



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$a_2 = a_1 + k = 12 - 12x \quad (1)$$

$$a_4 = a_1 + 3k = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad (2)$$

$$a_8 = a_1 + 7k = -6x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \quad 6k = -6x^2 - 12 + 12x \Rightarrow k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2) - (1): \quad 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$
$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(3) - (2): \quad 4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -4x^2 + 8x - 8$$
$$-x^4 - 8x^3 - 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 = 16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 72 - 72 = 0$$

~~x~~ $x = -2$ корень

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad x = -2 \text{ корень}$$
$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 = -8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$
$$D = 4^2 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 6 \quad x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ответ: $x = -2$, $x = -2 + \sqrt{6}$, $x = -2 - \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

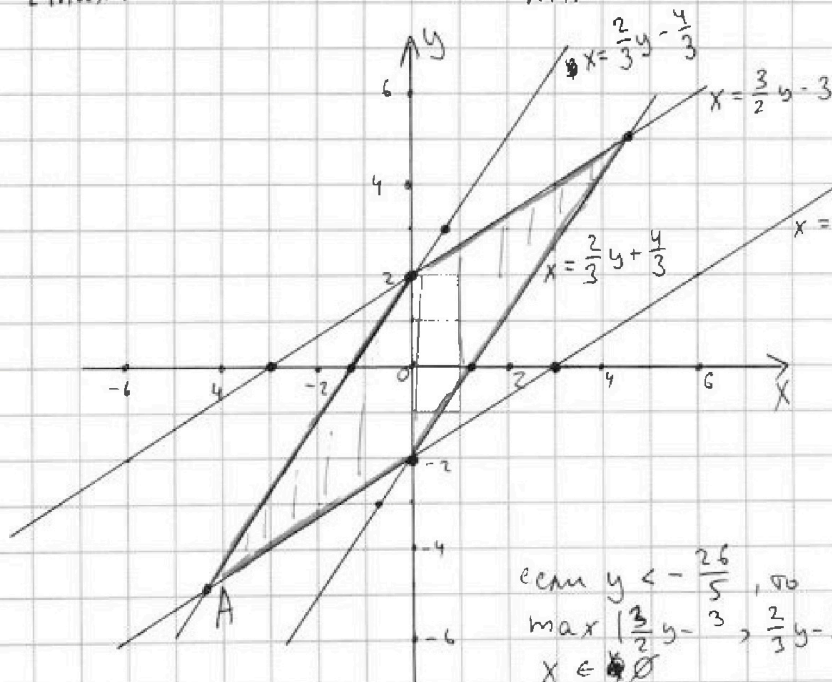
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & ① \\ |3x - 2y| \leq 4 & ② \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ① |2x - 3y| \leq 6 &\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y < 0 \\ 2x - 3y \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in \left[\frac{3}{2}y - 3, \frac{3}{2}y + 3 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② |3x - 2y| \leq 4 &\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y < 0 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[\frac{2}{3}y - \frac{4}{3}, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right] \\ &\begin{cases} 3x - 2y \geq 0 \\ 3x - 2y < 4 \end{cases} \end{aligned}$$

~~max~~ $\frac{7}{3}$ ~~min~~

$$x \in \left[\min \left(\frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right), \max \left(\frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \right]$$



А, точка пересечения
 $\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \leq \frac{3}{2}y + 3$

$$\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} = \frac{3}{2}y + 3$$

$$4y - 8 = 9y + 18$$

$$5y = -26$$

$$y = -5\frac{1}{5} = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 26}{2 \cdot 5} + 3 = -4,8$$

если $y < -\frac{26}{5}$, то

$$\max \left(\frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right) > \min \left(\frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \text{ и } x \in \emptyset$$

Тогда $\min(10x + 5y)$ при $x = -4,8$, $y = -\frac{26}{5}$

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

① сызгас $A = 17p^2$ $B = 15q^2$

- ~~$B = 15q^2$~~
- ① $m = 3$ $n = 5$ $m^2 - 2n^2 - 2 < 0$
 - ② $m = 5$ $n = 3$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 5 \neq q^2$
 - ③ $m = 1$ $n = 15$ аналогично ①
 - ④ $m = 15$ $n = 1$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 221 \neq q^2$
 - ⑤ $m = 9$ $n = 3$
- ~~$m = 3$ $n = 9$~~

$$A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

одна скобка 17, вторая p^2
или одна $17p$, вторая p

$$m - 2n = 17 \quad m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$$

$$m - 2n = p^2 \quad m - 2n + 13 = p^2 + 13 = 17 \quad |p = 2| \quad |m - 2n = 4| \quad ①$$

$$m - 2n = 17p \quad 17p + 13 = p \quad \left. \begin{matrix} 17p + 13 = p \\ p + 13 = 17p \end{matrix} \right\} \text{неверно, так } p \text{ простое.}$$

$$m - 2n = p \quad p + 13 = 17p$$

$$m - 2n = 4 \quad m = 4 + 2n \quad m > n$$

$$mn(m^2 - 2n^2 - 2) = (4 + 2n)n((4 + 2n)^2 - 2n^2 - 2) = (4n + 2n^2)(16 + 8n + 4n^2 - 2n^2 - 2)$$

$$B = 15q^2 = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot q \cdot q \quad ① n = 1 \quad m = 1 + 2 = 3 \quad m^2 - 2n^2 - 2 = 1 - 2 - 2 = -3$$

- ② $n = 3$ $m = 10$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 100 - 18 - 2 = 80 = 4 \cdot 20$ или $5 \cdot 16$ или $8 \cdot 10$ или $10 \cdot 8$ или $20 \cdot 4$ или $40 \cdot 2$
- ③ $n = 5$ $m = 14$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 196 - 50 - 2 = 144 = 12^2$ или $3 \cdot 48$ или $4 \cdot 36$ или $6 \cdot 24$ или $8 \cdot 18$ или $9 \cdot 16$ или $12 \cdot 12$
- ④ $n = 15$ $m = 34$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 1156 - 450 - 2 = 704 = 16 \cdot 44$ или $8 \cdot 88$ или $11 \cdot 64$ или $16 \cdot 44$
- ⑤ $n = 9$ $m = 4 + 2 \cdot 9 = 22$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 484 - 162 - 2 = 320 = 16 \cdot 20$ или $5 \cdot 64$ или $15 \cdot 40$ или $32 \cdot 10$ или $40 \cdot 8$ или $80 \cdot 4$
- ⑥ $n = 39$ $m = 4 + 2 \cdot 39 = 82$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 6724 - 3042 - 2 = 3680 = 16 \cdot 230$ или $5 \cdot 736$ или $15 \cdot 242$ или $39 \cdot 94$ или $78 \cdot 47$ или $159 \cdot 23$
- ⑦ $n = 59$ $m = 4 + 2 \cdot 59 = 122$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 14884 - 6938 - 2 = 7944 = 16 \cdot 496$ или $8 \cdot 992$ или $24 \cdot 331$ или $32 \cdot 245$ или $48 \cdot 164$ или $64 \cdot 122$ или $96 \cdot 81$ или $122 \cdot 64$
- ⑧ $n = 159$ $m = 4 + 2 \cdot 159 = 322$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 103684 - 50322 - 2 = 53360 = 16 \cdot 3335$ или $20 \cdot 2668$ или $40 \cdot 1334$ или $80 \cdot 667$ или $160 \cdot 333$ или $320 \cdot 166$
- ⑨ $n = 159^2$ $m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 50604$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 2560800164 - 50322 \cdot 159^2 - 2 = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = 15q^2 = m \cdot n \cdot (m^2 - 2n^2 - 2) \quad m = 4 + 2n$$

$$B = 15q^2$$

$$m \cdot n = 1$$

$$m \cdot n = 3$$

$$n = 5$$

$$n = 15$$

$$n = q$$

$$n = 3q$$

$$n = 5q$$

$$n = 15q$$

$$n = q^2$$

$$n = 3q^2$$

$$n = 5q^2$$

$$n = 15q^2$$

$$m = 6 = 2, 3q, 5q, q^2, 3q^2, 5q^2, 15q, \text{ или } 15q^2 \leftarrow \boxed{q=2}$$

$$m = 10 = 2, 5q, q^2 \text{ или } 5q^2 \quad 5q = 10 \leftarrow \boxed{q=2}$$

$$m = 14 = 2, 3q \text{ или } q^2 \text{ или } 3q^2 \text{ не простое или не целое}$$

$$m = 34 = 2 \text{ или } q^2 \text{ не простое}$$

$$m = 4 + 2q = 1, 3, 5, 15, 2, 3q, 5q \text{ или } 15q$$

$$m = 4 + 6q = 1, 5, q, \text{ или } 5q \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 10q = 1, 3 \text{ или } q \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 30q = q \text{ или } 1 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 2q^2 = 1, 3, 5, \text{ или } 15 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 6q^2 = 1 \text{ или } 5 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 10q^2 = 1 \text{ или } 5 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 30q^2 = 1 \text{ не подходит}$$

Во всех случаях q не целое или отрицательное

$$n = 1 \quad m = 6 \stackrel{3q}{=} q = 2 \quad (36 - 2 - 2) = 5q \text{ не подходит}$$

$$n = 3 \quad m = 10 \stackrel{5q}{=} q = 2 \quad (100 - 18 - 2) = 8q$$

Если $A = 17p^2 \quad B = 15q^2$ каких пар (m, n) нет.

② случай $A = 15q^2 \quad B = 17p^2$

$$A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 3)$$

$$m - 2n = 1 \quad 15q^2 = 14$$

$$3 \quad 5q^2 = 16$$

$$5 \quad 3q^2 = 18$$

$$q \quad 15q = 13 + q$$

$$3q \quad 5q = 13 + 3q$$

$$5q \quad 3q = 13 + 5q$$

$$15q \quad q = 13 + 15q$$

$$q^2 \quad 15 = 13 + q^2$$

$$3q^2 \quad 5 = 13 + 3q^2$$

$$5q^2 \quad 3 = 13 + 5q^2$$

$$15q^2 \quad 1 = 13 + 15q^2$$

$$15 \quad q^2 = 28$$

~~только это не подходит~~
 ~~$m - 2n = 1$~~
 ~~$m = 15 + 2n$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Всего $17q^2 = m^2 - 2n^2 - 2$ ~~мозгов~~~~

У $A = 15q^2 = (m-2n)(m-2n+13)$ нет
ни одного корня $(m-2n)$ и $(m-2n+13)$ равных
 $15q^2$

При $A = 15q^2$ $B = 17q^2$ нет ни одного корня
 (m, n)

Ответ: таких кор $(m; n)$ нет.

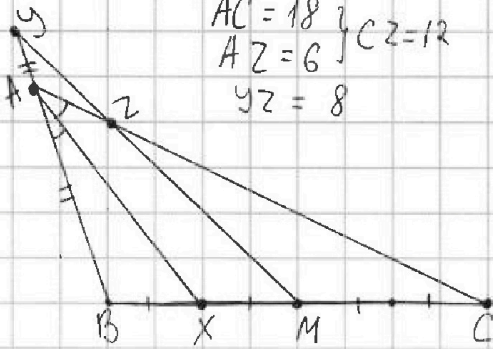


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} CZ = 12$$

Пусть M' - середина AC , тогда
 $AY \parallel MM'$, YZ и $ZM' \rightarrow 1$ прямая
 AZ и $ZM' \rightarrow 1$ прямая

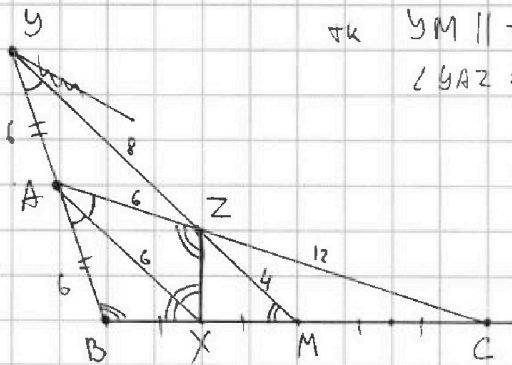
$$\begin{aligned} \triangle AYZ &\sim \triangle MM'Z \Rightarrow ZM = YZ \cdot \frac{ZM'}{AZ} = \\ &= 8 \cdot \frac{9-6}{6} = 4 \end{aligned}$$

$$\text{тк } YM \parallel AX, \text{ то } \frac{CM}{XM} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1}$$

$$MX = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2} BM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BX}{XM} = \frac{BA}{AY} = \frac{1}{1} \quad \text{и} \quad \frac{AX}{YM} = \frac{BY}{BM} = \frac{1}{2}$$

$$AX = \frac{1}{2} YM = 6 \quad \triangle ZAX \text{ п/б}$$



тк $YM \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle BAX$

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\angle BAX \Rightarrow \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle BAX - \angle BAX =$$

$$= \angle BAX \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = AZ = 6$$

Решение

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle AYZ$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle BYM$$

$$BM^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 144 - \frac{4}{3} \cdot 144 = 144 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BM = 12 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ответ: $BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

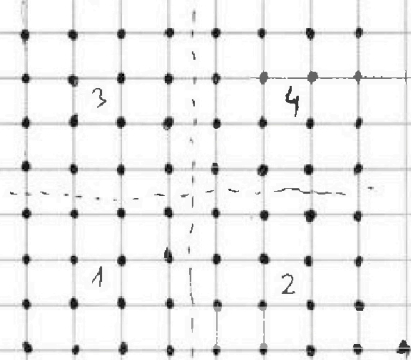


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Разделим квадрат на 4 квадрата

В каждом квадрате 4×4 узлов.

Если 2 узла в одном квадрате, то есть $\frac{16 \cdot 15}{2}$ способов выбрать их, т.к. при повороте раскраски считаются одинаковыми.

Если 2 узла в соседних квадратах, то есть $16 \cdot 16$ выбрать 2 узла (первый из кв. 1, второй из кв. 2) (При этом не будет одинаковых раскрасок)

Если 2 узла в противоположных квадратах, то $\frac{16 \cdot 16 (\text{всего}) + 16 (1 \text{ центр. сим})}{2} = \frac{16 \cdot 17}{2}$ (центральная симметрия не имеет пары, которая получила бы поворотом на 180°)

Тогда всего $16 \cdot 16 + \frac{16 \cdot (15 + 17)}{2} = 16 \cdot 32 = 512$

Ответ: 512 способов перекрасить 2 узла

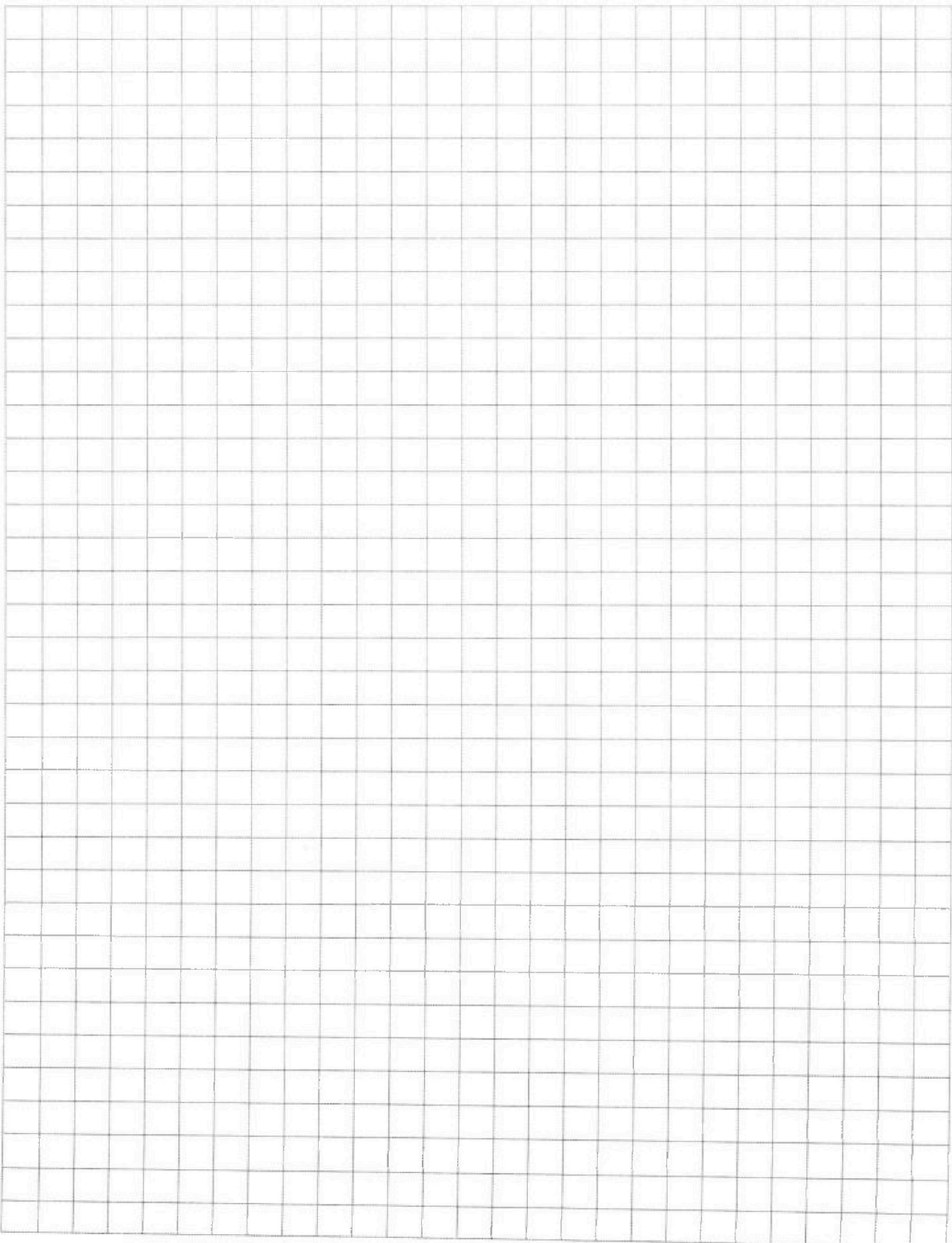


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$
 $= 12^2 + (\frac{3}{2}y)^2 - 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$
 $\frac{1}{4}y^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cos \alpha$
 $\frac{60+x^2}{4} = x^2 + 6^2 - 12x \cos \alpha$
 $60+x^2 = 4x^2 + 12^2 - 48x \cos \alpha$
 $\cos \alpha = \frac{3x^2 + 144 - 60}{48x} = \frac{3x^2 + 84}{48x}$
 $72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60+x^2) - 2 \cdot 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$
 $72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60+x^2) - 2 \cdot 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$
 $72 + 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = \frac{9}{4}(60+x^2) + 36y \cos \alpha$

$\frac{DA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} = \frac{M_2}{25}$
 $\frac{16 \cdot 16}{2} = \frac{16}{2}$

64 способа выбрать 1 точку
 63 способа выбрать 2 точки
 $\frac{16 \cdot 16}{2} + 16 \cdot 16 = 16 \cdot 32 + 16 \cdot 16 = 16 \cdot 39,5$

32 симметричных варианта
 $x < \frac{2}{3}y$
 $x > \frac{2}{3}y$
 $x < \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}$
 $x > \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$

$16/31$
 $\sqrt{234567}$
 345446



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$
 $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$
 $25 - 18 - 2 = 5 \quad 225 - 2 - 2 = 221$
 $39 \mid 9^2 - 18 - 2 \mid 9^2 - 20 = 59$
 $17 \mid 9^2 - 52 - 20 = 0$
 $D = 25 + 80 = 105$
 $17 \mid 9^2$
 $m - 9n$
 $17 \mid 30$
 $9^2 + 13 = 14$
 $mn \mid m^2 - 2n - 2$
 $17 \mid 17$
 $p^2 - 2p - 2 = 17$
 $p^2 - 2p - 18 = 0$
 $D = 4$

m	$9n$	3599
$17^2 - 4$	$17^2 - 1$	$17^2 - 1$
$18^2 - 2 - 2 = 221$	$9^2 - 2 - 2 = 77$	$4n^2 + 6n + 14$
17	17	17
p^2	p	p
p^2	17	17
p	17	p

$\frac{25}{3} - \frac{4}{3} = \frac{21}{3} + 3$
 $4y - 8 = 9y + 18$
 $8y = -26 \Rightarrow y = -\frac{26}{8} = -\frac{13}{4}$
 $-\frac{15}{4} + 3 = -\frac{15}{4} + \frac{12}{4} = -\frac{3}{4}$
 $-\frac{10+4}{3} = -\frac{14}{3} = -4\frac{2}{3}$
 $3 \cdot 26 = 60 + 18 = 78$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(x^2 + 4x - 2) \sqrt{x^2 + 4x + 4} = (x+2)^2$
 $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2$
 $16 - 84 + 72 - 4x - 8 = 0$
 $184 - 72 - 4x - 8 = 0$
 $104 - 4x = 0$
 $x = 26$

$D = 16 + 4 \cdot 4 = 8 \cdot 4 = 32$
 $x = -4 \pm \sqrt{32} = -4 \pm 4\sqrt{2}$
 $x = -4 + 4\sqrt{2}$
 $x = -4 - 4\sqrt{2}$

$x^2 = 4y^2 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 2y \cos \angle C$
 $y^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cos \angle C$
 $x^2 = 64 + 8^2 - 2 \cdot 68 \cdot \cos \angle C$
 $x^2 - y^2 = 6^2 + 8^2 - 12^2 - 4^2 = 36 + 64 - 144 - 16 = -60$
 $y^2 - x^2 = 60$
 $y^2 = 60 + x^2$
 $x^2 = 240 + 4x^2 + 324 - 72y \cos \angle C$
 $y \cos \angle C = \frac{24x^2 + 564}{72}$
 $16 = \frac{y^2 + 144 - 2 \cdot 12 \cdot y \cdot \cos \angle C}{x^2 + 60}$
 $y \cos \angle C = \frac{x^2 + 60 + 144 - 16}{24}$
 $4x^2 = 72 + 24y \cos \angle C$
 $6^2 = (\frac{3}{2}y)^2 + 18^2 + 2 \cdot 18 \cdot \frac{3}{2}y \cos \angle C$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x + 6k = -6x^2 \quad \text{и} \quad 6k = -6x^2 \quad \text{или} \quad k = -x^2$$

$$4k = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 \quad 2 \cdot 2x + k = -x^2 \quad k = -x^2 + 2x - 2$$

$$2k = -\frac{1}{2}x^4 - 4x^3 - 11x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$3x^4 - 2x^4 = 1,5x^4 + 12x^3 + 27x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

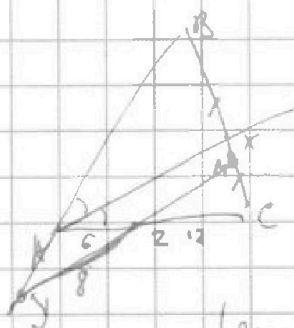
$$2^4 - 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 16 - 8 = 0$$

$$32 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0$$

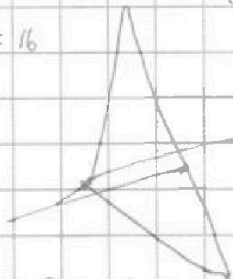
$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$



$$2^4 = 16$$



$$(3x - 1)(x^3)$$

$$3 - 8 + 16 - 8 - 8$$

$$48 - 64 + 64 - 16 - 8 = 0$$

$$3 - 8 \cdot 3 + 16 \cdot 9 - 8 \cdot 27 - 8 = 0$$

$$3 - 24 + 144 - 216 - 8 = 0$$

$$k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2x - 3y) \leq 6 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ 2x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \geq \frac{3}{4}y \\ x \leq \frac{3}{4}y + 3 \end{cases}$$

$$4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 =$$

$$= -(x^4 + 8x^3 + 22x^2) =$$

$$-4x^2 + 8x - 8$$

$$2x = x^4 + 8$$

$$12 - 12x + 8x - 4 - 2x^2 =$$

$$= -2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 8 + 6x^2$$