



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$a_9 = a_3 + 6d$$

$$\begin{cases} 3x^2 = 3x + 3 + 6d \\ 3x^2 = (x^2 + 2x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

d - разность арифметической прогрессии

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 2d \cdot 2 \\ 3x^2 = x^2(x+2)^2 + 4d \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^2(x+2)^2 = 3(x+1) + 2d$$

$$2x^2 - 2x - 2 = 3x^2 - x^2(x+2)^2$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(3 - x^2 - 4x - 4)$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(-x^2 - 4x - 1)$$

$$2x^2 - x^2(-x^2 - 4x - 1) = 2x + 2$$

$$2x^2 + x^2(x^2 + 4x + 1) = 2x + 2$$

$$x^2(x^2 + 4x + 3) = 2x + 2$$

$$x^2(x+1)(x+3) = 2(x+1)$$

$$x^2(x+1)(x+3) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ (x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0 \end{cases}$$

$$(2) \frac{2}{4} = 1 + 2 = 3$$

$$(1) x = -1$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 - 2 & x+1 \\ -x^3 + x^0 & x^2 + 2x - 2 \\ \hline 2x^2 + & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 2 & \end{array}$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} - 1 \\ x_2 = -\sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$.

Проверка корня $x = -1$
 $a_3 = -3 + 3 = 0$
 $a_5 = (1 - 2)^2 = 1$
 $a_9 = 3$
 $d = 0,5$
 $a_4 = 0,5$
 $a_5 = 1$
 $a_6 = 1,5$
 $a_7 = 2$
 $a_8 = 2,5$
 $a_9 = 3$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$~~

$$(1) \begin{cases} x - 3y \geq -3 \\ x - 3y \leq 3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} \quad \begin{cases} y+1 \geq 3x \\ y-1 \leq 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \geq y-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \\ x \leq \frac{y+1}{3} \\ x \geq \frac{y-1}{3} \end{cases}$$

~~$$2x \leq (y+1) \left(3 + \frac{1}{3}\right)$$~~

~~$$2x \leq (y+1) \left(\frac{10}{3}\right)$$~~

~~$$6x \leq 10(y+1)$$~~

~~$$6x \geq 10(y-1)$$~~

~~$$8x \leq 3 - 3y + 3y + 3 + y + 1 + 1 - y$$~~

~~$$8x \leq 8$$~~

~~$$x \leq 1 \text{ макс. значение } x = 1.$$~~

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \leq 1-y \\ \frac{x}{3} \leq y+1 \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \leq 1-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 1 - \frac{x}{3} \\ y \geq \frac{x}{3} - 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 1 - 3x \end{cases}$$

$$2y \leq 2 - \frac{x}{3} - 3x$$

$$2y \leq 2$$

Возьмем где $x \geq 0$, $y \geq 0$, т.к. иначе в неравенствах будет получаться больше значение, т.к. перед y стоит $-$

В графиках системы с учетом требований выше: в 1-й др-ии y больше, чем в 2-й др-ии.

Больше x получает еще больше, чем во 2-й др-ии $\Rightarrow x=0$, $y=1$ Ответ: 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$1) \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

Найдем значения, которые удовлетворяют совокупности слева и кресту уравнений

$$\begin{cases} \begin{cases} m+n=13 \\ p=2 \end{cases} & \begin{cases} 13p-9=p \\ 12p=9 \quad \emptyset \end{cases} \\ \begin{cases} m+n=25 \\ p=5 \end{cases} & \begin{cases} p-9=13p \\ +12p=9 \quad \emptyset \\ -9=13p^2 \quad \emptyset \\ 13p^2=10 \quad \emptyset \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn \cdot 10 = 75q^2 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = \frac{15}{2} \cdot q^2 \\ m+n=13 \end{cases} \quad \begin{array}{l} q \text{ должно делиться} \\ \text{на 2} \Rightarrow \text{eq.} \\ \text{с левой ч. ч. } 2 \end{array}$$

$$mn = 15 \cdot 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \\ n=10 \\ m=10 \\ n=3 \end{cases} \quad \text{— одно из решений}$$

рассмотрим делители
A: 13-кратно или
 p^2 делится на 13.
Или само число
или 1), тогда

$$(m+n)(m+n-9)$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=p^2 \\ \begin{cases} m+n=13p \\ m+n-9=p \end{cases} \\ \begin{cases} m+n=p^2 \\ m+n-9=13 \end{cases} \\ \begin{cases} m+n=p \\ m+n-9=13p \end{cases} \\ \begin{cases} m+n=1 \\ m+n-9=13p^2 \end{cases} \\ \begin{cases} m+n=13p^2 \\ m+n-9=1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn \cdot 22 = 75q^2 \\ m+n=25 \\ mn = \frac{75q^2}{22} \end{cases}$$

q должно делиться
на 2 и на 11 \Rightarrow
 \emptyset



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad A = 75q^2 \\ B = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

75 ^{делится на} $3 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 15 \cdot 75$
 q^2 ^{делится на} $1; 9; 9^2$

→ рассмотрим B

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$13p^2 : 1, 13; p, p^2$$

$$(m, n) \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \end{cases}$$

т.е. $(m, n) \in \mathbb{N}$ и 13 - пр. число

$$\begin{cases} mn = 1 \\ m+n-3 = 13p^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 14-3 = p^2 \\ p^2 = 11 \end{cases} \quad \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} mn = 13p^2 \\ m+n-3 = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m = p \\ n = p \\ m = p^2 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = p^2 \end{cases}$$

$$2p - 3 = 13$$

$$2p = 16$$

$p = 8$ - не пр. число \Rightarrow не подходит

$$p^2 + 1 = 16$$

$p^2 = 15$ - не подходит

(3); (4) - не имеют решений

→



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn = 13p$$

$$13m + 13n - 39 = 13p$$

$$m = 13$$

$$13 + p - 3 = 13p$$

$$n = p$$

$$10 = 12p \quad \text{✗}$$

$$m = 13p$$

$$13p + 1 - 3 = 13p$$

$$n = 1$$

$$-2 = 0 \quad \text{✗}$$

$$mn = p$$

$$\begin{cases} m = p \\ n = 1 \end{cases}$$

$$m + n - 3 = 13p$$

$$p + 1 - 3 = 13p$$

$$-2 = 12p \quad \text{✗}$$

Ответ: $m = 10$; $n = 3$

$m = 3$; $n = 10$.



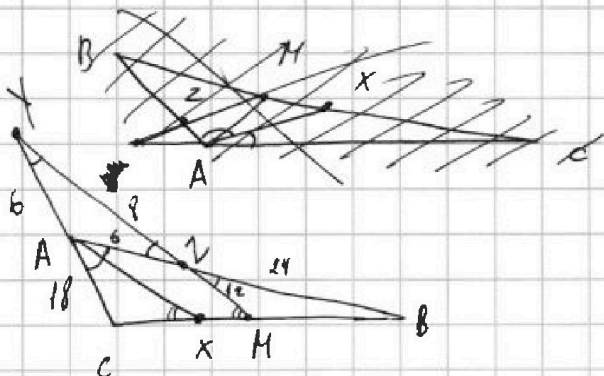
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



$$\left. \begin{aligned} \angle AYZ = \alpha \\ \angle AZY = \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AYZ - \text{равнобедренный} \\ \Rightarrow AZ = AY = 6$$

по т. Менелая для $\triangle CYM$ и пр. AB:

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{MC} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{2MB} = 1 \\ \frac{18 \cdot 8}{2 \cdot 6 \cdot ZM} = 1$$

$$ZM = 12$$

$\triangle AYZ$:
по т. синусов

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin(180 - 2\alpha)}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$6 = \frac{4}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\angle XAC = \angle BAX \\ (\text{AX - бисс.})$$

$$ZM \parallel AX \Rightarrow \\ (\text{по угл.})$$

$$\angle YZA = \angle XAZ \\ (\text{накрест. альт.})$$

$\angle CAZ$ - внешний угол

$$\triangle AYZ \Rightarrow$$

$$\angle CAZ = \angle AZY + \angle AYZ$$

$$\angle AZY = \alpha$$

$$2\alpha = \alpha + x$$

$$x = \alpha$$

т. Менелая для $\triangle CBA$ и пр. MY

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$\frac{BZ}{24} = 1$$

$$BZ = 24$$

$\triangle ZMB$: по т. косинусов

$$MB^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12$$

$$MB^2 = 24^2 + 12^2 - 4 \cdot 24 \cdot 4$$

$$MB^2 = 144 + 24(24 - 16)$$

$$MB^2 = 144 + 24 \cdot 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MB^2 = 144 + 192 = 336 = 21 \cdot 16$$

$$MB = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из второго ур-я следует, что

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ то если } x=y \quad \begin{matrix} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{matrix}$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x^2-5x-6)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

~~$$\begin{cases} \sqrt{6-x} = a & a \geq 0 \\ \sqrt{x+1} = b & b \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} a^2 + b^2 = 6 - x + x + 1 = 7 \end{matrix}$$~~

~~$$\sqrt{b} - \sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{a}$$~~

~~$$\begin{cases} b - a + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} x+1 = a \\ 6-x = b \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$a+b=7$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \\ a+b=7 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{7-a} \\ \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{7a-a^2} \end{cases}$$~~

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{7-a} = 2\sqrt{7a-a^2} - 5$$~~

~~к/к~~

~~$$a + 7 - a - 2\sqrt{(7-a) \cdot a} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 - 2\sqrt{(7-a)a} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$

$$4(7a-a^2) - 18\sqrt{7a-a^2} + 18 = 0$$

$$\sqrt{7a-a^2} = t \quad t \geq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9^2 - 18 \cdot 4 = 81 - 72 = 9$$

$$t = \frac{9+3}{4} = \frac{3}{2} \quad 3$$

$$t = \frac{-9+9}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{7a-a^2} = 3 \\ \sqrt{7a-a^2} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 7a-a^2 = 9 \\ 7a-a^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 7a + 9 = 0 \quad (1) \\ a^2 - 7a + \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad D = 49 - 36 = 13$$

$$a = \frac{\sqrt{13} + 7}{2}$$

$$a = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$a \in [0; 7]$$

$$7a - a^2 = \frac{9}{4}$$

$$a^2 - 7a + \frac{9}{4} = 0$$

$$4a^2 - 28a + 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 14^2 - 56$$

$$289 - 56 = 233$$

$$a = \frac{\sqrt{233} + 14}{4}$$

$$a \in [0; 7]$$

$$a = \frac{-\sqrt{233} + 14}{4}$$

$$\begin{cases} x+1 = \frac{\sqrt{13} + 7}{2} \\ x+1 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2}; y = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \right\}; \left\{ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}; y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right\}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-y} - \sqrt{1-y} \sqrt{y-x}$$

$$6+5x-y^2 = (x+1)(6-y) + z = 6x - xy + 6 - y + z$$

$$6+5x+x+xy+y-y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x-y^2 - xy + x - y + xy - x + y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x-y^2 (x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 6-y-x-1+x+y = 2\sqrt{(x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2) (\sqrt{x} - \sqrt{y}) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) (x+y) (x^2+y^2+5) + 1 = 0 \quad (*)$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

2 ур-е не имеет решений т.к. $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$

$$(x+y) \geq 0$$

$$(x^2+y^2+5) \geq 0$$

$$(x) x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2-y^2)(x^2+y^2) + 5(x^2-y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2-y^2)(x^2+y^2+5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2+5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5) + 1 = 0$$

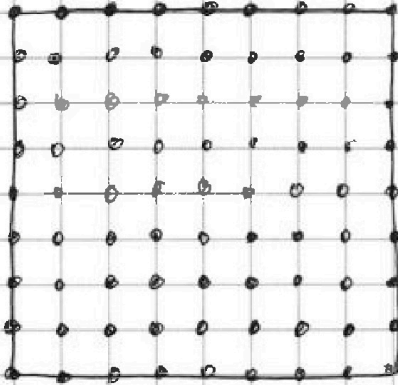


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81

Всего узлов 81

у каждого узла есть 4 соседа
или для каждого пересечения
двух ребер повороты
различны, но их одуше-
влено всего 4 ребра

81 · 80, но т.к. существует 4 поворота
их ум. 80

$$\frac{81 \cdot 80}{4} = 20 \cdot 81 = 1620$$

Ответ: 1620



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

21.16 B

$336 : 24 = 14$

84

$84 \cdot 4$

$1 = \frac{2 \cdot 42 \cdot 9}{h \cdot 8 \cdot 81}$

$1 = \frac{B}{0,5a} \cdot \frac{H2}{8} \cdot \frac{9}{81}$

$1 = \frac{BC}{8H} \cdot \frac{H2}{4} \cdot \frac{4}{4}$

$AC \cdot 4 \cdot 2$

$\frac{24}{30} = \frac{14}{1}$

$\frac{24}{30} = \frac{a \cdot 44}{a \cdot 4a}$

$192 + 144$

$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

$\beta = 2 + x$

$x = \beta - 2$

$6 = \frac{4}{\cos \alpha}$

$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$

$\frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{AB}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$

$\frac{AB}{18} = \frac{BX}{XC}$

$\frac{BM}{BM+MX} = \frac{BZ}{BZ+6}$

$MX = 0,5a - CX$

$\frac{AZ}{AB} \cdot \frac{AM}{MC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1$

$\frac{8}{AB} = \frac{0,5a}{0,5a} \cdot \frac{24}{12a \cdot a} = 1$

$24y + 18y = 42y$

$AP = a$

1

$12(12+16) \cdot x + 180^\circ - 2 - \beta + 22 - 180^\circ \cdot \cos \alpha = \frac{4}{6}$

$x + 2 - \beta = 0$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$(AB+18)y = a$

$MB^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12$

$42y = a$

$y = \frac{a}{42}$

$24y + 18y = 42y$

$MX = \frac{4a}{7} - \frac{1}{2}a$

$MX = \frac{3a - 7a}{14} = -\frac{4a}{14}$

$\frac{a}{14} + a = \frac{15a}{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$2\sqrt{6+5x-y^2} = 2\sqrt{5+5x+1-y^2} = 2\sqrt{5(x+1) + (1-y)(1+y)}$$

$$(2) x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$(6-y)(x+1) = 6x + 6 - xy - y$$

$$6x + 6 - xy - y$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$6 - y = t$$

$$x + 1 = 6$$

$$(y-6)(6+y)$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 + 5x$$

$$\sqrt{6x - xy + 6 - y}$$

$$\sqrt{6x - xy + 6 - y + y + xy - y^2}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{-t} + 5 = 2\sqrt{-t \cdot (-t + 12) + x}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{t} + 5 = 2\sqrt{t(12-t) + 5t - 35}$$

$$36 - y^2 + 5x + 5 - 35$$

$$t(-t+12) + 5t - 35$$

$$y(x+y)$$

$$2y + xy - y^2 - x$$

$$y(y+1) + x(y-1)$$

$$(1-y)(y+1)$$



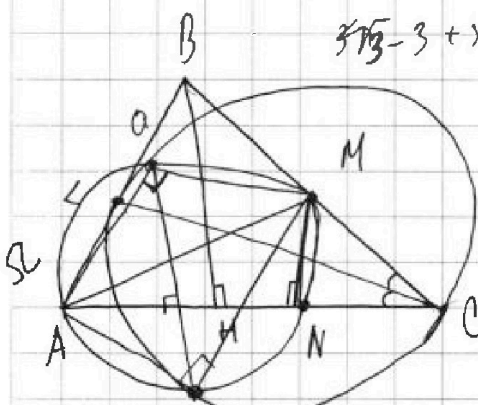
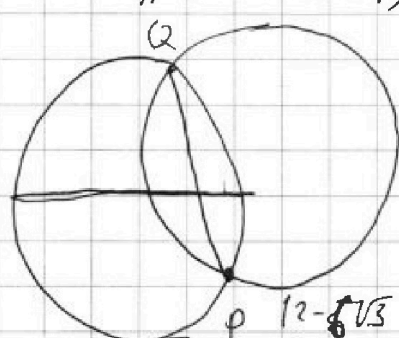
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3\sqrt{3}-3+)$ $n=7$
 $x \geq 3y$
 $3\sqrt{3}$
 ω $y \geq 0$
 $x \geq 0$
 $x \leq x+1+2d$
 $2d = x^2 - x - 1$
 $3x^2 = x^2 + 2x + 1$

$x^2(3-x^2-4x-4) = 4d$



$(6-x)(x^2)$
 $6x + 6 - x^2$
 $5x^2$

$3-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-2$
 $2^2 = 4$
 $3(3-2\sqrt{3}+1)$
 $3-2\sqrt{3}+1+$
 $2\sqrt{3}-2$
 $4 \cdot \frac{4-3\sqrt{3}}{2} = 8-6\sqrt{3}$
 $3(\sqrt{3}-1)$
 $3(3-2\sqrt{3}+1)$
 $9-6\sqrt{3}+3$
 $12-6\sqrt{3}$
 $4x \leq 4+4y$
 $x \leq 1+y$
 $2-3\sqrt{3}$

$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$ $3($ $x-3y \leq 3$ $)$
 $2x^2 - 2x - 2 = x^2(3-4x-4x^2) - 3 + 3 = 3\sqrt{3}$
 $\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 3+3y \\ -x \leq 3-3y \\ x \leq 3+3y \\ 3x \leq 1+y \end{cases}$ $\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 3x-y \leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-4y \leq 4 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 9x-3y \leq 3 \end{cases}$
 $\begin{cases} |3x-9y| \leq 9 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 8y \leq -4 \\ y \leq -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 9x-3y \leq 3 \end{cases}$
 $\begin{cases} 8x = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$