0$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}. \quad \sqrt{3}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n);$$

решим относительно m : $D = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169.$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n; \quad m_2 = \frac{4n - 13 - 13}{2} = 2n - 13;$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13);$$

Заметим, что одна из скобок обязательно чётна, т.к. значения в этих скобках отличаются на 13 и они являются нат. числами $\Rightarrow A : 2$

1сл) $A = 17p^2; B = 15q^2 \Rightarrow 17p^2 : 2$, т.к. p -простое

\Rightarrow это может быть только при $p = 2$

$\Rightarrow A = 17p^2 = 17 \cdot 4 = 68$. Рассмотрим все делители числа $A: 1; 2; 4; 17; 34; 68$.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 4 и 17 ($17 - 4 = 13$)

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17; \Rightarrow m - 2n = 4.$$

Тогда $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$

$$B = mn(4 - 2) = 2mn = 15q^2$$

Т.к. q -простое \Rightarrow это может быть только при $q = 2$.

$$\Rightarrow B = 4 \cdot 15 = 60. \Rightarrow mn = \frac{B}{2} = 30;$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4, \\ mn = 30 \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{N}. \quad \Rightarrow \begin{cases} m = 2n + 4; \\ (2n + 4)n = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} n^2 + 2n - 15 = 0. \\ D = 4 + 60 = 64. \end{cases}$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 2n + 4 = 10.$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5 < 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{N} - \text{Противоречие.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (продолжение)

$$2en) A = 15q^2; B = 17p^2;$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+13) : 2 \Rightarrow A = 15q^2 : 2 \Rightarrow \text{Это может быть только при } q=2 \Rightarrow A = 15 \cdot 4 = 60.$$

Рассмотрим все делители $A=60$: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 2 и 15 ($15-2=13$) (т.к. $20-13=7 \neq$; $30-13=17 \neq$; $60-13=47 \neq$)

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 2 \cdot 15$$

$$\Rightarrow m-2n=2; \text{ Тогда } B = mn(m-2n-2) = mn(2-2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 17p^2 = 0 \Rightarrow p=0, \text{ но } p\text{-простое Противоречие}$$

$\Rightarrow A$ может принимать значение только 68, а $B=60$

\Rightarrow \exists только одна пара m, n , где $m=10$; $n=3$.

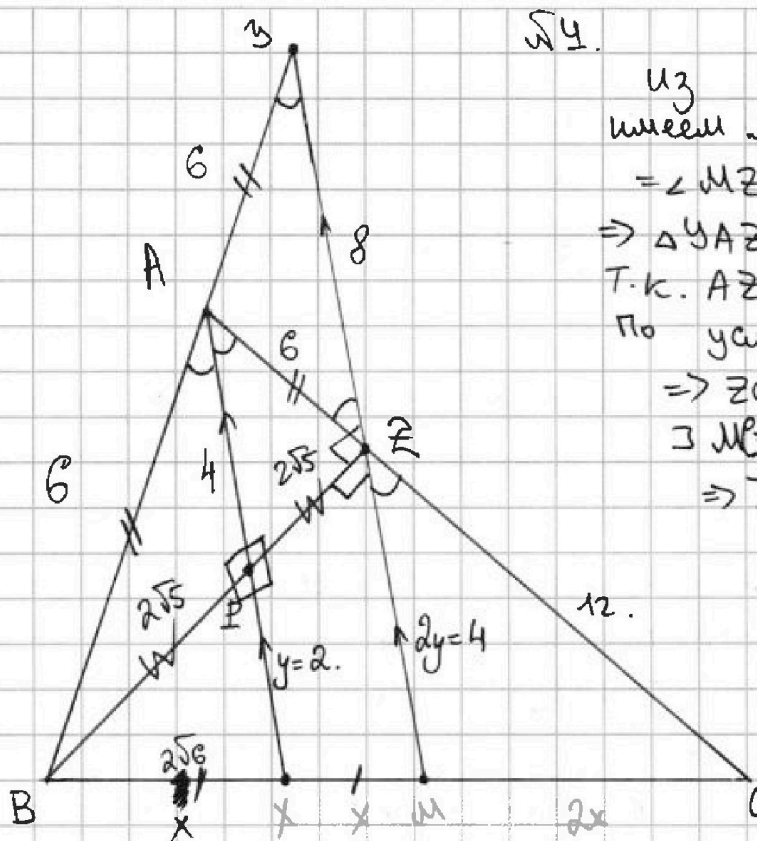
Ответ: $m=10$; $n=3$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



реш.

из $\parallel AX$ и YM
имеем, что $\angle BAX = \angle XAC =$
 $= \angle MZC = \angle AZY = \angle AYZ.$

$\Rightarrow \triangle YAZ - \text{р/д}.$

Т.к. $AZ = 6 \Rightarrow AY = 6$

По условию $AC = 18 \Rightarrow$

$\Rightarrow ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$

$\exists ME = BM = 2x. (x > 0)$

\Rightarrow т.к. $\triangle ZCM \sim \triangle ACX$ по $\text{г/б/у} \text{ и } \text{углам}.$
($\angle C$ -общий; $ZM \parallel AX$)

$\Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$

$\Rightarrow \frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

$XC = \frac{3}{2} MC = \frac{3}{2} \cdot 2x = 3x.$

$\Rightarrow XM = XC - MC = 3x - 2x = x$

Т.к. M -сер. $BC \Rightarrow BM = MC$
 $\Rightarrow BX = BM - XM = x.$

$x = BX = XM$

Заметим, что из св-ва бис-сы AX следует, что:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{x}{3x}; \quad AB = \frac{1}{3} AC = \frac{18}{3} = 6$$

Тогда, т.к. в $\triangle BZY$: AZ явл. медианой, равной половине стороны к которой она проведена $\Rightarrow \triangle BZY$ - прямоугольный
($AZ = AB = AY = 6$)
 $\Rightarrow \angle YZB = 90^\circ$

Тогда $\angle BZM = 90^\circ$, т.к. смежен с $\angle BZY$.

Тогда, т.к. в $\triangle YBM$: $BX = XM = x$; $AB = AY = 6$; $YM \parallel AX \Rightarrow AX$ - ср. линия.

$\Rightarrow \exists P$ -точка пер-я BZ и $AX \Rightarrow$ По Т. Фалеса в $\triangle BZM$:

$BX = XM = x$; $ZM \parallel PX \Rightarrow PX$ - ср. линия $\triangle BZM \Rightarrow \angle BZM = \angle BPX = \angle APZ = 90^\circ$

Тогда $AP = \frac{1}{2} AZ = 4$; $\exists ZM = 2y (y > 0) \Rightarrow PX = \frac{1}{2} \cdot 2y = y$; Тогда ~~.....~~

~~.....~~ Из подобия $\triangle ZMC \sim \triangle ACX$ $\frac{2y}{4+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4y = 8$; $y = 2$

По Т. Пифагора для $\triangle APZ (\angle APZ = 90^\circ)$: $PZ^2 = 36 - 16 = 20$; $PZ = BP = 2\sqrt{5}$

По Т. Пифагора для $\triangle BPX (\angle BPX = 90^\circ)$: $x^2 = BX^2 = 20 + 4$; $x = 2\sqrt{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 4x = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}.$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2},$$

$$(2) \begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

П.к. x и y определён (присутствует $\sqrt[4]{3y}$ и $\sqrt[4]{3x}$) \Rightarrow
 $\Rightarrow x \geq 0; y \geq 0.$

$$(2) 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2.$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) = 0.$$

умножим обе части на $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0$

$$(x-y) \left[2(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \right] = 0.$$

Заметим, что вторая скобка (\square) положительна, т.к.

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0; (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0; x+y \geq 0; x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \geq 0; \sqrt[4]{3} > 0. \Rightarrow \text{Поделим на неё обе части.}$$

$$\Rightarrow x-y=0. \text{ Тогда } (1): \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2};$$

$$\exists t = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}; \text{ Тогда } t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2};$$

$$2\sqrt{12-x-x^2} = 7 - t^2.$$

$$(1): t+5 = 7 - t^2;$$

$$t^2 + t - 2 = 0;$$

$$D=9. \quad t = \frac{-1 \pm 3}{2}.$$

$$(t-1)(t+2) = 0.$$

$$(1) t = 1;$$

$$\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{3-x}$$

$$\begin{cases} x+4 = 1 + 3-x + 2\sqrt{3-x} \\ 3-x \geq 0, \\ x+4 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 2\sqrt{3-x} \geq 0, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 = 12 - 4x \\ 3 \geq x \\ x \geq -4 \\ x \geq 0. \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение).

$$\begin{cases} x^2 = 3 - x, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 3 &= 0. \\ D &= 1 + 12 = 13. \end{aligned}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \sqrt{3} > 3 \quad \checkmark$$

$$y_1 = x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ - удобн. } 3 \geq x \geq 0$$

$$y_2 = x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ не удобн. } x_2 < 0$$

2сл) $t = -2$.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{3-x} \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$x + 4 + 4 + 4\sqrt{x+4} = 3 - x.$$

$$4\sqrt{x+4} = -2x - 5; \quad (4\sqrt{x+4} \geq 0)$$

$$16(x+4) = 4x^2 + 20x + 25;$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0.$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40.$$

$$y_3 = x_3 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} + \sqrt{10} &\sqrt{3} \\ \sqrt{10} &\sqrt{\frac{7}{2}} \\ 10 &\sqrt{\frac{19}{2}} \\ 40 &\sqrt{49} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \geq 0 \Rightarrow \text{удобн. } 3 \geq x \geq 0;$$

$$y_4 = x_4 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} < 0 \text{ не удобн.}$$

Ответ:

Таким образом все решения: ~~$(\frac{1}{2} - \sqrt{10}; -\frac{1}{2} - \sqrt{10})$~~

$$\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}; -\frac{1}{2} + \sqrt{10}\right);$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right);$$

~~неудобн.~~

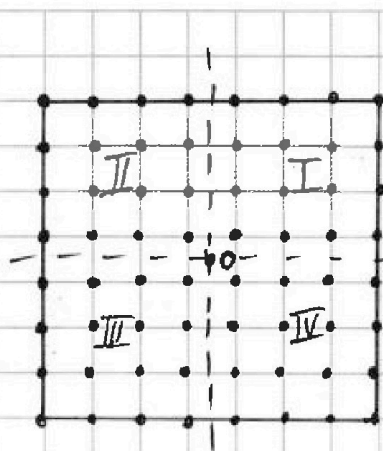


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



56.

Заметим, что всего узлов $8^2 = 64$.
Разделим "узловой" квадрат на 4 четверти.

Не учтем \emptyset - центр симметрии "узловой" кв-та.
Рассмотрим случаи для четверти I. Тогда возможны 2 случая:

1) Когда выбранные 2 белых узла находятся в одной четверти:

Тогда кол-во способов $= C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$.

2) Когда 2 белых узла находятся в соседних по стороне четвертях: кол-во способов $= 16^2 = 256$.

3) Когда 2 белых узла нах-ся в противоположных четвертях (симметричных относительно O): кол-во способов $= 16^2 = 256$.

Заметим, что в 1сл. в каждой из остальных трёх четвертей новых способов не будет, т.к. они все будут образовываться из поворота отн. бел. узлов во II квт. Аналогично для пар узлов в соседн. квт-тах (2сл)

Все будут получаться из поворота для I-II квт-ей.

В 3случае для всех выбр. пар белых узлов четвертей

I-III сопоставляется пара для квт-ей II-IV \Rightarrow

Новых способов не появится \Rightarrow Всего кол-во способов

перекрасить 2 узла $= 120 + 2 \cdot 256 = 512 + 120 = 632$

Ответ: 632.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

$\Gamma m, n \in \mathbb{N}$

$$m^2 + m(13-4n) + (4n^2-26n)$$

$\frac{8-13}{80+24}$

$17p^2;$

$15q^2;$

$p, q \in \mathbb{N}$

$$\Delta = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169$$

$$m_1 = \frac{4n-13+13}{2} = 2n$$

$$m_2 = \frac{4n+13-13}{2} = 2n-13$$

$$A = (m-2n)(m-2n+13) \quad \text{--- } \tau$$

$$B = m^2n - m \cdot 2(n^2+n)$$

$$\Delta = 4(n^4 + 2n^3 + n^2) - 4n =$$

$$= 4n^4 + 8n^3 + 4n^2 - 4n$$

$$B = mn(m-2n-2)$$

\Rightarrow либо p , либо $q = \tau$

$$1ca) A = 17p^2 = (m-2n)(m-2n+13) \quad \text{--- } \tau \in \tau$$

$$\Rightarrow p = \tau \in \tau \Rightarrow p = 2 \Rightarrow A = 68$$

Делители $A: 1, 2, 4, 17, 34, 68$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-2n = 4 \\ m-2n+13 = 17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = mn \cdot \underbrace{(m-2n-2)}_4 = 2mn = 15q^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow B = 60 = 2mn$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \\ m = 2n+4 \end{cases}$$

$$(2n+4)n = 30$$

$$2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2+8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2-8}{2} < 0$$

$$n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2ca) A = 15q^2 = (m-2n)(m-2n+13) \quad \text{--- } \tau \in \tau$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow A = 60$$

$3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Делители $A: 1, 2, 3, 4, 5, 6,$

$10, 12, 15, 20, 30, 60,$

$$\Rightarrow B = mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$016: m=10, n=3$

$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

~~$2, 15$~~

$$m-2n=2 \Rightarrow B=0 \quad \text{--- } \text{Против}$$

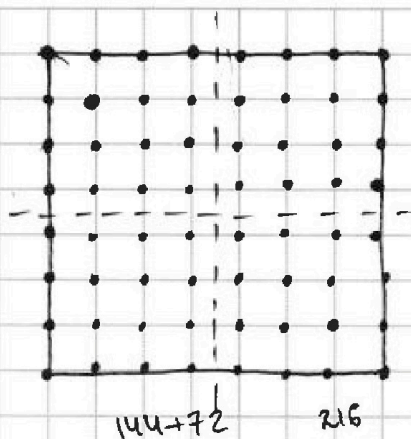


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3 Они не симметричны относительно центра центрального квадрата

$$16 + 16 + 10$$

$$36$$

$$C_{36}^2$$

$$\frac{36 \cdot 35}{2}$$

$$C_{64}^2 - C_{32}^1$$

$$+ C_{32}^1$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2}$$

$$- 16 \cdot 2$$

$$+ 32$$

$$\frac{63}{2}$$

$$\frac{32 \cdot 64 + 3 \cdot 32}{4}$$

$$\frac{67 \cdot 32}{4}$$

$$67 \cdot 8$$

$$\frac{67}{8}$$

$$41.5$$

$$528$$

$$\frac{56 \cdot 34}{2} + 32$$

$$536$$

$$\frac{64 \cdot 63 - 32 \cdot 32 + 32}{4}$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24$$

$$16$$

$$K61$$

$$\frac{16}{16}$$

$$36$$

$$376$$

$$(x^2 + 4x) \geq 0$$

$$-6x^2 < 0$$

$$4 - 8$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$622$$

$$16 \cdot 31$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2} + \frac{32 \cdot 29}{2} + \frac{32 \cdot 28}{2} + \frac{32 \cdot 27}{2} + \frac{32 \cdot 26}{2} + \frac{32 \cdot 25}{2} + \frac{32 \cdot 24}{2} + \frac{32 \cdot 23}{2} + \frac{32 \cdot 22}{2} + \frac{32 \cdot 21}{2} + \frac{32 \cdot 20}{2} + \frac{32 \cdot 19}{2} + \frac{32 \cdot 18}{2} + \frac{32 \cdot 17}{2} + \frac{32 \cdot 16}{2} + \frac{32 \cdot 15}{2} + \frac{32 \cdot 14}{2} + \frac{32 \cdot 13}{2} + \frac{32 \cdot 12}{2} + \frac{32 \cdot 11}{2} + \frac{32 \cdot 10}{2} + \frac{32 \cdot 9}{2} + \frac{32 \cdot 8}{2} + \frac{32 \cdot 7}{2} + \frac{32 \cdot 6}{2} + \frac{32 \cdot 5}{2} + \frac{32 \cdot 4}{2} + \frac{32 \cdot 3}{2} + \frac{32 \cdot 2}{2} + \frac{32 \cdot 1}{2}$$

$$\frac{-12 \pm 6\sqrt{6}}{6}$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6}$$

$$a_2 \quad 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 \quad 4$$

$$a_8 \quad -60 + 24\sqrt{6}$$

$$a_5 \quad 6\sqrt{6} - 12$$

$$a_6 \quad 12\sqrt{6} - 284 + 6 - 4\sqrt{6}$$

$$a_7 \quad 16\sqrt{6} - 44$$

$$-60 + 24\sqrt{6}$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$36 \oplus 16 \oplus 6 \oplus -24$$

$$a_2 \oplus a_4 \oplus a_8$$

$$4 - 4\sqrt{6} + 6 - 8 + 4\sqrt{6}$$

$$\frac{12\sqrt{6} - 32}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$$

$$+ 16$$

$$\frac{32 \cdot 63}{4} - 8 + 16$$

$$16 \cdot 63 + 8$$

$$6\sqrt{6} - 16$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16 \cdot 61 =$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2}$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16(61)$$

$$976$$

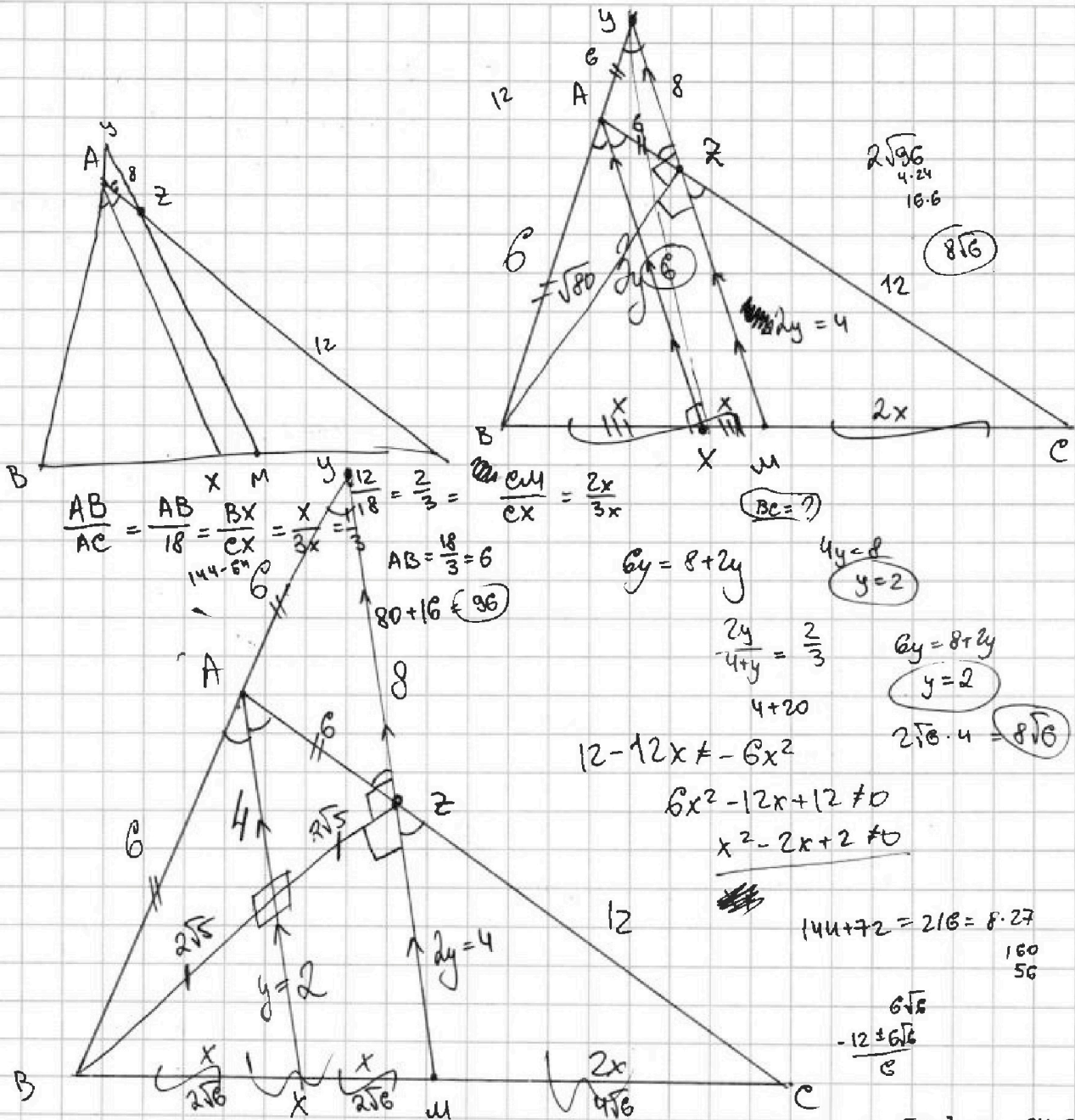


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+2)^2 (3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6)$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x;$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2;$$

$$a_8 = -6x^2$$

$x = ?$

$$(x+2)(x+2\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6})$$

$$a_1 + d = a_2 = 12 - 2x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$2a_1 + 8d = \frac{a_4 + a_8}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 6x^2}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}$$

$$a_8 + a_2 = 2a_1 + 8d$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{12 - 2x + \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24}{4}$$

~~4x^4 + 32x^3 + 40x^2 - 4x + 24 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 2x + 12~~

$$4x^4 + 32x^3 + 40x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 2x + 12$$

$$3x^4 + 24x^3 + 30x^2 + 2x - 12 = 0$$

48 - 192 + 216 - 8 - 24 = 0

243 - 648 + 486 - 12 - 24 = 0

$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$ $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$ $2a_4 = a_2 + a_6 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2}$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

48 - 192 + 216 - 96 - 24 = 0

243 - 648 + 486 - 72 - 24 = 0

729 - 96 - 648 = 0

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 3x^4 + 3x^3 \\ \hline 21x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 21x^3 + 21x^2 \\ \hline 33x^2 + 24x - 24 \\ - 33x^2 + 33x \\ \hline 12x - 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 3x^4 + 6x^3 \\ \hline 18x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 18x^3 + 36x^2 \\ \hline 18x^2 + 24x - 24 \\ - 18x^2 + 36x \\ \hline 12x - 24 \end{array}$$

$$(x+2)(3x^3 + 18x^2 + 18x - 12) = 0$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$x_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 72}}{6} = \frac{-12 \pm \sqrt{216}}{6} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 18x^2 + 18x - 12 \\ - 3x^3 + 6x^2 \\ \hline 12x^2 + 18x - 12 \\ - 12x^2 + 24x \\ \hline 6x - 12 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25-64
-39

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2} \end{cases}$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})$$

$$\sqrt[4]{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$(x-y) \left(2(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \right)$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} = t$$

$$t^2 = 7 + x - y - 2\sqrt{3x - 4y + 12 - xy}$$

$x=y \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = t \Rightarrow t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

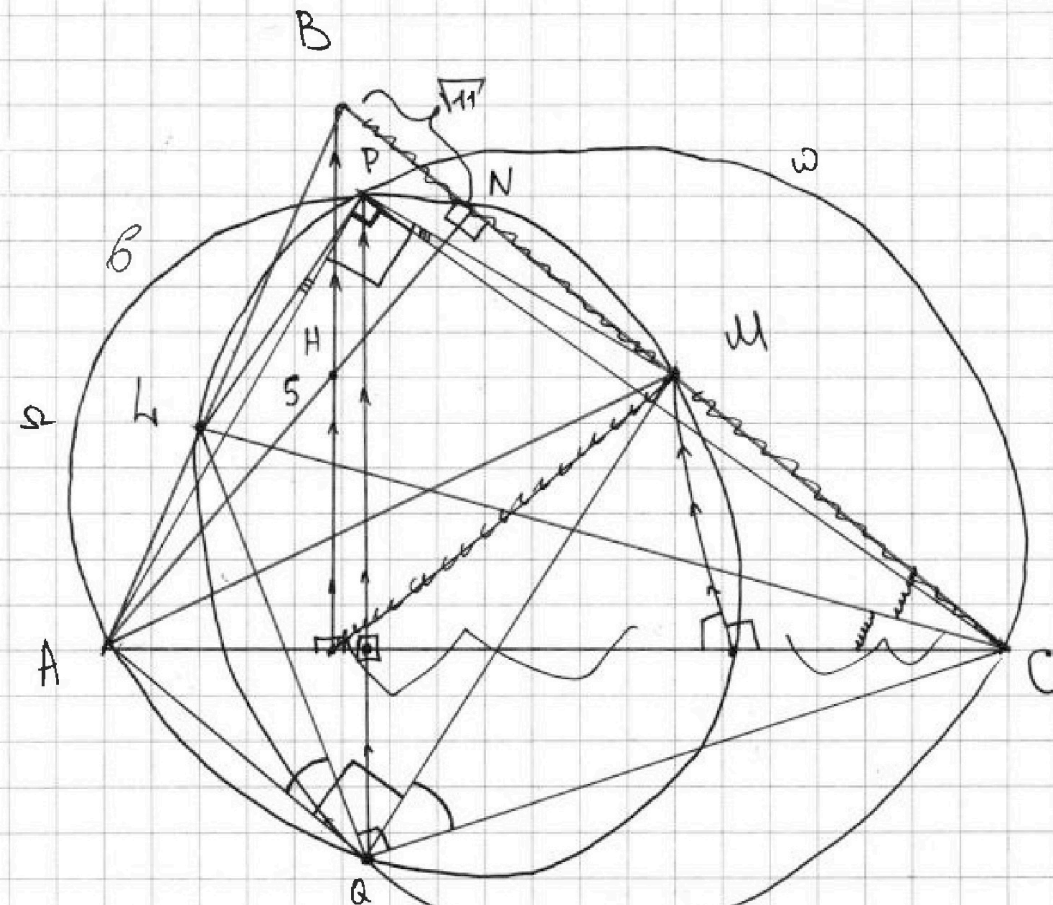
$t = 1$ $t = -2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$|a-b| \geq ||a| - |b||$$

$$6 \geq |2x-3y| \geq 0$$

$$4 \geq |3x-2y| \geq 0$$

$$\text{1cn } 6 \geq 2x-3y \geq 0$$

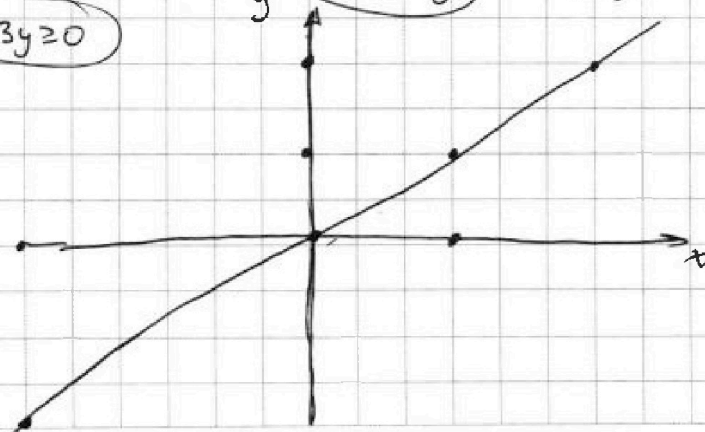
$$10 \geq |2x-3y| + |3x-2y| \geq |5x-5y| \geq 0$$

$$\text{1cn } 5x-5y \geq 0 \Rightarrow 10 \geq 5x-5y$$

$$2x-3y \geq 0$$

$$2 \geq x-y$$

$$2+y \geq x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

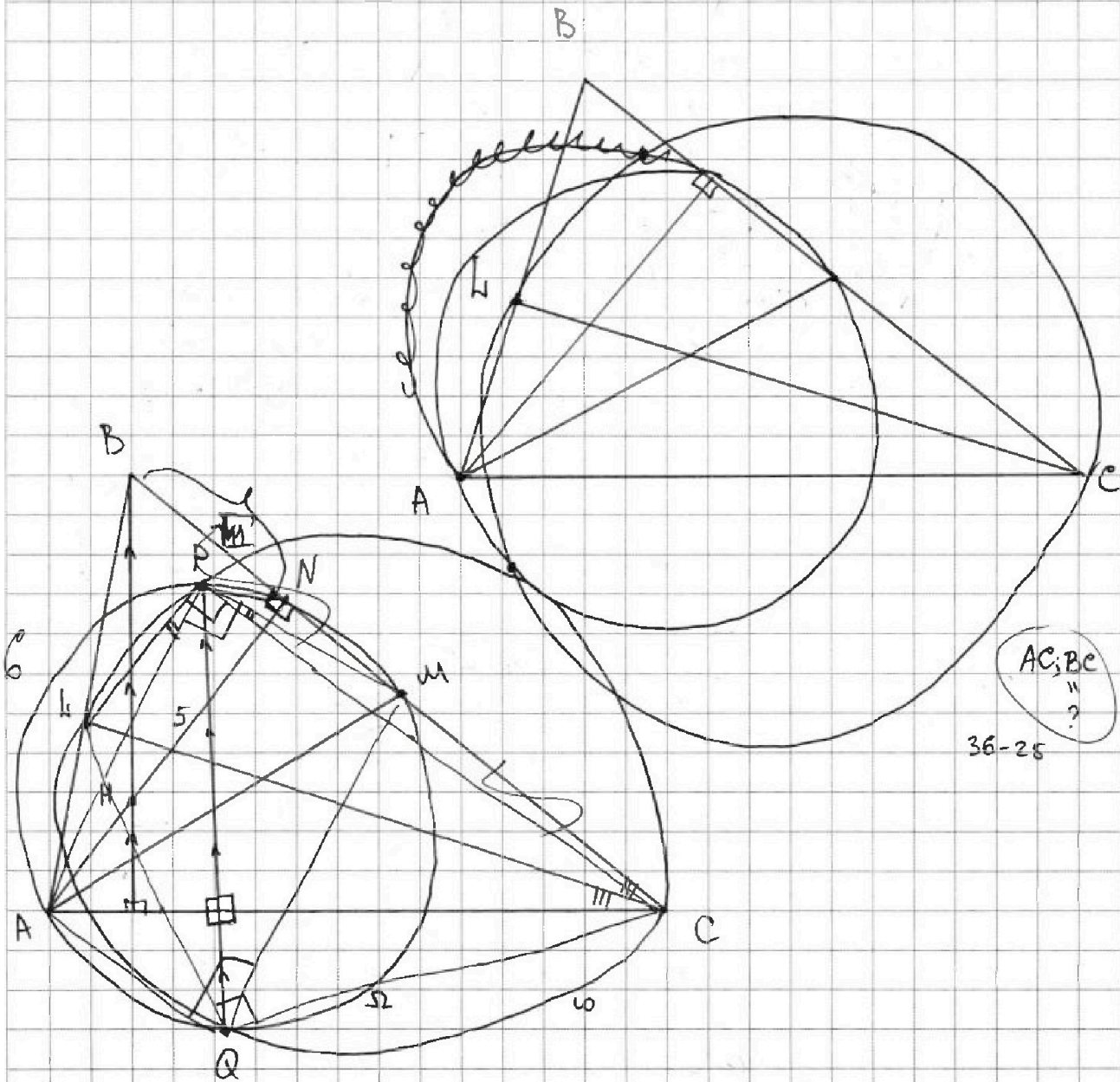
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$
$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \dots$$
$$(3x)^{\frac{1}{4}} - (3y)^{\frac{1}{4}}$$

$$\begin{array}{r} x + 7 - y \\ 2\sqrt{3x - xy + 12 - 4y} \\ \hline 9 - 6y + y^2 \quad y^2 - 9 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12|xy|$
 $16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12|xy|$
 $52 \geq 13(x^2 + y^2) - 24|xy|$

$16 + 12|xy| \geq 4y^2 + 9x^2 \geq 0$
 $36 + 12|xy| \geq 4x^2 + 9y^2 \geq 0$
 (10a) $2x - 3y \geq 0$ $3x - 2y \geq 0$
 $\Rightarrow 6 \geq 2x - 3y \geq 0$
 $4 \geq 3x - 2y \geq 0$
 $16 \geq 12x - 8y$
 $6 \geq 2x - 3y$

$\min (10x + 5y)$
 $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$