



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y \rightarrow \min$$

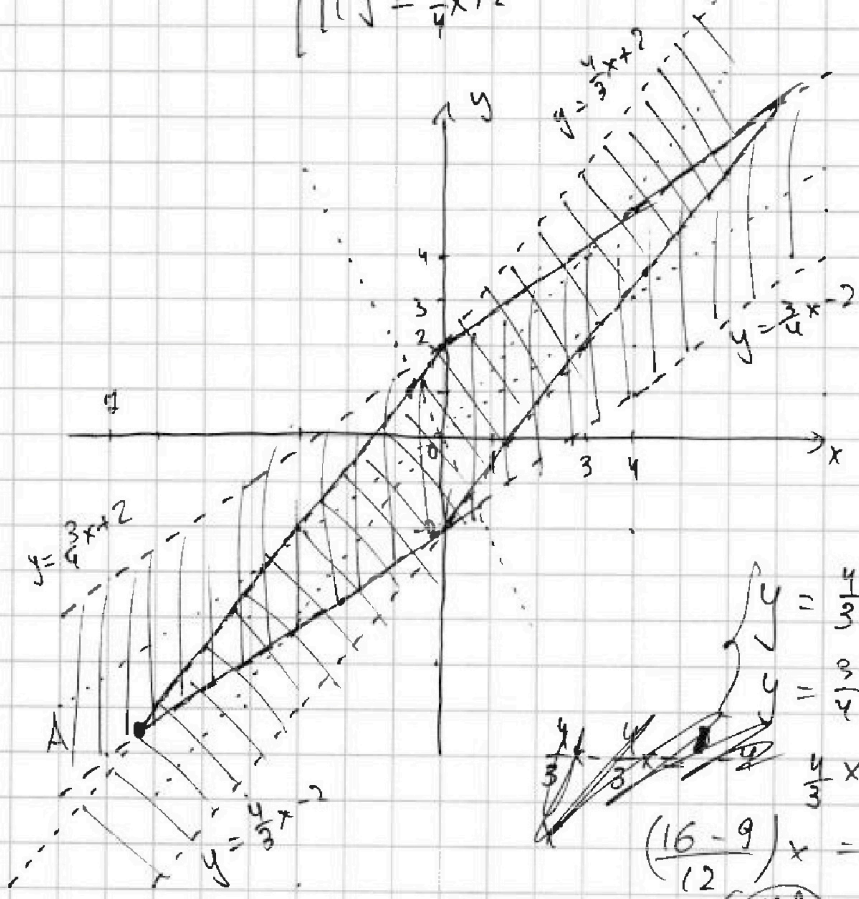
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \geq 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{4}{3}x \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \geq \frac{4}{3}x \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \geq \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

Пусть $14x + 7y = a$

$$y = \frac{a - 14x}{7} = -2x + \frac{a}{7}$$

т.к. $a \rightarrow \min$, то из семейства прямых с шагом -2 нужно выбрать самую нижнюю, имеющую точку в допустимой области.
Такая прямая пересекает область в т. А, если наоборот:



$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x - \frac{3}{4}x = -4$$

$$\left(\frac{16-9}{12}\right)x = -4$$

$$x = \frac{-48}{7}$$

$$y = -\frac{3}{4} \cdot \frac{-48}{7} - 2 = \frac{36}{7} - 2 = \frac{50}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим координаты А в уравнение:

$$14 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = a$$

$$2(-48) - 50 = a$$

$$a = -(50 + 96) = -146$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n \quad 13p^2 \quad 3q^2$$

$$B = m^2n + 3mn - mn^2$$

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m+n+3)$$

Предположим что $m-n=p$, $m-n+9=13p$,
какого бы то ни было, о.и

$$9 = 12p - \text{каждый реш в } \mathbb{N}$$

~~Анализировать не получится $\Rightarrow 13 \nmid 9$.
или $m-n+9=13p$, $m-n=p$,
тогда $9=12p$~~

Пусть $m-n=p^2$
 $m-n+9=13$, тогда

$$p^2 = 4 \Leftrightarrow p=2, \text{ о.и. } p \in \mathbb{N}$$

тогда $m=n+4$.

Если $m-n+9=1$, то
 $m-n < 0$ - не реш

Пусть $\begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases}$
 $22=p^2$ - не реш в \mathbb{N}

Пусть $\begin{cases} m-n=1 \\ m-n+9=13p^2 \end{cases}$
 $10=13p^2$ - не реш в \mathbb{N} .

получим, что
или $A=13p^2$, о.и
 $m=n+4$
тогда решим $B=3q^2$

Пусть $\begin{cases} mn=3 \\ m+n+3=q^2 \end{cases}$
 $m+n=4 \Rightarrow q^2=7$ - не реш в \mathbb{N}

Пусть $\begin{cases} mn=q^2 \\ m+n+3=3 \end{cases}$
 $m+n=0$ - не реш в \mathbb{N}

Пусть $\begin{cases} mn=3q \\ m+n+3=q \end{cases}$ $m = \frac{3q}{n}$
 $\frac{3q}{n} + n + 3 = q \quad | \cdot n$

$$3q + n^2 + 3n = qn$$

$$q = \frac{n(n+3)}{3-n}$$

о.и. q - простое, то $\begin{cases} n=3-n - \text{каждый реш в } \mathbb{N} \\ n+3=3-n - \text{каждый реш в } \mathbb{N} \end{cases}$

Ответ: $(m;n) = (t+4; t), t \in \mathbb{N}, v(1;2)$

Пусть $\begin{cases} mn=q \\ m+n+3=3q \end{cases}$ $m = \frac{q}{n}$
 $\frac{q}{n} + n + 3 = 3q \quad | \cdot n$
 $q + n^2 + 3n = 3qn$
 $q = \frac{n(n+3)}{3n-1}$ $\begin{cases} n=3n-1 \quad \emptyset \\ 3n-1=n+3 \\ 2n=4 \\ n=2 \Rightarrow m=1 \end{cases}$
 $q=2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = q^2 \\ m-n+q = 3 \end{cases}$$

$$q^2 = -6 \quad \emptyset$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = 3 \\ m-n+q = q^2 \end{cases}$$

$$12 = q^2 \quad \emptyset$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = 3q \\ m-n+q = q \end{cases}$$

$$3q + q = q \quad \emptyset$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = q \\ m-n+q = 3q \end{cases}$$

$$q + q = 3q \quad \textcircled{\times}$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = 1 \\ m-n+q = 3q^2 \end{cases}$$

$$10 = 3q^2 \quad \emptyset$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n = 3q^2 \\ m-n+q = 1 \end{cases} \quad \text{отриц} \quad \emptyset$$

Докажем, что все пары взаимно простых чисел имеют вид

$$\text{Отв: } (m; n) = ((t+1), t), t \in \mathbb{N}, \cup (1; 2)$$

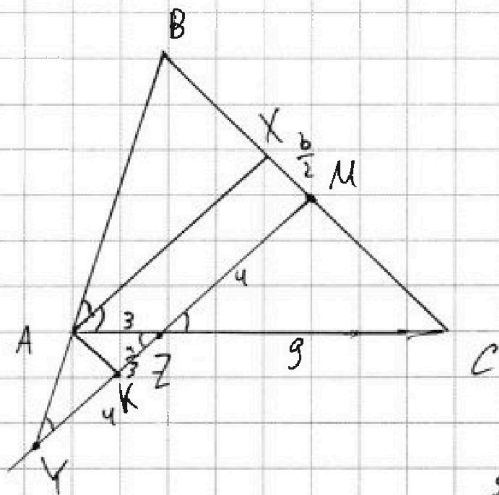


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~1) Пусть $BM = a$, тогда $CM = a$, т.к. M - середина BC~~

Пусть $BX = b$, тогда $CX = BC - b = 2a - b$

2) т.к. $ZM \parallel AX$, и AX - бис-се, то

$$\angle BAX = \angle XAC = \angle MZC = \angle AYZ \text{ (соответ.)}$$

3) т.к. $\angle B$ - общий, $\angle AYZ = \angle BAX$, то $\Delta ABX \sim \Delta YBM$ (YY)

$$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AY}{YM} = \frac{AX}{Y+ZM}$$

4) т.к. $\angle C$ - общий, $\angle XAC = \angle MZC$, то $\Delta CMZ \sim \Delta CXA$ (YY) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{ZM} = \frac{AC}{ZC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow AX = \frac{4}{3} ZM$$

с учетом обозк. имеем:

$$\frac{b}{a} = \frac{AX}{4+ZM}$$

$$\frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{ZM}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{4+ZM}$$

$$8 + 2ZM = 4ZM$$

$$8 = 2ZM$$

$$ZM = 4$$

$$2 - \frac{b}{a} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{ZM} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{т.к. } BC = 2a, \text{ то } BC = 2 \cdot \frac{3}{2} b = 3b$$

$$5) XM = BM - BX = a - b = \frac{3}{2} b - b = \frac{b}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Ф.н: $AK \parallel BC$, ΔOZG т.ч. $AX \parallel KM$, ΔO

AKM к-пер-ми по опр $\Rightarrow XM = AK = \frac{b}{2}$.

7) $\angle AZK = \angle MZC$ (вертикальные), $\angle AKZ = \angle ZMC$ (накр. сме)

$$\Rightarrow \Delta AKZ \sim \Delta ZMC \Rightarrow \frac{KZ}{AZ} = \frac{ZM}{ZC} \Rightarrow KZ = \frac{AZ \cdot ZM}{ZC}$$

$$= \frac{3 \cdot 4}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow YK = YZ - KZ = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

8) По св-ву бисс-сы $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} \Rightarrow AB = \frac{BX \cdot AC}{XC} =$

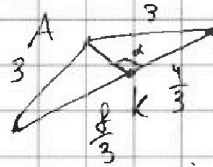
$$= \frac{b}{2b} \cdot 12 = \frac{12}{2} = 6.$$

9) ~~из подобия ΔABX и $\Delta BMY \Rightarrow \frac{AB}{BY} = \frac{BX}{YM} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = \frac{9}{2}$~~

~~$\frac{AB}{AY} = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = \frac{3}{2} \cdot AY = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$~~ По т. Палеса т.ч. $AX \parallel YM$, ΔO

$$\frac{AY}{AB} = \frac{XM}{BX} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow AY = \frac{AB}{2} = 3$$

Рассм ΔYAZ :



Угел $\angle AKZ = \alpha$, тогда

$$\angle AKY = 180^\circ - \alpha$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

т.ч. по гвл ΔAKZ :

$$9 = AK^2 + \frac{16}{9} - 2AK \cdot \frac{4}{3} \cos \alpha \Rightarrow \frac{8}{3} AK \cos \alpha = AK^2 + \frac{16}{9} - 9$$

т.ч. по гвл ΔAKY :

$$9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK \cdot \frac{4}{3} \cos \alpha$$

$$9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2(AK^2 + \frac{16}{9} - 9) \Rightarrow 9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK^2 + \frac{32}{9} - 18$$

$$3AK^2 = 27 - \frac{32}{9} \quad AK = \sqrt{9 - \frac{32}{9}}, \text{ т.ч. } AK > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10) Ak = \frac{b}{2}, B^c = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 6Ak = 6\sqrt{9 - \frac{32}{9}} =$$
$$= 6\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{6 \cdot 7}{3} = 14$$

Ответ: 14

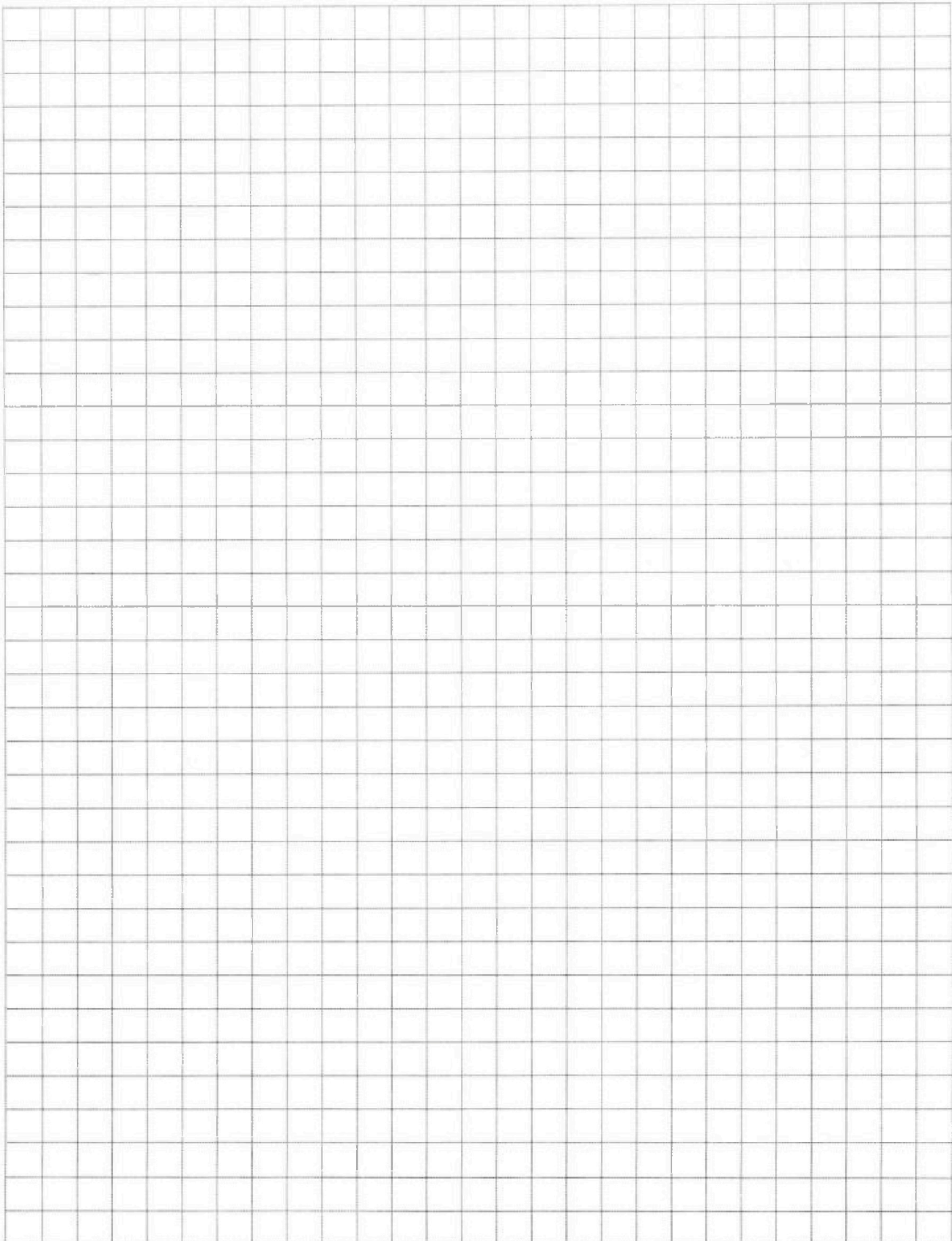


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

т.к. x, y под корнем четкой степени, то $x \geq 0, y \geq 0$.

заметьте, что если $x > 0$, то $x^4 > y^4 \Rightarrow x^4 - y^4 > 0$,

$x - y > 0$, и $\sqrt[4]{x} > \sqrt[4]{y} \Rightarrow \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} > 0$, т.е.

все слагаемые положительны и их сумма положительна,

т.е. нет решений. Аналогично если $x < y$, тогда

левая часть < 0 - нет. реш. Остается единственная

варианта $x = y$, подставим в (1)

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+6} = a, \sqrt{5-x} = b, \text{ тогда}$$

$$a - b + 5 = 2ab, \sqrt{30-x-x^2} = \sqrt{x+6}\sqrt{5-x} \text{ - следом}$$

$$b^2 = 5 - x$$

$$-b^2 = x - 5$$

$$11 - b^2 = x + 6$$

$$a = \sqrt{x+6} = \sqrt{11 - b^2}$$

$$\sqrt{11 - b^2} + b + 5 = 2b\sqrt{11 - b^2}$$

ограничений, т.к. корни по определению уже встречаются



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{количество расписок с симм. осями} = \frac{100}{2} = 50$$

количество расписок без симм осей:

$$\frac{100 - 99}{2} - \frac{100}{2} = \frac{100 - 98}{2} = 50 - 98$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

По написанному выше общее количество точек:

$$\frac{50 \cdot 98}{1} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 98 + 25 = 25 \cdot 100 = 1250$$

Ответ: 1250



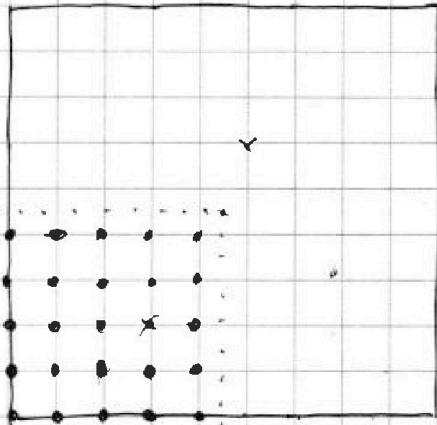
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~#16 + 5 = 21~~



Федя решил от 1 до 5
можно выбрать только 0,
два (стоять у одного из них), что
но сумма квадратов дает квадрат
 $3^2 + 4^2 = 5^2$, и. т. д.

т. е. раскраски переходящие поворотами друг в друга
равны, то в данную раскраску можно
перейти еще 3 теми же, и только 3 (повороты на
 $90^\circ, 180^\circ$, и 270°) тогда количество раскраски в задаче
в 4 раза меньше ~~от~~ количества раскраски исходной.
а это $(10 \cdot 10) - 1$ - выбор первого узла
 $(10 \cdot 10) - 1$ - выбор второго
перекрестка
⊖ 10.99

- Но +50 если 2 точки не центральные смежные от
центра квадрата, в том смысле при повороте раскраски
квадрата их уже нет их перекрестку, поэтому если
точки центр. смеж, то в такую раскраску поворотом перейти
может лишь одна

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_4 = (x^2 - 4x)^2 \\ a_n = -3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 4d = 6x + 18 & (1) \\ a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 & (2) \\ a_1 + 10d = -3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4}$$

$$(2) - (1): 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{2} = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 \cdot 2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 5(x^2 - 12x - 36) = 0 \quad | :3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

1	-8	17	-4	-12
2	-6	5	6	0
2	1	-4	-3	0

$$(x-2)^2(x^2-4x-3) = 0 \quad D = 4^2 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$$

$$(x-2)^2(x-(2+\sqrt{7}))(x-(2-\sqrt{7})) = 0 \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: 2; $2 \pm \sqrt{7}$

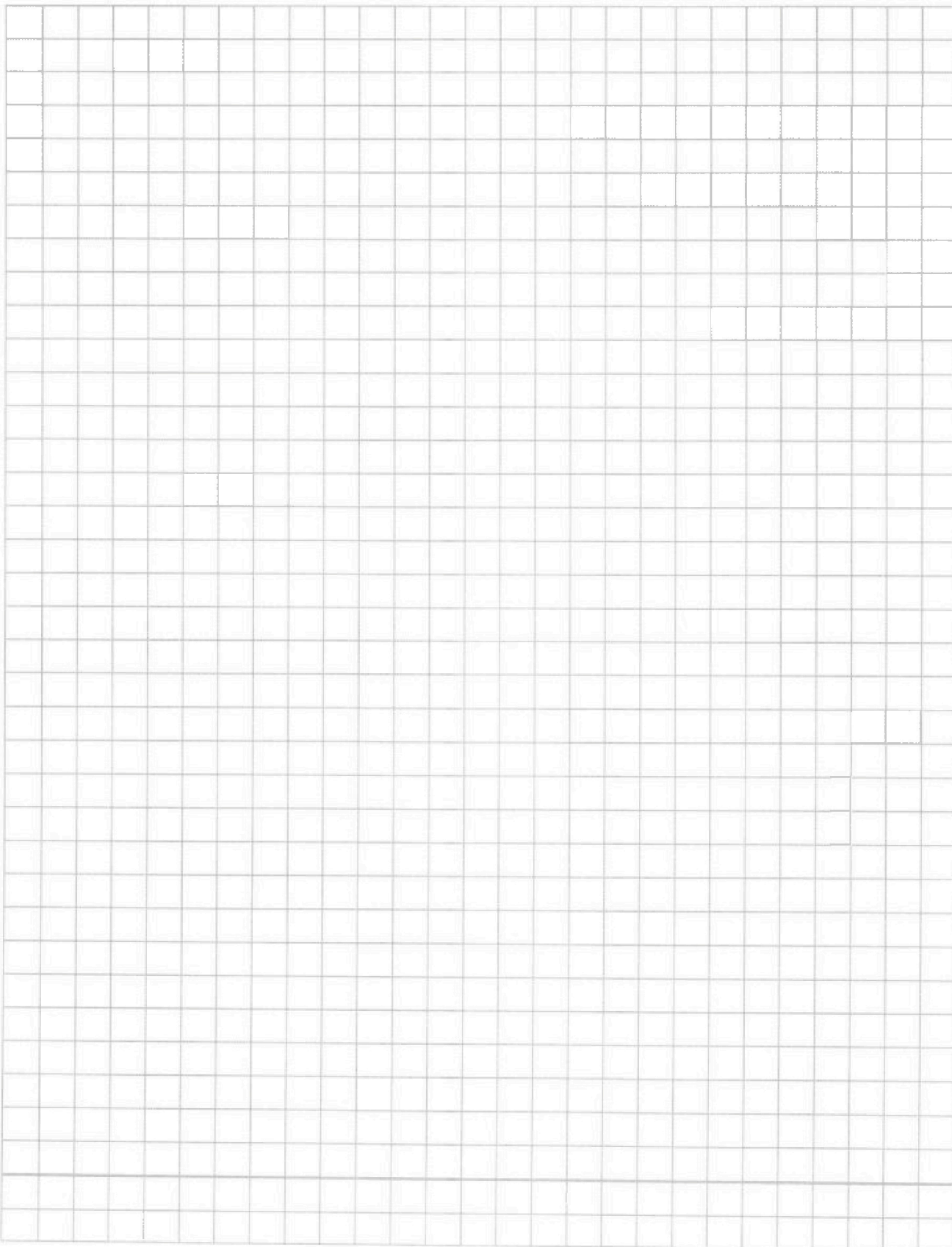


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{AM} = \frac{12y}{4+9y}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{12y}{4+9y} \\ 1 - \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{12y}{4+9y}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{4+9y}$$

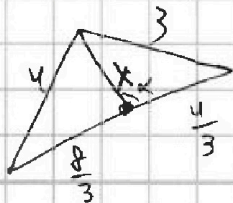
$$2 = \frac{AX}{4+9y} + \frac{AX}{9y}$$

$$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{4+9y} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} - 2 = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \quad | \quad 2a = 3b = BC$$



$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{AM}$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{AX}{AM}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{AX}{4+2M} \\ \frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{2M} \end{cases}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{AX}{2M}$$

$$\frac{AX}{4}$$

$$\frac{AX}{4+2M} = \frac{2}{3}$$

$$3AX = 8 + 2M$$

$$4M = 8 + 2M$$

$$2M = 8$$

$$M = 4$$

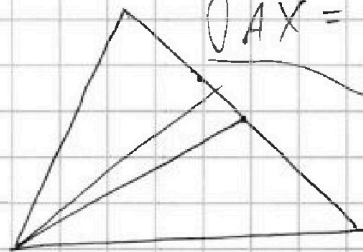
$$g = \frac{16}{9} + x^2 - \frac{2 \cdot 4 \cdot x}{3} \cos \alpha$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + \frac{2 \cdot 4}{3} x \cos \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{4+4}$$

$$AX = \frac{4}{3} \cdot 2M$$

$$AX = \frac{16}{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4x - 6 &\leq 3y \\ 4x + 6 &\geq 3y \\ 3x + 8 &\leq 4y \\ 3x + 8 &\geq 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x + 8y &= a \\ 4y &= a - 8x \\ y &= \frac{a}{4} - 2x \\ y &= -2x + \frac{a}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \geq 0 \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \leq 0 \\ 4x - 3y \geq -6 \\ 3x - 4y \geq 0 \\ 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \leq 0 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{12y}{4+9y} + \frac{4}{3} = \frac{36y+16+36y}{3(4+9y)} = \frac{72y+16}{24y+12}$$

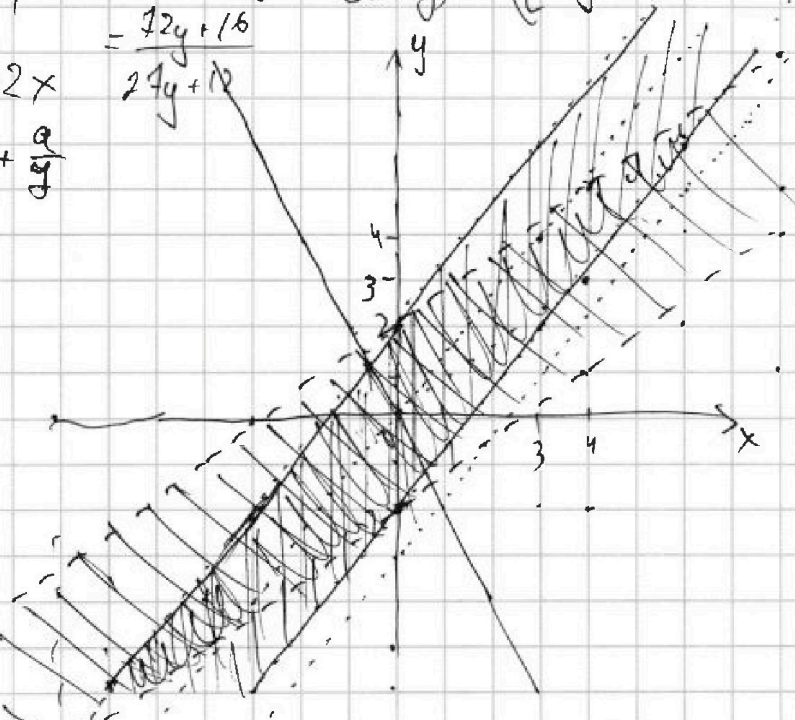
$$\begin{aligned} y &\leq \frac{4}{3}x \\ y &\geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y &\geq \frac{4}{3}x \\ y &\leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y &\leq \frac{3}{4}x \\ y &\geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y &\geq \frac{3}{4}x \\ y &\leq \frac{3}{4}x + 2 \end{aligned}$$

$$(x+6)(5-x) = 5x - x^2 + 30 - 6x = -x^2 - x + 30$$

$$\frac{1}{a} = \frac{12y}{4+9y}$$

$$a(1-2b) = b-5 \quad a = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}x + 2 \\ y &= \frac{1}{4}x - 2 \end{aligned}$$



$$\frac{4}{3}x = \frac{3}{4}x$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}x + 2 &= \frac{3}{4}x - 2 \\ \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)x &= -4 \\ \left(\frac{16-9}{12}\right)x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{25}{12}x &= -4 \\ x &= \frac{-48}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} &= \\ + \frac{36}{4} &= \\ \frac{50}{50} &= \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = (-3x^2)$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$(3) - (1): 6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$2d = -x^2 - 2x - 6$$

$$D = 4 + 4 \cdot 6 = 28$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} a_1 + d \cdot 4 = 6x + 18 \\ a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \end{array} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ a_1 + 10d = -3x^2 \end{array} \right.$$

$$(2) - (1): 4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4} = \frac{-16 + 64 - 76}{4} = -4$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4} = \frac{-16 + 64 - 76}{4} = -4$$

$$(2) - (1): 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{2} = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 \quad | \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +32 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$-x^4 + 8x^3 - 19x^2 = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$D = 16 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 1 & -8 & 14 & -4 & -12 \\ \hline 2 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 1 & -8 & 14 & -4 & -12 \\ \hline 5 & 1 & -3 & 2 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 2 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \\ \hline -2 & 1 & -10 & 3 & 6 & 0 \end{array}$$

$$(x-2) \left(x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \right)$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 3 & 1 & -5 & 2 & -2 & 0 \\ \hline -3 & 1 & -11 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \\ \hline -2 & 1 & -4 & 3 & 6 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)^2 (x^2 - 4x - 3)$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} 1 & 1 & -11 & & & \end{array}$$

$$(x-2)^2 / x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 - \frac{16}{9} - x^2 = \frac{2}{3} x \cos \alpha$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + 2\left(9 - \frac{16}{9} - x^2\right)$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + 18 - \frac{32}{9} - 2x^2$$

$$16 = -x^2 + \frac{32}{9} + 18$$

$$x^2 = \frac{32}{9} + 18 - 16 = \frac{32}{9} - 2 = \frac{14}{9} \quad x = \frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{b}{2}$$

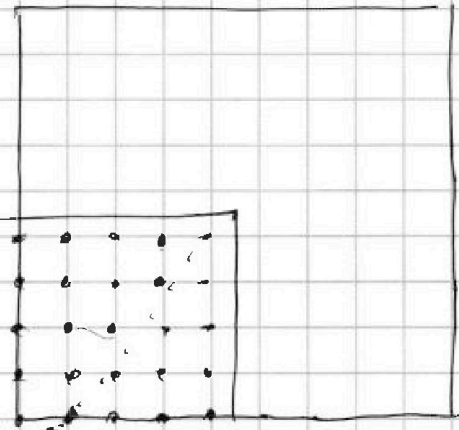
$$BC = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 2\sqrt{14}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \end{cases}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 0$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$(a-b+c)(a-b+c) = a^2 - ab + ac - ab + b^2 - bc + ac - bc + c^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A $m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$

$13p^2$
 $3q^2$
 $\frac{10}{32}$
 $\frac{32}{49}$

B $m^2 n + mn^2 + 3m^2 = mn(m+n)$

$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$

$m^2 n (m+n+3)$ $13p^2$

$13p^2$
 $13p \cdot p \cdot x$

$3q \cdot q$
 $3q^2$

$\frac{10}{2} = \frac{100}{20}$
 $\frac{32}{2} = \frac{100}{20}$

$m-n=13$
 $m-n+9=p^2$
 $mn=9$
 $m+n+3=3q$
 $m=n+3$
 $22=p^2$
 $m=\frac{9}{n}$
 $\frac{9}{n}+n+3=3q$

$m-n=p^2$
 $m-n+9=13$
 $m=n+4$
 $4=p^2 \cdot n(n+3)=2q$

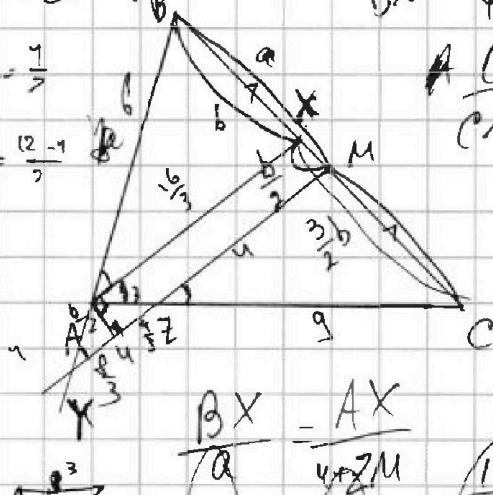
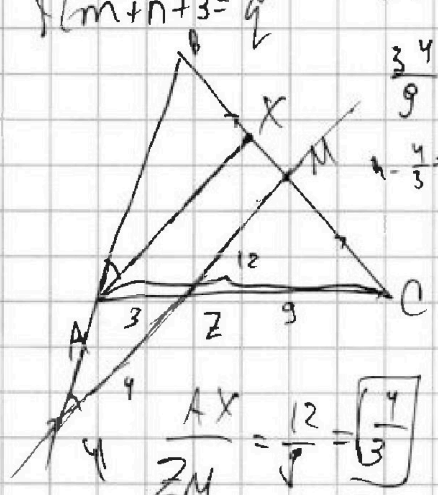
$A \ p^2 \ 13$
 B
 $m=n+4$

$m-n=13$
 $m-n+9=p^2$
 $mn=3q$
 $m+n+3=q$
 $q+n^2+3n=3q$
 $mn=3q$
 $m+n+3=q$
 $3m+3n+9=mn$

$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{XM} = \frac{AX}{4+2M}$

$\frac{CX}{CM} = \frac{AX}{2M}$

$\frac{12 \cdot 2}{3} = \frac{1-b}{a}$



$\frac{AX}{2M} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$AX = 12q \cdot \frac{1}{3} = 4q$
 $2M = 9q$

$\frac{BX}{a} = \frac{AX}{4+2M}$
 $\frac{CX}{a} = \frac{AX}{2M}$

$\frac{b}{a} = \frac{AX}{4+2M}$
 $\frac{1-b}{a} = \frac{AX}{2M}$
 $\frac{1-b}{a} = \frac{4}{3}$