



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned} 12-12x \\ (x^2+4x)^2 \\ -6x^2 \end{aligned}$$

пусть d - разность арифметической прогрессии.

$$\begin{cases} 12-12x+2d = (x^2+4x)^2 & | :3 \\ -6x^2 = 12-12x+6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36-36x+6d = 3(x^2+4x)^2 \\ 12-12x+6d = -6x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24-24x = 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 \Rightarrow 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x=2 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 : x + 2 \\ \underline{-3x^4 + 6x^3} \\ 18x^3 + 54x^2 \\ \underline{-18x^3 + 36x^2} \\ 18x^2 + 24x \\ \underline{-18x^2 + 36x} \\ -12x - 24 \\ \underline{-12x - 24} \\ 0 \end{array}$$

По теореме Безу.

$$\begin{array}{r} 18x^2 + 24x \\ \underline{-18x^2 + 36x} \\ -12x - 24 \\ \underline{-12x - 24} \\ 0 \end{array}$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 24 = 0 \Rightarrow x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

Если $x < -2$, $(x^2+4x)^2 > 0$, $12-12x > 0 \Rightarrow$

никогда больше корней нет, т.к. ~~уравнение~~

~~$12-12x$~~ ~~уменьшается~~ ~~при~~ $x < -2$, $12-12x \uparrow$, $(x^2+4x)^2 \uparrow$

$-6x^2 \downarrow$, но $(x^2+4x)^2$ растет быстрее, чем $12-12x \Rightarrow 2d \downarrow$

Если $x > -2$, $12-12x \downarrow$, $(x^2+4x)^2$ либо ~~растет~~ ^{уменьшается} ~~логично~~, ^{60π} ~~не~~

чем $12-12x \downarrow$ либо ~~растет~~ ^{уменьшается} $-6x^2$ убывает до $x=0$.

поэтому ~~растет~~ $\Rightarrow 2d$ и $6d$ ~~будут~~ ^{будут} ~~монотонно~~ ^{монотонно} ~~не~~ ^{уменьшаться} ~~ни~~ ^{ни} ~~когда~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{2y}{3} \geq x \geq \frac{2y}{3}$$

$$\frac{2y}{3} \geq x \geq 10$$

$$2y \geq 3x - 30$$

$$y \geq \frac{3x-30}{2} \Rightarrow x \geq -4 \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ y \geq \frac{3x-30}{2} \end{cases} \rightarrow \min \text{ value}$$

$$\begin{aligned} -40730 &\rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ y \geq \frac{3x-30}{2} \end{cases} \\ -30 &\rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ y \geq \frac{3x-30}{2} \end{cases} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Пусть $A = 17p^2$ $(m-2n)(m-2n+13)$, если $a=p$, $b=p$,
то $p=13$, т.к. $a=b-13 \Rightarrow m-2n=13 \Rightarrow$ нецелое
 $(36m-7n=13 \cdot 17)$

$$\begin{cases} m-2n=13 \cdot 17 \\ m-2n+13=13 \end{cases} \Rightarrow \text{нецелое. Значит либо } a:p^2, \text{ либо } b:p^2,$$

иначе какая-то из скобок = 1, тогда $\Rightarrow a=1$, $b=14$, тогда
 $\nexists 17p^2$, либо $b=1$, $a=12 \Rightarrow a \neq 17p^2 \Rightarrow a:17$ или $a:p^2$
 $b:p^2$ или $b:17 \Rightarrow$

\Rightarrow т.к. это простое число $p, 17 \Rightarrow \begin{cases} a=17 \\ b=p^2 \\ c=p^2 \\ d=13 \end{cases}$, если

$$\begin{cases} p(m-2n)=17 \\ m-2n+13=p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2=30 \text{ нецелое, если } \begin{cases} m-2n=p \\ m-2n+13=17 \end{cases} \Rightarrow p^2=4 \Rightarrow p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B=2mn=15q^2 = 4(n+2)n, \text{ т.к. } (5,4)=1 \Rightarrow \begin{matrix} m-2n=4 \\ m=2n+4 \end{matrix}$$

$$q^2 \cdot 4 \Rightarrow q=2 \Rightarrow n(n+2)=15 \Rightarrow n=3 \Rightarrow m=10$$

$$\text{Если же } A=15q^2, B=17p^2 \Rightarrow (m-2n)(m-2n+13)=15q^2$$

Взять же если $a:q, b:q \Rightarrow q=13$ $a(a+13)=13 \cdot 15 \Rightarrow$
 $a^2+13a-2535=0 \Rightarrow \Delta=10309$, это $>103^2, <105^2 \Rightarrow a$ не целое \Rightarrow нецелое
 $\Rightarrow q \neq 13, a:q^2$ или $b:q^2$.

Если $a:q^2$, то тогда $a+13=(1, 3, 5, 15) \Rightarrow a=(-17, -10, -8, 2) \Rightarrow$
 \Rightarrow нецелое. Если $a+13:q^2 \Rightarrow a=(1, 3, 5, 15) \Rightarrow a+13=(14, 16, 21, 28) \Rightarrow$
нецелое. $\Rightarrow a, a+13$ не имеют общих делителей: $13 \Rightarrow A \neq 15q^2 \Rightarrow A=16q^2$,

$$B=15q^2 \Rightarrow n=3, m=10 \Rightarrow (10, 3)$$

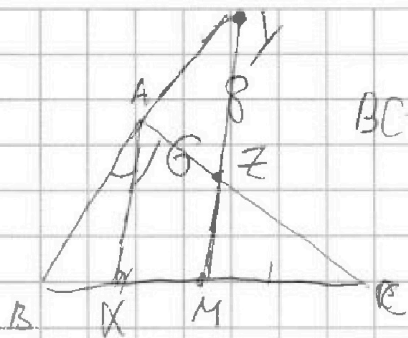
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По теореме Птолемея $(AX \parallel MZ)$

$$\frac{CZ}{AZ} = \frac{CM}{XM}$$

$$= \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow CM = 2XM, \text{ т.к. } M \text{ середина, то } BM = CM \Rightarrow BM = 2XM \Rightarrow BX = XM.$$

По св-ву биссектрисы $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} = \frac{3BX}{BX} = 3 \Rightarrow AB = \frac{18}{3} = 6 \Rightarrow$

По теореме Птолемея $(AX \parallel MZ)$ $\frac{BX}{XM} = \frac{BA}{AY} = 1 \Rightarrow BA = AY \Rightarrow$

$\Rightarrow AY = 6.$

Тогда по теореме косинусов для $\triangle AYZ$:

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle ZAY = 8^2 \Rightarrow 72 - 72 \cos \angle ZAY = 64 \Rightarrow 8 = 72 \cos \angle ZAY$$

$$\Rightarrow \cos \angle ZAY = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \angle BAC = -\frac{1}{9}.$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = BC^2 \Rightarrow 36 + 324 + 24 = BC^2 \Rightarrow 384 = BC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{5-B}{2B-1} = \frac{3}{B} \Rightarrow 5B - B^2 = 6B - 3 \Rightarrow B^2 + B - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta = \sqrt{13} \quad B_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ м.к. } 0 < B \leq \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\sqrt{13}-1}{2}, A = \frac{6}{\sqrt{13}-1}}$$

$$2) \frac{14-2\sqrt{13}}{4} = x \Rightarrow \frac{6-4+2\sqrt{13}}{2} = x = 4\sqrt{13}/7$$

$$\Rightarrow \frac{12+4+2\sqrt{13}}{4} = \frac{2\sqrt{13}-2}{4} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} = y$$

$$2) \frac{5-B}{2B-1} = \frac{15}{B} \Rightarrow 5B - B^2 = 3B - 15 \Rightarrow B^2 - 2B - 15 = 0$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64 \quad B_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} \Rightarrow B_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{64}+2}{2}$$

$$3) \frac{14+4\sqrt{10}}{4} = x \Rightarrow x = \frac{12-14+4\sqrt{10}}{4} = \frac{-2+4\sqrt{10}}{4} = \frac{-2\sqrt{10}+1}{2} \Rightarrow x < 0, \text{ не год}$$

$$\Rightarrow x = y = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

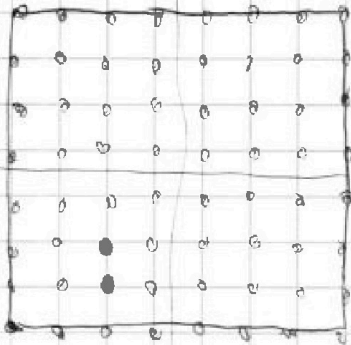


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



нб

Пусть было какое-то раскраска симметрична. Сделать поворот можно на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$. И в силу центральной симметрии

(осевой), одна раскраска будет считаться за 4. Но есть раскраски переходящие на 180° (симм. в обе), и много раскраски, где белые клетки симметричны относительно центра, тогда такие раскраски считаются за 2.

После этого вариантов отметить белые 2 группы = $C_{63}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$. Отметить точки, симметричные относительно

центра - $\frac{64 \cdot 1}{2} = 32$ (каждой из точек \exists одна пара, но каждая пара считается раз).

Кол-во вариантов не симметричных = $32 \cdot 63 - 32$.

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \frac{32 \cdot 63 - 32}{4} + \frac{32}{2} = \frac{32 \cdot 63}{4} + 16 = 16 \cdot 31 + 16 = 16 \cdot 32 = 16^2 \cdot 2 = \boxed{512}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\int \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad \text{NS.}$$

$$\int 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

ОДЗ: $0 \leq y \leq 3, \text{ т.к. } (3y \geq 0, 3y \geq 0)$
 $12 \geq x \geq 0, \text{ т.к. } (3x \geq 0, 12-x-y^2 \geq 0)$

$\Rightarrow f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x}$ возрастает всегда, т.к. $x \geq 0 \Rightarrow$

$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$

$(\sqrt{x+4} + 5) = (2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3x})$
 $g(x) \quad h(x)$

$g(x)$ при $x \geq 0$ возрастает, $h(x)$ при $x \geq 0$ убывает \Rightarrow

\Rightarrow если корни есть, то их единственно $\left(\begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} \right)$

$\begin{cases} A = \sqrt{x+4} \\ B = \sqrt{3-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A - B + 5 = 2\sqrt{AB} \\ A^2 = x+4 \\ 3-x = B^2 \end{cases} \Rightarrow A^2 + B^2 = 7$

$(A-B)^2 = (2\sqrt{AB} - 5)^2 \Rightarrow 7 - 2AB = 4AB - 20AB + 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4A^2B^2 - 18AB + 18 = 0 \Rightarrow 2A^2B^2 - 9AB + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow AB = 3, 1,5 \quad 1) A = \frac{3}{B} \quad 2) A = \frac{1,5}{B}$

$A - B + 5 = 2AB \Rightarrow A = \frac{5-B}{2B-1}$

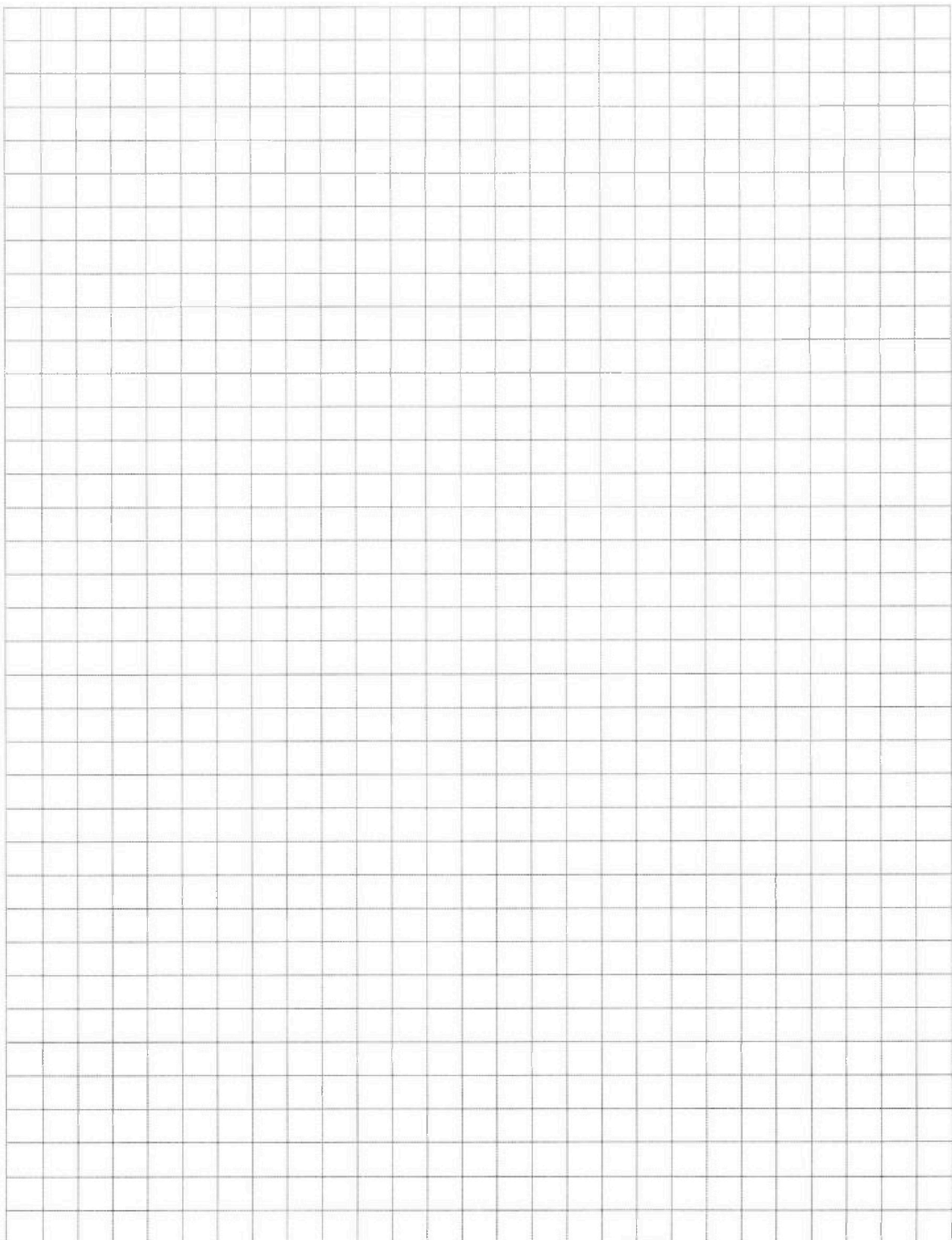


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



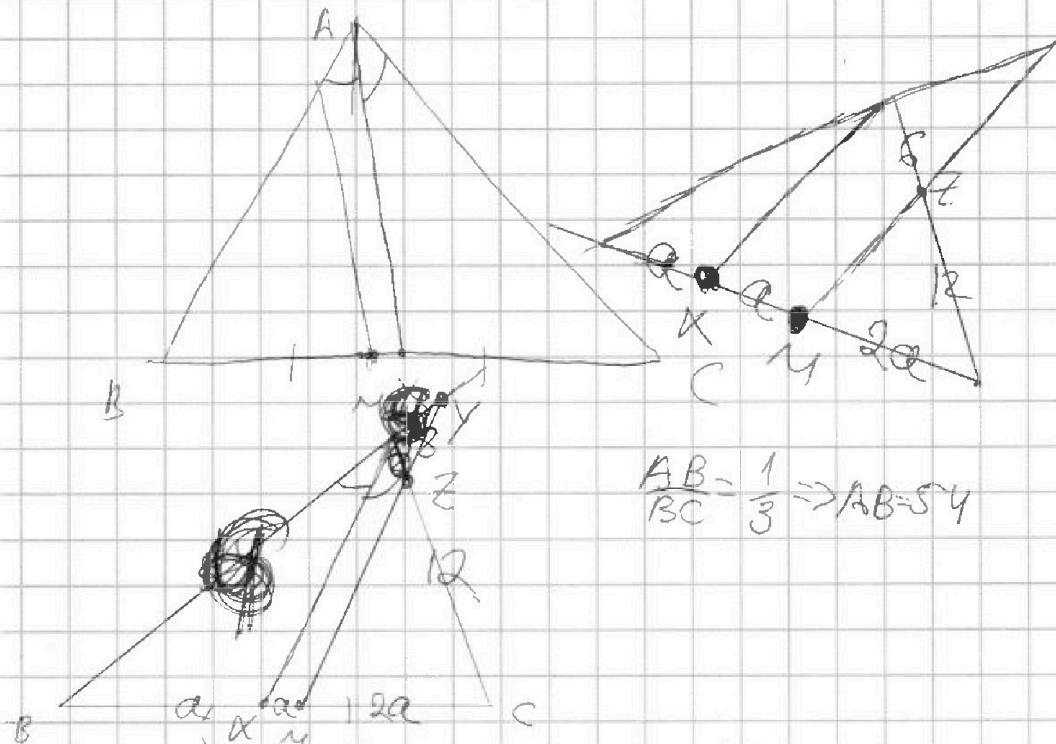


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 54$$

$$16 + 36 - 48 \quad X = 64$$

$$0 = 48X + 12$$

$$X = \frac{1}{4}$$

$$72 - 72X = 64$$

$$8 = 72X \quad X = \frac{1}{9}$$

$$36 + 324 + \frac{1}{9} \cdot 6 \cdot 18 = BC^2$$

$$360 + 12 = BC^2 = 372$$

$$\begin{array}{r} 372 \overline{) 16} \\ - 32 \overline{) 16} \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 372 \overline{) 4} \\ - 36 \overline{) 4} \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 4} \\ - 36 \overline{) 4} \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 16} \\ - 32 \overline{) 16} \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 64} \\ - 384 \overline{) 64} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{2x - 3y}$$

$$\sqrt{x_6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & 0 \leq y \leq 3 \\ & 0 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

$$12-x-y^2 \geq 0$$

$$D = -108 \quad 48-4x \geq 0 \quad 4(12-x) \geq 0 \quad 12 \geq x$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2016 \leq a \leq 3$$

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = 2\sqrt{ab}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$7 \sqrt{5ab}$$

$$a - b = a(2b-1)$$

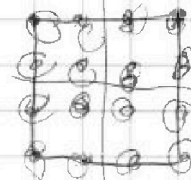
$$5 - b = a(2b-1)$$

$$5 - b = 4b - 2$$

$$7 = 5b$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$a = \frac{5 - 2b + 1}{2b - 1} \geq 2$$

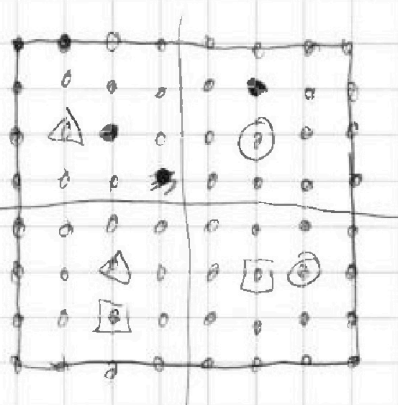


$$\frac{(64 \cdot 63 - 32)}{2}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 16 =$$

$$= \frac{32 \cdot 62}{4} \cdot 16 =$$

$$= \frac{16 \cdot 31}{1} + 16 = 16 \cdot 32$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad 10x+5y \rightarrow \min$$

$$2x \geq 3y \quad \text{или} \quad x \geq 1,5y$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$x \leq \frac{3(y+2)}{2}$$

$$2y \geq 3x \geq 4,5y$$

$$y < 0$$

$$x \leq \frac{3(y+2)}{2}$$

$$\frac{3(y+2)}{2} \geq 1,5y$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2y-3x \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(x+y) \leq 10 \\ x+y \geq 10 \end{cases}$$

$$3x \leq 2y$$

$$x \leq \frac{2y}{3}$$

$$-(x+y) \leq 10$$

$$x+y \geq -10$$

$$x \geq -y-10$$

$$\frac{2(y-2)}{3} \leq x$$

$$2y \geq \frac{2(y-2)}{3}$$

$$6y \geq 2y-4$$

$$4y \geq -4$$

$$y \geq -1$$

$$y = -1$$

$$x = -1$$

$$-6 \leq x$$

$$2x-6 \leq 6x$$

$$\frac{2x-6}{3} \leq 2x$$

$$\frac{2x-6}{3} \leq 2x$$

$$1) \begin{cases} 2x \geq 3y \\ 3x \leq 2y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2y-3x \leq 4 \end{cases}$$

$$3y \geq 2x-6 \quad \text{или} \quad y \geq \frac{2x-6}{3}$$

$$3y = 2x-6$$

$$6 \geq 2x-3y \geq 0$$

$$4 \geq 2y-3x \geq 0$$

$$-10 \leq 5x-5y$$

$$x \geq \frac{2y-4}{3}$$

$$-2 \leq x-y \geq \frac{20y-40}{3}, \frac{10x-30}{3}, \frac{20y+10x-70}{3}$$

2)

$$-6 \leq 2x-3y$$

$$-4 \leq 3x-2y$$

$$x \geq y-2$$

$$10x+5y \geq 15y-10$$

$$-6 \leq 2y-4-3y$$

$$-4 \leq y-6$$

$$y \geq 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad 10x+5y.$$

$$2x \geq 3y \quad 3x \geq 2y$$

$$x \geq \frac{3y}{2} \quad x \geq \frac{2y}{3}$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$3x-2y \leq 4$$

$$\begin{array}{r} 10140 \\ 10309 \\ \hline x \geq \frac{535}{4} \end{array}$$

$$2x \leq 3y \quad 3x \leq 2y$$

$$x \leq \frac{3y}{2} \quad x \leq \frac{2y}{3}$$

$$\frac{2y}{3} \geq \frac{3y}{2}$$

$$4y \geq 9y \Rightarrow y \leq 0, x \leq 0$$

$$5x-5y \leq 10$$

$$x-y \leq 2 \quad x \leq 2+y \quad 169$$

$$\frac{3y}{2} \leq x \leq 2+y$$

$$\begin{cases} 3y \leq 4+2y \\ y \leq 4 \quad x \leq 6 \end{cases} \quad 60$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2y-3x \leq 4 \end{cases}$$

$$-x-y \leq 10$$

$$x+y \geq 10$$

$$m-2n=21$$

$$m =$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 15 \\ \hline 2535 \end{array}$$

$$(m,n) \quad A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2 - 2mn - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$\begin{cases} m-2n=13 \\ m-2n+13=13+17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m-2n=13 \\ m-2n=13+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m-2n=17 \\ m-2n+13=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \leq 17p^2 \\ 17 \quad p^2 \\ p \quad 17p \end{array}$$

$$\begin{cases} m-2n=p^2 \\ m-2n+13=17 \end{cases}$$

mn

$$(m-2n)(m-2n+13) = 159^2$$

$$x(x+13) = 159^2 \quad a^2+13a$$

$$a(a+13) = 159^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{12 - 12x + 2d} = (x^2 + 4x)^2$$

$$\sqrt{12 - 12x + 6d} = -6x$$

$$\sqrt{36 - 36x + 6d} = 3(x(x+4))^2$$

$$\sqrt{12 - 12x + 6d} = -6x^2$$

$$24 - 24x = 3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) + 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$6x^2 - 12x + 6d + 12 = 0$$

$$x^2 - 2x + d + 2 = 0$$

$$d = 4 - 4d - 8 = -4d - 8 = \sqrt{-4(d+2)} = 2\sqrt{-(d+2)}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \mid x+2$$

$$3x^4 + 6x^3 \quad \underline{-18x^3 + 54x^2 + 24x - 24}$$

$$21x^3 + 54x^2 \quad \underline{-21x^3 + 42x^2 + 48x - 48}$$

$$33x^2 + 24x - 48 \quad \underline{-33x^2 + 66x - 66}$$

$$12x + 90 - 12 = 78$$

$$48 - 24 \cdot 8 + 54 \cdot 4 - 24 \cdot 2 - 24 = 24 \cdot 3 = 54 \cdot 4$$

$$12 + 24 + 20 = 4^2$$

$$12 + 24 - 60 = -6 \cdot 4$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$36 \quad 16 \quad 24$$

$$12 - 12x + 6d = -6x$$

$$36 - 36x + 6d = 3(x(x+4))^2$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$24 - 24x = 3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) + 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$6x^2 - 12x + 6d + 12 = 0$$

$$x^2 - 2x + d + 2 = 0$$

$$d = 4 - 4d - 8 = -4d - 8 = \sqrt{-4(d+2)} = 2\sqrt{-(d+2)}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \mid x+2$$

$$3x^4 + 6x^3 \quad \underline{-18x^3 + 54x^2 + 24x - 24}$$

$$21x^3 + 54x^2 \quad \underline{-21x^3 + 42x^2 + 48x - 48}$$

$$33x^2 + 24x - 48 \quad \underline{-33x^2 + 66x - 66}$$

$$12x + 90 - 12 = 78$$

$$48 - 24 \cdot 8 + 54 \cdot 4 - 24 \cdot 2 - 24 = 24 \cdot 3 = 54 \cdot 4$$

$$12 + 24 + 20 = 4^2$$

$$12 + 24 - 60 = -6 \cdot 4$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x \cdot 4} - \sqrt{3 - x \cdot 5} = 2\sqrt{12 - x - x^2}$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = 4AB - 20AB + 5$$

$$A - B \cdot 5 = 2AB$$

$$\frac{22}{10} \frac{1}{5}$$

$$2,2 \cdot 5 - B = 4B$$

$$A = \sqrt{3} \quad B = 2$$

$$4,2 = 5,4B$$

$$\frac{7,2}{5,4} = B = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$3 - x = \frac{16}{9}$$

$$18AB =$$

$$x \cdot 4 = \frac{36}{25}$$

$$(2A + 1)$$

$$x = \frac{21}{25}$$

$$\frac{2m}{n} \cdot 1 = 12 \quad \frac{6}{4}$$

$$A = \frac{5 - 6}{2B - 1}$$

$$\frac{19}{4} \frac{16}{3}$$

$$2m + n = 12$$

$$x = A^2 - 4$$

$$\begin{cases} A^2 - 4 = 3 - B^2 \\ A = \frac{5 - 6}{2B - 1} \end{cases}$$

$$A^2 \cdot B^2 = 7$$

$$x = 3 - B^2$$

$$\frac{3,5}{2}$$

$$\frac{b^2 - 70b + 25}{4b^2 - 4b + 1} = 7 - b^2$$

$$x \leq \frac{3(y+1)}{2}$$

$$A - 2AB + \frac{x}{y} < 0$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$x \leq \frac{2(y+2)}{4}$$

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$x - y \leq 2$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$AB = 3$$

$$A = \frac{3}{B}$$

$$(A+B)^2 =$$

$$6b - 3 = 5b - b^2$$

$$b^2 + b - 3$$

$$3b - 1,5 = 5b - b^2$$

$$b^2 - 2b - 1,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$\sqrt{7}$ $\sqrt{6-x} + 5$
 $6 > x > 5$ $\sqrt{6-x} + 5$

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$A - B + 5 = 2AB$$

$$A \geq 2$$

$$0 \leq B \leq 3$$

$$AB \leq 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 \neq 2\sqrt{12-x-x^2} \quad \downarrow$$

$$2 \leq A \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{6+4} = 2\sqrt{6} \quad \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \quad \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{5-\sqrt{2}+5} = 2\sqrt{10} \quad \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \quad \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$0 \leq B \leq 3$$

$$7 - \sqrt{3} = 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot 5 - 2A - B \geq 4$$

$$2\sqrt{3} \geq 2AB \geq 0$$

$$49 - 14\sqrt{3} \leq 3 \quad \vee \quad 32$$

$$2 > 3 > 1$$

$$20 \vee 14\sqrt{3}$$

$$400 \leq 3 \cdot 196$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 =$$

$$\sqrt{\frac{11}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} + 5 = \sqrt{33}$$

$$7,6$$

$$7,2$$

$$A = 1,29$$

$$1,71$$

$$\sqrt{33}$$

$$\sqrt{11-\sqrt{3}+5\sqrt{2}} = \sqrt{66}$$

$$2,2 - B + 5 = 4,4B$$

$$7,$$

$$2,3 - \sqrt{1,71} + 5 = 2 \cdot 2,3 \cdot \sqrt{1,71}$$

$$2,4 - B + 5 = 4,8B$$

$$2\sqrt{1,71} = 5 - 2,3$$

$$x = \frac{9}{4}$$

$$7,5 - 5,8B$$

$$A = \frac{5}{2} \quad B = \frac{5}{4}$$

$$3 = \frac{25}{16} + \frac{9}{4}$$

$$B$$

$$2,5 - B + 5 = 5B$$

$$x+4 = \frac{25}{4} \quad 3-x = \frac{25}{16}$$

$$7,5 = 6B$$

$$\frac{5}{4} = B$$