



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$a_2 = a_1 + k = 12 - 12x \quad (1)$$

$$a_4 = a_1 + 3k = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad (2)$$

$$a_8 = a_1 + 7k = -6x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \quad 6k = -6x^2 - 12 + 12x \Rightarrow k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2) - (1): \quad 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$
$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(3) - (2): \quad 4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -4x^2 + 8x - 8$$
$$-x^4 - 8x^3 - 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 = 16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 72 - 72 = 0$$

~~x = -2~~ корень

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad x = -2 \text{ корень}$$
$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 = -8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$
$$D = 4^2 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 6 \quad x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ответ: $x = -2$, $x = -2 + \sqrt{6}$, $x = -2 - \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

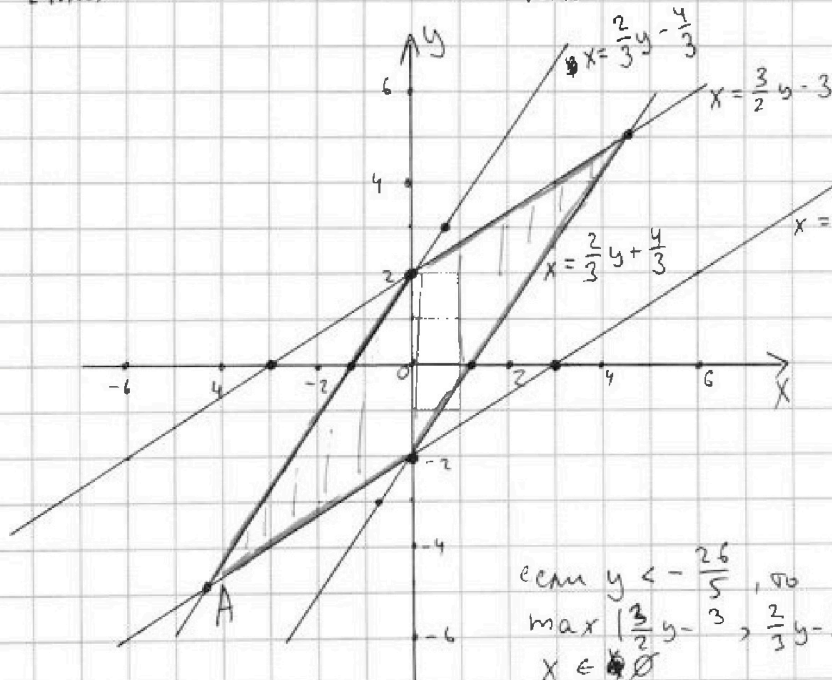
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & ① \\ |3x - 2y| \leq 4 & ② \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ① |2x - 3y| \leq 6 &\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y < 0 \\ 2x - 3y \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \end{cases} \\ &\Rightarrow x \in \left[\frac{3}{2}y - 3, \frac{3}{2}y + 3 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② |3x - 2y| \leq 4 &\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y < 0 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[\frac{2}{3}y - \frac{4}{3}, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right] \\ &\begin{cases} 3x - 2y \geq 0 \\ 3x - 2y < 4 \end{cases} \end{aligned}$$

~~max~~ $\frac{7}{3}$ ~~min~~

$$x \in \left[\min \left(\frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right), \max \left(\frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \right]$$



$\triangle A$, точка пересечения
 $\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \leq \frac{3}{2}y + 3$

$$\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} = \frac{3}{2}y + 3$$

$$4y - 8 = 9y + 18$$

$$5y = -26$$

$$y = -5\frac{1}{5} = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 26}{2 \cdot 5} + 3 = -4,8$$

если $y < -\frac{26}{5}$, то

$$\max \left(\frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right) > \min \left(\frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \text{ и } x \in \emptyset$$

Тогда $\min(10x + 5y)$ при $x = -4,8$, $y = -\frac{26}{5}$

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

① сызгас $A = 17p^2$ $B = 15q^2$

~~$B = 15q^2$~~

① $m = 3$	$n = 5$	$m^2 - 2n^2 - 2 < 0$
② $m = 5$	$n = 3$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 5 \neq q^2$
③ $m = 1$	$n = 15$	аналогично ①
④ $m = 15$	$n = 1$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 221 \neq q^2$
⑤ $m = 9$	$n = 3$	
	$m = 3$	$n = 9$

$$A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

одна скобка 17, вторая p^2
или одна $17p$, вторая p

$$m - 2n = 17 \quad m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$$

$$m - 2n = p^2 \quad m - 2n + 13 = p^2 + 13 = 17 \quad |p = 2| \quad |m - 2n = 4| \quad ①$$

$$m - 2n = 17p \quad 17p + 13 = p \quad \left. \begin{matrix} p = 13 \\ p = 17 \end{matrix} \right\} \text{неверно, так } p \text{ простое.}$$

$$m - 2n = p \quad p + 13 = 17p$$

$$m - 2n = 4 \quad m = 4 + 2n \quad m > n$$

$$mn(m^2 - 2n^2 - 2) = (4 + 2n)n((4 + 2n)^2 - 2n^2 - 2) = (4n + 2n^2)(16 + 8n + 4n^2 - 2n^2 - 2)$$

$$B = 15q^2 = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot q^2 \quad ① n = 1 \quad m = 1 + 2 = 3 \quad m^2 - 2n^2 - 2 = 1 - 2 - 2 = -3$$

- ② $n = 3$ $m = 10$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 100 - 18 - 2 = 80 = 4 \cdot 5 \cdot 4 = 4 \cdot 5 \cdot 2^2$
- ③ $n = 5$ $m = 14$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 196 - 70 - 2 = 124 = 4 \cdot 31$
- ④ $n = 15$ $m = 34$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 1156 - 450 - 2 = 704 = 4 \cdot 176 = 4 \cdot 16 \cdot 11 = 4^3 \cdot 11$
- ⑤ $n = 9$ $m = 4 + 2 \cdot 9 = 22$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 484 - 162 - 2 = 320 = 4 \cdot 80 = 4 \cdot 16 \cdot 5 = 4^3 \cdot 5$
- ⑥ $n = 39$ $m = 4 + 2 \cdot 39 = 82$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 6724 - 3042 - 2 = 3680 = 4 \cdot 920 = 4 \cdot 16 \cdot 58 = 4^3 \cdot 5 \cdot 29$
- ⑦ $n = 159$ $m = 4 + 2 \cdot 159 = 322$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 103744 - 50418 - 2 = 53324 = 4 \cdot 13331$
- ⑧ $n = 159^2$ $m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 50764$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 2577072316 - 504182402 - 2 = 2072889912 = 4 \cdot 518222478 = 4 \cdot 2 \cdot 259111239 = 8 \cdot 259111239$
- ⑨ $n = 159^2$ $m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 50764$ $m^2 - 2n^2 - 2 = 2577072316 - 504182402 - 2 = 2072889912 = 4 \cdot 518222478 = 4 \cdot 2 \cdot 259111239 = 8 \cdot 259111239$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = 15q^2 = m \cdot n \cdot (m^2 - 2n^2 - 2) \quad m = 4 + 2n$$

$m \cdot n = 1$	$m = 6 = 2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	$q = 2$
$m \cdot n = 3$	$m = 10 = 2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	$q = 2$
$n = 5$	$m = 14 = 2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	не простое или не целое
$n = 15$	$m = 34 = 2, 17^2$	не простое
$n = q$	$m = 4 + 2q = 1, 3, 5, 15, 9, 3^2, 5^2, 15^2$	} Во всех случаях q не целое или отрицательное
$n = 3q$	$m = 4 + 6q = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 85, 89, 91, 95, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 115, 119, 121, 123, 127, 129, 133, 135, 137, 141, 143, 147, 149, 153, 155, 159, 161, 163, 167, 169, 173, 175, 179, 181, 185, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 5q$	$m = 4 + 10q = 1, 3, 11, 13$	
$n = 15q$	$m = 4 + 30q = 9$ или 1	
$n = q^2$	$m = 4 + 2q^2 = 1, 3, 5, 13, 17, 19, 25, 29, 37, 41, 43, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 73, 75, 79, 83, 85, 89, 91, 95, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 115, 119, 121, 123, 127, 129, 133, 135, 137, 141, 143, 147, 149, 153, 155, 159, 161, 163, 167, 169, 173, 175, 179, 181, 185, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 3q^2$	$m = 4 + 6q^2 = 1, 5$	
$n = 5q^2$	$m = 4 + 10q^2 = 1$ или 9	
$n = 15q^2$	$m = 4 + 30q^2 = 1$	

$n = 1 \quad m = 6 \stackrel{3^2}{=} q = 2 \quad (36 - 2 - 2) = 5q \quad \text{не подходит}$
 $n = 3 \quad m = 10 \stackrel{5^2}{=} q = 2 \quad (100 - 18 - 2) = 8q$

Если $A = 17p^2 \quad B = 15q^2$ $\text{каким нар } (m, n) \text{ не}$

② случай $A = 15q^2 \quad B = 17p^2$
 $A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 3)$

$m - 2n = 1$	$15q^2 = 14$
3	$5q^2 = 16$
5	$3q^2 = 18$
9	$15q^2 = 13 + q$
3^2	$5q^2 = 13 + 3q$
5^2	$3q^2 = 13 + 5q$
15^2	$q^2 = 13 + 15q$
q^2	$15 = 13 + q^2$
3^2	$5 = 13 + 3q^2$
5^2	$3 = 13 + 5q^2$
15^2	$1 = 13 + 15q^2$
15	$q^2 = 28$

~~только это~~
 ~~$m - 2n = 1$~~
 ~~$m = 3 + 2n$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Всего $17q^2 = m^2 - 2n^2 - 2$ ~~модулей~~~~

У $A = 15q^2 = (m-2n)(m-2n+13)$ нет
ни одного пары $(m-2n)$ и $(m-2n+13)$ равных
 $15q^2$

Прм $A = 15q^2$ $B = 17q^2$ нет ни одного пары
 (m, n)

Ответ: таких пар $(m; n)$ нет.

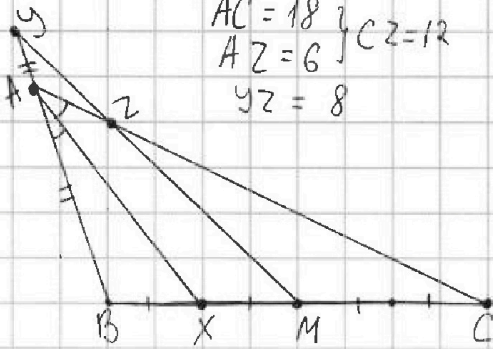


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ CZ &= 12 \end{aligned}$$

Пусть M' - середина AC , тогда
 $AY \parallel MM'$, YZ и $ZM \rightarrow 1$ черта
 AZ и $ZM' \rightarrow 1$ черта

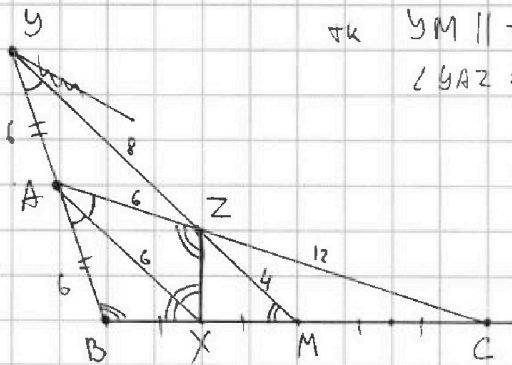
$$\begin{aligned} \triangle AYZ &\sim \triangle MM'Z \Rightarrow ZM = YZ \cdot \frac{ZM'}{AZ} = \\ &= 8 \cdot \frac{9-6}{6} = 4 \end{aligned}$$

тк $YM \parallel AX$, то $\frac{CM}{XM} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1}$

$$MX = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2} BM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BX}{XM} = \frac{BA}{AY} = \frac{1}{1} \text{ и } \frac{AX}{YM} = \frac{BY}{BM} = \frac{1}{2}$$

$$AX = \frac{1}{2} YM = 6 \quad \triangle ZAX \text{ п/б}$$



тк $YM \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle BAX$

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\angle BAX \Rightarrow \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle BAX - \angle BAX =$$

$$= \angle BAX \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = AZ = 6$$

Решение

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle AYZ$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle AYZ$$

$$BM^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 144 - \frac{4}{3} \cdot 144 = 144 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BM = 12 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ответ: $BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

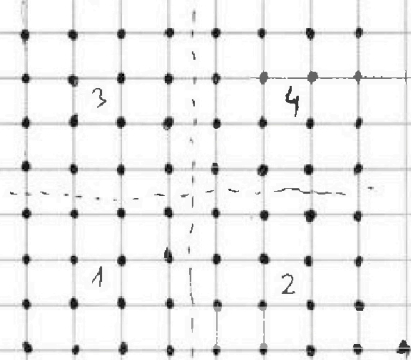


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Разделим квадрат на 4 квадрата

В каждом квадрате 4×4 узлов.

Если 2 узла в одном квадрате, то есть $\frac{16 \cdot 15}{2}$ способов выбрать их, т.к. при повороте раскраски считаются одинаковыми.

Если 2 узла в соседних квадратах, то есть $16 \cdot 16$ выбрать 2 узла (первый из кв. 1, второй из кв. 2) (При этом не будет одинаковых раскрасок)

Если 2 узла в противоположных квадратах, то $\frac{16 \cdot 16 (\text{всего}) + 16 (1 \text{ центр. сим.})}{2} = \frac{16 \cdot 17}{2}$ (центральная симметрия не имеет пары, которая получила бы поворотом на 180°)

$$\text{Тогда всего } 16 \cdot 16 + \frac{16 \cdot (15 + 17)}{2} = 16 \cdot 32 = 512$$

Ответ: 512 способов перекрасить 2 узла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

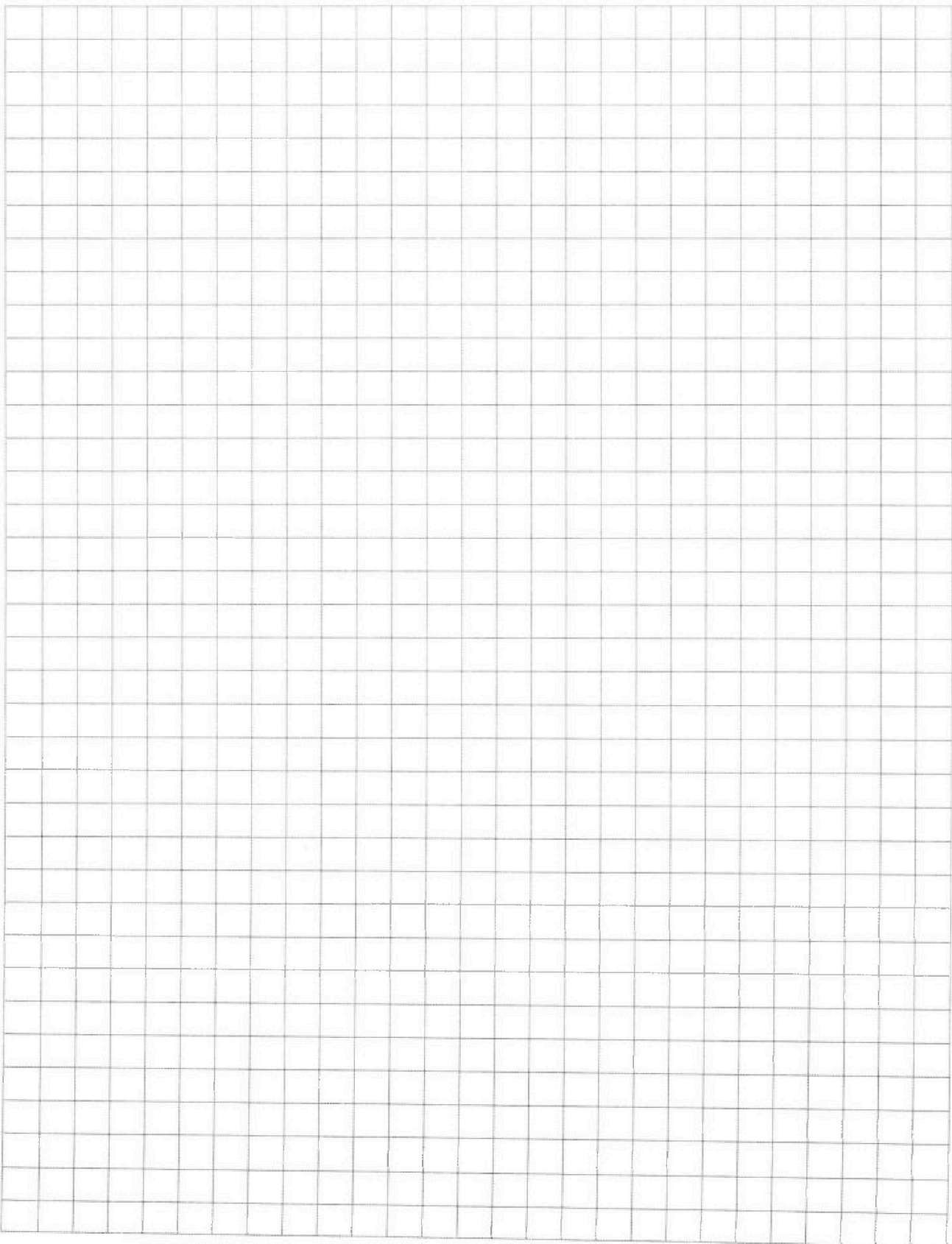
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$
 $= 12^2 + (\frac{3}{2}y)^2 - 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$

$\frac{1}{4}y^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cos \alpha$

$\frac{60+x^2}{4} = x^2 + 6^2 - 12x \cos \alpha$

$60+x^2 = 4x^2 + 12^2 - 48x \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{3x^2 + 144 - 60}{48x} = \frac{3x^2 + 84}{48x}$

$72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60+x^2) - 2 \cdot 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$

$72 + 12 \cdot \frac{3x^2 + 84}{2} = (3x^2 + 84) \cdot \frac{3}{2}$

$12 \cdot 6 = 18x$

$72 = 18x$

$x = 4$

$16/31$

$\frac{DA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} = \frac{M_2}{25}$

$\frac{16 \cdot 16}{2} = 128$

$64 \cdot 6 = 384$

$128 \cdot 4 = 512$

$256 \cdot 2 = 512$

8×8 $33 \times 0,5$

64 способа выбрать 1 из 8

63 способа выбрать 2 из 8

$\frac{16 \cdot 16}{2} + 16 \cdot 16 \cdot 2$

$64 \cdot 69 = 4416$

$\frac{16 \cdot 16}{2} = 128$

$16 \cdot 16 = 256$

$16 \cdot 32 + 16 \cdot 7,5 = 392$

$16 \cdot 39,5 = 632$

$x < \frac{2}{3}y$ $x \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}$

$x < \frac{2}{3}y$ $x \leq \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$

$x \in [\frac{2}{3}y - \frac{4}{3}; \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}]$

18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$

$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$

$25 - 18 - 2 = 5 \quad 225 - 2 - 2 = 221$

$39 \mid 9^2 - 18 - 2 \mid 9^2 - 20 = 59$

$q^2 - 5q - 20 = 0$
 $q = 17 \text{ or } -2$
 $D = 25 + 80 = 105$

$17 \cdot 9^2$
 $m - 9n$
 q^2
 $m - 2n + 13$
 $17 \cdot 30$
 $9^2 + 13 = 14$

$mn \mid mn$
 $17 \cdot 17$
 $m^2 - 2n - 2$
 $p^2 - 2p - 2 = 17$
 $p^2 - 2p - 18 = 0$
 $D = 4$

$4n^2 + 6n + 14$
 $17 \cdot 1$
 $17 \cdot p$
 p^2
 p
 17
 p

$2/3 y - 4/3 = 3/2 y + 3$
 $4y - 8 = 9y + 18$
 $5y = -26 \Rightarrow y = -26/5$
 $-15 + 3 = -7, 5 + 3 = -4, 5$
 $-10 + 4 = -6, 15/3 = 5$
 $3 \cdot 26 = 60 + 18 = 78$

$17 \cdot 9^2$
 $2 - 2 = 221$
 $9^2 - 2 - 2 = 77$
 $4n^2 + 6n + 14$
 $17 \cdot 1$
 $17 \cdot p$
 p^2
 p
 17
 p

$17 \cdot 9^2$
 $2 - 2 = 221$
 $9^2 - 2 - 2 = 77$
 $4n^2 + 6n + 14$
 $17 \cdot 1$
 $17 \cdot p$
 p^2
 p
 17
 p



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(x^2 + 4x - 2) \sqrt{x^2 + 4x + 4} = (x+2)^2$
 $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2(x^2 + 4x + 4)$
 $16 - 84 + 72 - 4x - 8 = 0$
 $184 - 72 - 4x - 8 = 0$
 $104 - 4x = 0$
 $x = 26$

$D = 16 + 4 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$
 $x = -4 \pm \sqrt{16} = -4 \pm 4$
 $x_1 = 0, x_2 = -8$
 $(x+2+\sqrt{2})(x+2-\sqrt{2}) = (x+2)^2 - 2 = x^2 + 4x + 4 - 2 = x^2 + 4x + 2$
 $18^2 = 324$
 $= \frac{324}{564}$

$x^2 = 4y^2 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 2y \cdot \cos \angle C$
 $y^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos \angle C$
 $x^2 = 64 + 8^2 - 2 \cdot 68 \cdot \cos \angle C$
 $x^2 - y^2 = 6^2 + 8^2 - 12^2 \cdot 4^2 = 36 + 64 - 144 - 16 = -60$
 $y^2 - x^2 = 60$
 $y^2 = 60 + x^2$
 $x^2 = 240 + 4x^2 + 324 - 72y \cdot \cos \angle C$
 $y \cdot \cos \angle C = \frac{24x^2 + 564}{72}$
 $16 = \frac{y^2 + 144}{x^2 + 60} - 2 \cdot 12 \cdot y \cdot \cos \angle C$
 $y \cdot \cos \angle C = \frac{x^2 + 60 + 144 - 16}{24}$
 $4x^2 = 72 + 3y^2 - 2 \cdot 9 \cdot y \cdot \cos \angle C$
 $6^2 = (\frac{3}{2}y)^2 + 18^2 + 2 \cdot 18 \cdot \frac{3}{2}y \cdot \cos \angle C$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x + 6k = -6x^2 \quad \text{и} \quad 6k = -6x^2 \quad \text{или} \quad k = -x^2$$

$$4k = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 \quad 2 \cdot 2x + k = -x^2 \quad k = -x^2 + 2x - 2$$

$$2k = -\frac{1}{2}x^4 - 4x^3 - 11x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$3x^4 - 2x^3 + 1,5x^4 + 12x^3 + 27x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 - 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 16 - 8 = 0$$

$$32 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0$$

$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\frac{3}{3^2} + \frac{8 \cdot 12}{3^3} + \frac{16 \cdot 12^2}{3^4} + \frac{8 \cdot 12^3}{3^5} - 8 = 0$$

$$3 - 8 + 16 - 8 - 8 = 0$$

$$48 - 64 + 64 - 16 - 8 = 0$$

$$3 - 8 \cdot 3 + 16 \cdot 9 - 8 \cdot 27 - 8 = 0$$

$$3 - 24 + 144 - 216 - 8 = 0$$

$$k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2x - 3y) \leq 6 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

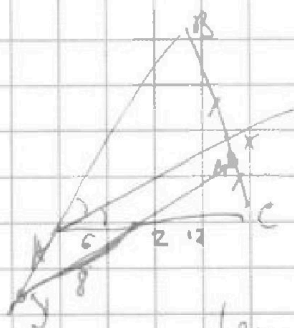
$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ 2x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \geq \frac{3}{4}y \\ x \leq \frac{3}{4}y + 3 \end{cases}$$

$$4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -(x^4 + 8x^3 + 22x^2) = -4x^2 + 8x - 8$$

$$12 - 12x + 8x - 4 - 2x^2 =$$

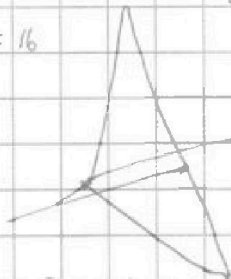
$$= -2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 8 + 6x^2$$



$$(3x - 1)(x^3)$$

$$2^4 = 16$$



$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ x > \frac{3}{4}y \end{cases}$$

$$2x = x^4 + 8$$