



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5d \\ 9x^2 = a_1 + 9d \end{cases}$$

a - первый член, d - по знаменателю прогрессии

$$\Leftrightarrow x^2(x-5)(x+1) + 2(3x^2 + 3x - 2) = 0$$

$$x^2(x-5)(x+1) = -4d$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

Факторизация:

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2((x-1)^2 - 5) = 0$$

$$x=1 \text{ или } (x-1)^2 = 5$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: 1; $1 - \sqrt{5}$; $1 + \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2.

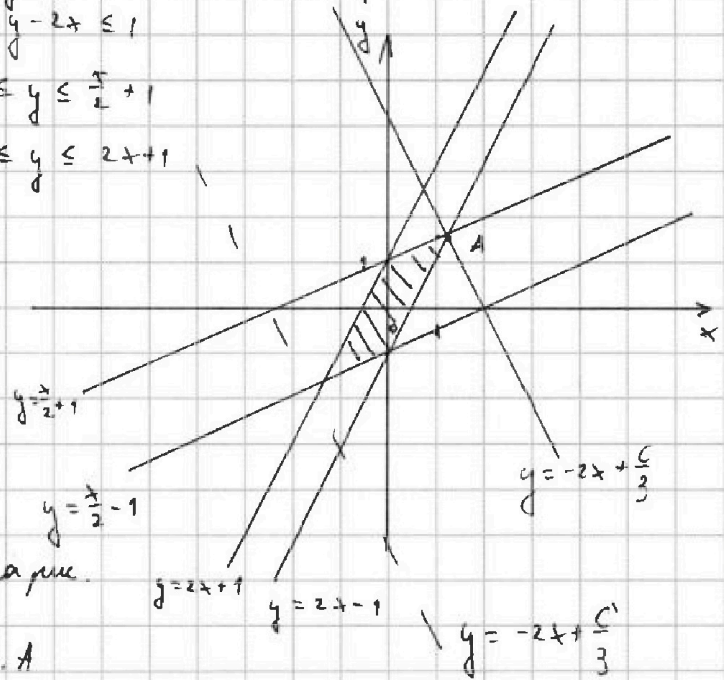
$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$\max(3y+6x) = ?$

1)
$$\begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 \\ -1 \leq y-2x \leq 1 \end{cases}$$

2) График:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 \leq y \leq \frac{x}{2} + 1 \\ 2x - 1 \leq y \leq 2x + 1 \end{cases}$$



3) Пусть $\max 3y+6x = C$

Тогда $y = -2x + \frac{C}{3}$

Свободный член $\rightarrow \max$
если при $x=0$ $y \rightarrow \max$

Тогда $\frac{C}{3} \rightarrow \max$, в силу макс.

$y = -2x + \frac{C}{3}$ проходит через Т. А

найдем её: $\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x_A = \frac{4}{3}$$

$$y_A = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

Значит: $\frac{5}{3} = -2 \cdot \frac{4}{3} + \frac{C}{3}$

$C = 5 + 8 = 13$ - искомый максимум

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$

Задача №3.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n \quad 1) \quad A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2 + 2mn + 3mn$$

$$11p^2, 75q^2$$

$$B = mn(m+2n+3)$$

p, q - простые

2) В случае, если $B = 11p^2$, т.к. p - простое, то:

$(m, n) - ?$

$$\begin{cases} m=11 \\ n=p=m+2n+3 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} n=11 \\ m=p=m+2n+3 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n+3=11 \\ m=n=p \end{cases}$$

$$11+n+3=0 \quad 2n+3=0 \quad 3n=2$$

$$n=-20 \quad 2n+3=0 \quad n=\frac{2}{3}$$

не подходит нет нет

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=11p \\ m+2n+3=11p \end{cases}$$

нет

$$\text{либо } \begin{cases} n=1 \\ m=p \\ m+2n+3=11p \end{cases}$$

нет

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ m+2n+3=11p^2 \end{cases}$$

нет

$$\text{либо } \begin{cases} m=11 \\ n=1 \\ m+2n+3=p^2 \end{cases}$$

нет

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=11 \\ m+2n+3=p^2 \end{cases}$$

нет

остальные варианты не записаны т.к. устно, что $m+2n+3 > m$
 $m+2n+3 > n$

3) Тогда в случае, если $A = 11p^2$, $B = 75q^2$:

$$\begin{cases} m+2n=1 \\ m+2n+3=11p^2 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p^2 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases}$$

нет нет нет нет

$$\Rightarrow \boxed{m+2n=11}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m+2n=p \\ m+2n-7=11p \end{cases}$$

нет

$$\text{либо } \begin{cases} m+2n=p^2 \\ m+2n-7=11 \end{cases}$$

нет

4) $m+2n=11$, также $mn(m+2n+3) = 75q^2$

$$\Rightarrow mn \cdot 20 = 75q^2$$

$$4mn = 15q^2$$

\Rightarrow т.е. $q^2 \cdot 4$, т.к. $15/4$

тогда возможно только если $q=2$

5) $m+2n=11$ т.к. $m+2n < 15$
 $4mn=15$ то $\exists!$ $m=3$ или $n=5$ или $\boxed{m=5}$ или $n=3$

не подходит

т.к. квадрат нечет = нечет, а сумма чет + чет = чет.

Ответ: (5, 3).

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



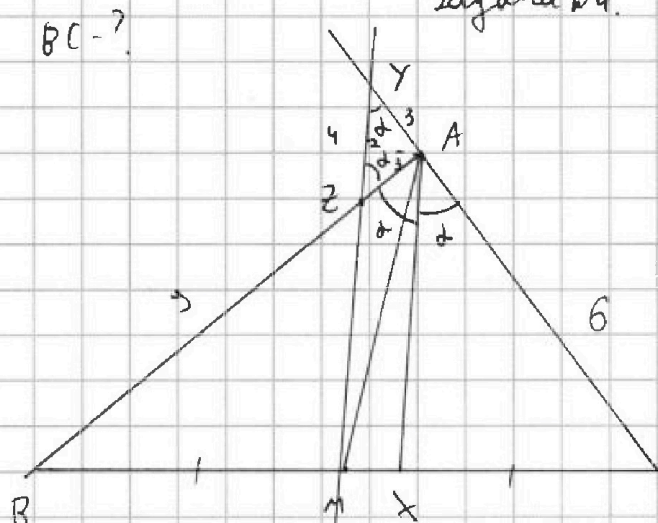
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$$1. \frac{AZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{AC} = 1$$

$$1. \frac{AZ}{3} \cdot \frac{7}{9} = 1$$

$$\underline{AZ = 9}$$

1) Пусть $\angle CAZ = \alpha = \angle BAZ$ (дисконт.)

2) т.к. $AZ \parallel MY$

$$\Rightarrow \angle AZY = \alpha$$

$$\angle ZYA =$$

$$= 180 - (\alpha + (180 - 2\alpha)) =$$

$$= \alpha$$

т.к. $\triangle ZYA$ - равнобедр.

$$\Rightarrow \underline{AY = AZ = 9}$$

3) Пусть $\triangle ZYA$:

$$\sin\left(\frac{180-2\alpha}{2}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3};$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$$

2) по т. Менелая для $\triangle CBA$:

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{AZ}{AZ} = \frac{AY}{CY} = 1$$

" (медiana) $\frac{AZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$

$$\underline{AZ = 9}$$

4) по т. Косинусов для $\triangle BAC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$= 144 + 36 + 16 = 196$$

$$\boxed{BC = 14}$$

Ответ: $BC = 14$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

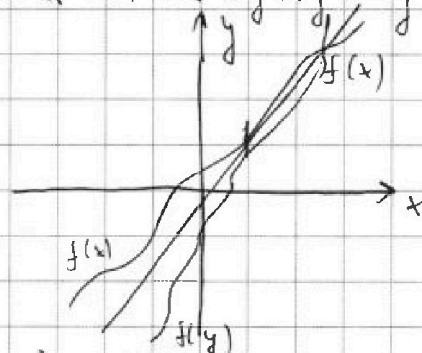
Задача №5.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \quad (1) \quad 1) \text{ Заметим, что:}$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases} \quad (2) \Leftrightarrow \overset{\text{факт}}{x^3 + 3x + \sqrt{2x}} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

2) $f(x)$ и $f(y)$ - возрастающие

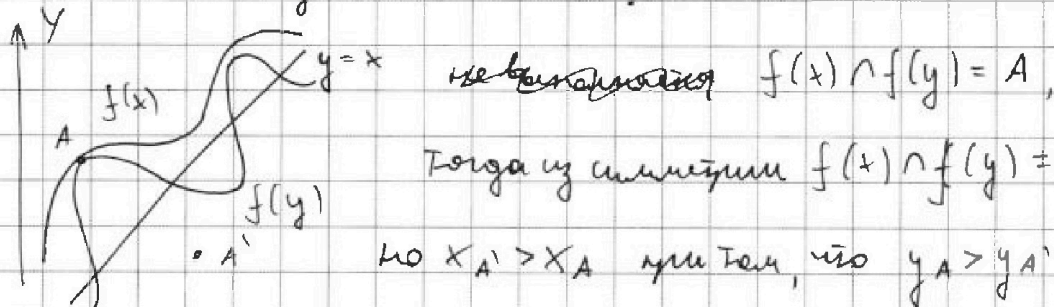
3) $f(x)$ и $f(y)$ симметричны
отн. $y=x$



Значит они могут пересекаться
только на прямой $y=x$.

Док. и: пусть это не так:

$$\begin{aligned} \text{пусть } x^3 + 3x + \sqrt{2x} &= f(x) \\ y^3 + 3y + \sqrt{2y} &= f(y) \end{aligned}$$



Тогда из симметрии $f(x) \cap f(y) = A'$

но $x_{A'} > x_A$ при том, что $y_A > y_{A'}$

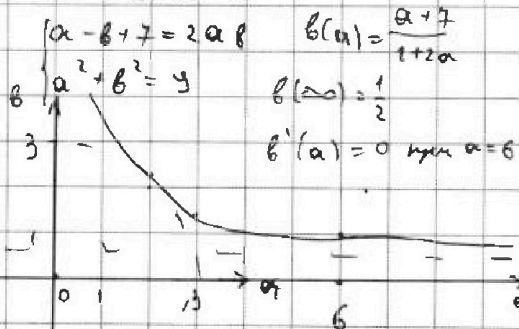
получим, что $f(x)$ - убывает
 \Rightarrow противоречие

4) Тогда система эквивалентна: 5) Да Делить:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)} \\ x=y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{пусть } \sqrt{x+2} &= a, \sqrt{7-x} = b \\ \text{Тогда } a^2 + b^2 &= 9 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

1) Всего способов: $12! \cdot 120$, из них нужно вычесть те, которые симметричны при повороте.



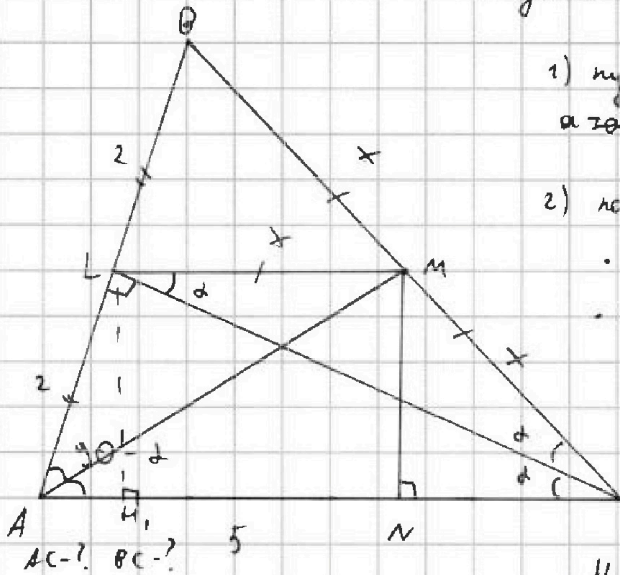
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7.



1) пусть O_1 и O_2 - центры окр. Ω и ω а также середины AM и CL

2) по св-ву пересек. окр:

- $PO \perp O_1O_2$
- по усл. $PO \parallel PH$
- $PH \perp AC$
- $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

Т. е. в четырёхугольнике $AMNO_2$ отрезок, согд. середины сторон AM и NO_2 \parallel сторон AC \Rightarrow это св-во трапеции $\Rightarrow ML \parallel AC$

3) т. к. AM - медиана, то $\angle ANM = 90^\circ$

4) ML - сред. линия $\Rightarrow AL = BL = \frac{AB}{2} = 2$

5) CL - биссектр., медиана $\Rightarrow \angle CLA = 90^\circ$, $\triangle ABC$ - равнобедренный
Т. е. $AC = BC$

6) по т. Пифагора: $AM^2 = 25 + MN^2$, пусть $MN = R$

$$AM^2 = 25 + R^2$$

7) в $\triangle ALH$:

$$\sin(90 - \alpha) = \frac{R}{2}, \quad 2 \cos \alpha = R$$

8) в $\triangle BCL$: $\sin \alpha = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$

9) по т. Косинусов: $AM^2 = 4 + x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x \cdot \cos(90 + \alpha)$

$$\text{Тогда имеем: } \begin{cases} AM^2 = 25 + R^2 \\ R = 2 \cos \alpha \\ \sin \alpha = \frac{1}{x} \\ AM^2 = 4 + x^2 + 4x \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + x^2 + 4x \cdot \frac{1}{x} = 25 + 4 \cos^2 \alpha \\ 4x^2 = 17 + 4 \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2} \\ x^4 = 21x^2 - 4 \\ x^2 = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4^2}}{2} = \frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Т. к. $BC = AC > 5$

$$\text{то подходит } x^2 = \frac{21 + 5\sqrt{17}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = BC = 2 \sqrt{\frac{21 + 5\sqrt{17}}{2}} = \sqrt{42 + 10\sqrt{17}}$$

Ответ: $AC = BC = \sqrt{42 + 10\sqrt{17}}$.

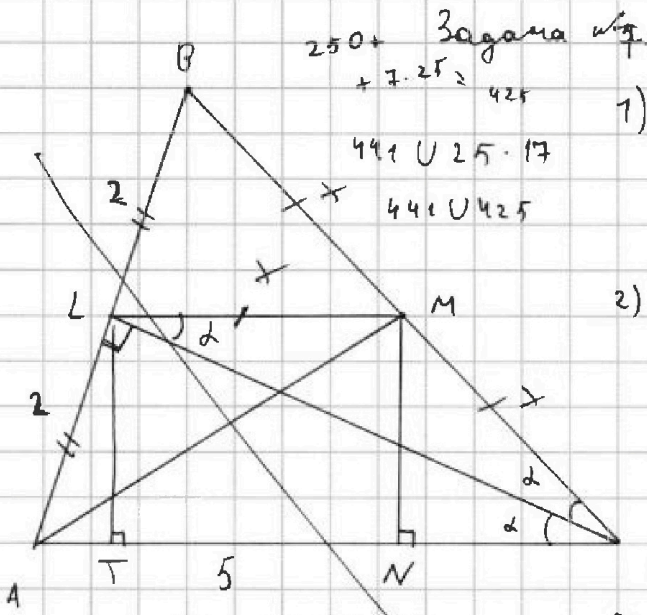


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



250 + Задача 17
 + 7 * 25 = 425
 441 ∪ 25 = 17
 441 ∪ 425

1) пусть O_1 и O_2 - центры данных окружностей, а PQ - середина AM и CL

2) по св-ву пересек. окружн.:
 $PQ \perp O_1O_2$
 но по усл. $PQ \parallel BN$
 $\Rightarrow O_1O_2 \perp BN$
 $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

т. е. в четырёхугольнике $ALMC$ отрезок, сог. средины двух сторон - это св-во трапеции
 $\Rightarrow ML \parallel AC$

$AC = ?$
 $BC = ?$
 $\sqrt{\frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2}}$
 $x = \sqrt{\frac{21 - 5\sqrt{17}}{2}}$
 4) $\triangle BLM \sim \triangle BAC$
 $CK = \frac{1}{2}$ т. к. $ML \parallel AC$, $BM = MC$
 $\Rightarrow BL = AL = \frac{AB}{2} = 2$

3) т. к. AM - диаметр одн, то $\angle ANM = 90^\circ$
 $\sin d = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$
 $x^2 - 2\sqrt{2}x + 4 = 0$
 $x = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8 - 4 \cdot 4}}{2}$

5) т. к. $\triangle ABC$ - равн. CL - биссектр., медиана $\Rightarrow \triangle ABC$ - равносторон.
 т. е. $BC = AC$
 $\angle CL \perp AB$
 $\cos^2 d = \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 2}{x^2}$
 $\sin(90 - d) = \frac{1}{2}$

6) $\frac{r}{2} = \frac{LC}{AC} = \frac{CT}{CL}$
 $2ML \cdot R = S_{\Delta}$
 $2xR = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2x \cos d$
 $r = 2 \cos d$
 $x^2 + 4x \sin d + 4 \sin^2 d - 25 = 0$

$x = \frac{-2 \sin d \pm \sqrt{4 \sin^2 d - 4 \sin^2 d + 25}}{-2 \sin d \pm 5}$
 $AM^2 = 4 + x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x \sin d$
 $AM^2 = 5^2 + R^2$
 $x = 5 - 2 \sin d$
 $x = 5 - \frac{2}{x}$
 $x^2 - 5x + 2 = 0$
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
 $4 + x^2 + 4x \sin d = 25$
 $= 25 + 4 \cos^2 d$
 $x^2 + 4 + \sin d = 25 + x - 4 \sin^2 d$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$a^2 - 2a(b-7) + (b-7)^2 = 4ab$$

$$a^2 - 6ab + 14a + b^2 - 14b + 49 = 0$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a - (7-2a)(-a+7) + 7 = 2a(7-a)$$

$$2a - 7 = 2a(7-a)$$

$$a - 7 = 7a - a^2$$

$$14 \cdot 6 = 16^2 + 16 = 2^8 + 2^4$$

при $x > \frac{5}{2}$ 1 пер. 128

$$2 \cdot 4^3 - 17 \cdot 4^2 + 11 \cdot 4 + 20$$

$$2^7 - 2^8 - 2^4 + 44 + 20$$

$$-128 - 16 \quad \frac{5}{2} + 2 = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} + 7 = 7$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 > 9$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} > 2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

OD3:

$$\frac{1}{2\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2\sqrt{7-x}} = 0 \quad a_1$$

$$\begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ b^2 + a^2 = 9 \end{cases}$$

$$a = \frac{-7+b}{1-2b}$$

$$b^2 + \left(\frac{b-7}{1-2b}\right)^2 = 9$$

$$b^2(1-2b)^2 + (b-7)^2 = 9(1-2b)^2$$

$$(a+b)^2 = 4b^4 - 4b^3 + b^2 + b^2 - 14b + 49 - 9 + 36b - 36b^2 = 0$$

$$= 16 + a - b$$

$$-a = -x-2$$

$$-a + 9 \rightarrow 7-x = b$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} = a \\ \sqrt{7-x} = b \end{cases}$$

$$a^2 = x+2$$

$$b^2 = 7-x$$

$$-a^2 + 9 = -x + 7 = b^2$$

$$b^2 = 9 - a^2$$

$$b^2 = (3-a)(3+a)$$

$$7-x = (3-\sqrt{x+2})(3+\sqrt{x+2})$$

$$f(x) = \frac{4}{2} - \frac{4}{2} = \frac{8}{4} \quad b^2 = (8-a)(4+a)$$

$$1: 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \text{ max}$$

$$4x^4 - 4x^3 - 34x^2 + 22x + 40 = 0$$

$$2x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 11x + 20 = 0$$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ 7-x > 0 \\ x > -2 \\ x \leq x \end{cases} \quad [-2; 7]$$

$$\begin{matrix} 36 & -17 \cdot 4 = \\ + 22 & = -68 \\ \hline 58 \end{matrix}$$

$$x=1 \quad f(1)=14$$

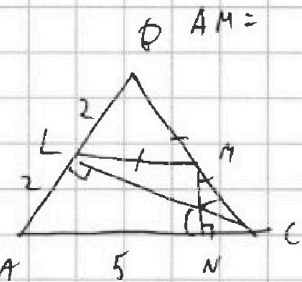
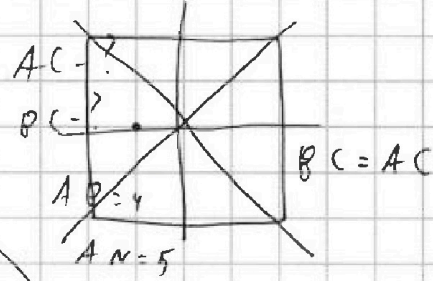
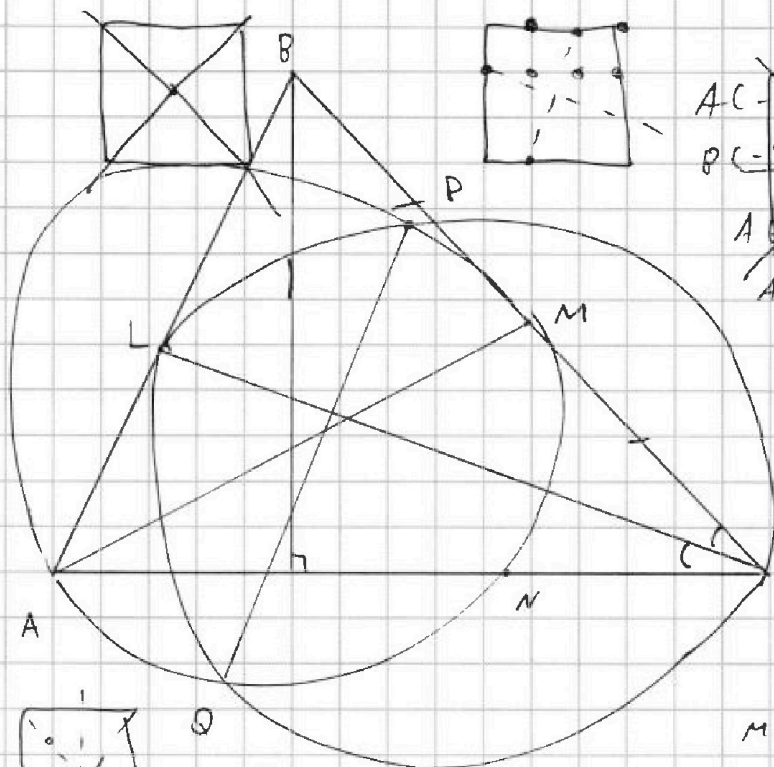


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
 ___ ИЗ ___

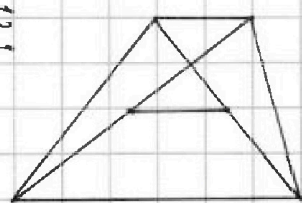
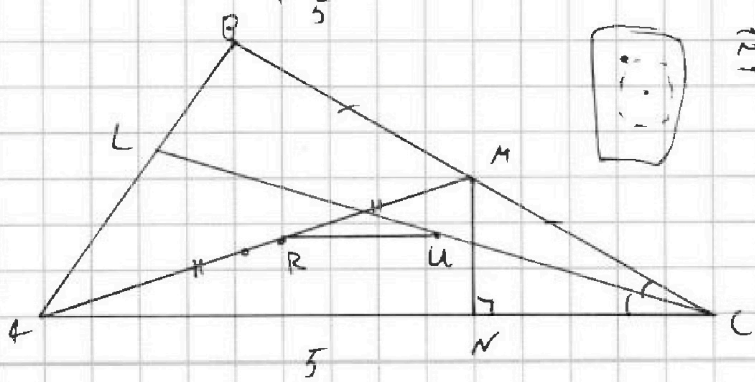
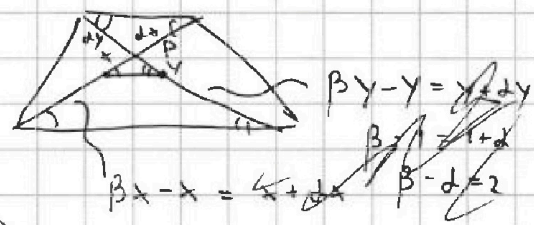
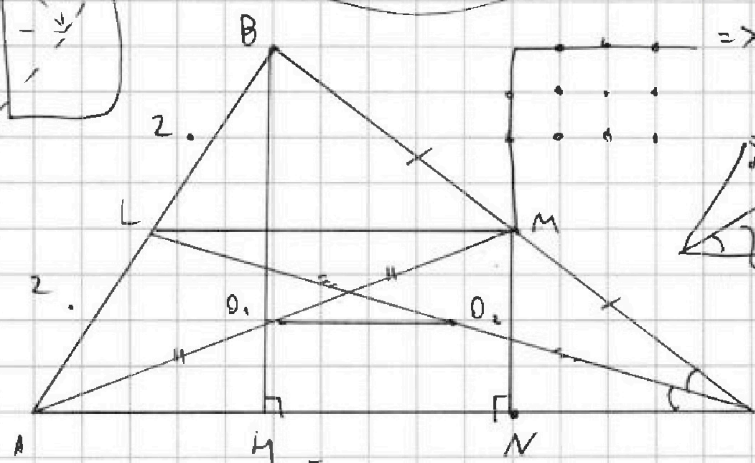
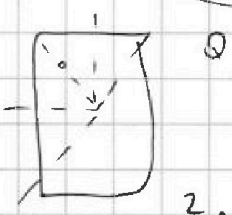
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} AC \cdot h = S_1$$

$$ML \parallel AC \quad \frac{1}{2} ML \cdot h = S_2$$

$$\Rightarrow BL = AL \quad AL \cdot h$$



$$121 - 1 = 117$$

$$117$$

$$120$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

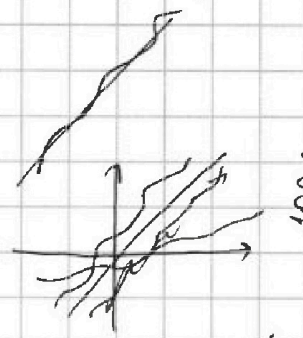
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases} \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$(x+2)(-x+7)$
 $5 \cdot 4 = 20$



$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 3m + 4n =$$

$$= (m+2n)^2 - 7(m+2n) =$$

$$= (m+2n)(m+2n-7)$$

$$= m(m+2n+9)$$

$7 \cdot 9^2$	$(p, q) = 1$	$(m, n) = ?$												
$11p^2$	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>9</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td><td>4</td><td></td></tr> </table>	1	5	5	1	4	3	9	0	9	3	4		$\frac{y}{x} = \frac{a+y}{2a+4}$
1	5	5	1											
4	3	9	0											
9	3	4												
	$x^2 \text{ not } 11$	$\frac{1+\frac{7}{a}}{\frac{1}{a}+2} = 2$												
	$1, 3, 4, 5, 9$													

$$75 = 3^2 \cdot 5$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot B'(a) = \frac{1+2a-(a+7)}{(1+2a)^2} =$$

$$m(m+2n+9) = 11p^2$$

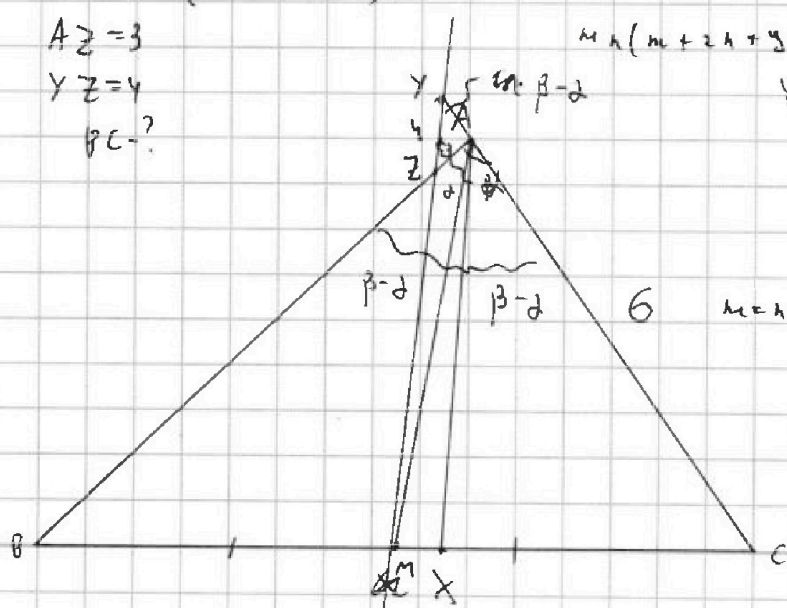
$$\begin{aligned} m &= 11, \quad n = p = m+2n+9 \quad a=6 \\ m+n+9 &= 0 \quad B(2,2) = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 11, \quad 2n+m+9 = 11 \\ m &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3n+9 &= 11 \\ n &= \frac{2}{3} \\ B &= \frac{a+7}{1+2a} \\ B &= \frac{15}{13} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b + 7 &= 2ab \\ a(1-2b) &= b-7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{b-7}{1-2b} = \frac{2b-2-7-b}{1-2b} \\ &= -1 - \frac{b+7}{1-2b} \end{aligned}$$



$AZ=3$
 $YZ=4$
 $BC=?$

$m=n$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2x - 3x)(x^2 - 2x + 3x) = -4d$$

$$9x^2 - 6 + 9x = 6d$$

$$(x^2 - 5x)(x^2 + x) = -4d$$

$$9 + 12d$$

$$x^2(x-5)(x+1) = -4d$$

$$x^4 + x^3 - 5x^3 - 5x^2 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} 3x^2(x-5)(x+1) = -12d \\ 6(3x^2 + 3x - 2) = 12d \end{array} \right.$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\underline{6(3x^2 + 3x - 2) = 12d}$$

$$(x-1)(x^3 + 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x^2(x-5)(x+1) + 2(3x^2 + 3x - 2) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

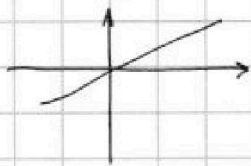
$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x+1$$

$$1 < 2$$

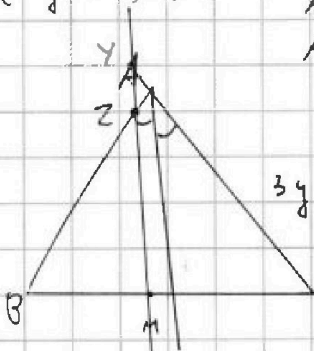
$$9 + 6 = 15$$

$$3 < 4$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$



$$\max(3y+6x) = ?$$



$$AC=6$$

$$AZ=3$$

$$YZ=1$$

$$BC=?$$

$$3y+6x=C$$

$$y = -2x + \frac{C}{3}$$



$$11-11 = 121 \text{ углов}$$

$$-2x + \frac{C}{3} = \frac{5}{3}$$

$$-8 + C = 5 \Rightarrow C=13$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$2 \geq 2y - x \geq -2 \mid +2$$

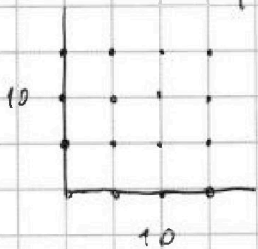
$$1 \geq y - 2x \geq -1$$

$$-4 \leq -4y + 2x \leq 4$$

$$1 \geq y - 2x \geq -1$$

$$-5 \leq -4y + 2x + y - 2x \leq 5$$

$$-5 \leq -5y \leq 5$$



$$121 \cdot$$

$$-2 \leq x-2y \leq 2$$

$$x+2 \geq 2y \geq x-2$$

$$\frac{x}{2} + 1 \geq y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$$

$$y = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^3 - 5x + 5 = 0$$

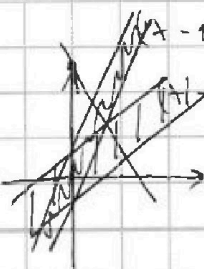
$$(x-1)^3 - 5(x-1) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$$

$$x + 2 = 4x - 2$$

$$3x = 4$$



$$-1 \leq y - 2x \leq 1$$

$$2x - 1 \leq y \leq 2x + 1$$