



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = a_1 + 4q = 6x + 18$$

$$a_7 = a_1 + 6q = (x^2 - 4x)^2$$

$a_1$  - первый член арифметической прогрессии

$q$  - разность арифметической прогрессии

$$a_{11} = -3x^2$$

Т.к.  $a_7 > 0$ , а  $a_{11} < 0$ ,  $q < 0$  гарантированно

Найдем из  $a_7$  и  $a_{11}$  9-й член прогрессии:

$$a_9 = \frac{a_7 + a_{11}}{2} = \frac{(x^2 - 4x)^2 - 3x^2}{2}$$

Найдем из  $a_9$  и  $a_5$  7-й член прогрессии:

$$a_7 = \frac{a_9 + a_5}{2} = \frac{\frac{(x^2 - 4x)^2 - 3x^2}{2} + 6x + 18}{2} = (x^2 - 4x)^2$$

Тогда:

$$(x^2 - 4x)^2 - 3x^2 + 12x + 36 = 4(x^2 - 4x)^2$$

$$-3x^2 + 12x + 36 = 3(x^2 - 4x)^2 \quad | :3$$

$$-x^2 + 4x + 12 = (x^2 - 4x)^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x = t$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \quad \begin{matrix} t_1 = -4 \\ t_2 = 3 \end{matrix}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4 + 3} = 2 \pm \sqrt{7}$$

Проверим найденные корни:

при  $x = 2$ :  $a_5 = 30 \Rightarrow q = -7 \Rightarrow a_{11} = a_7 - 28 = -12 = -3x^2$  - верно

при  $x = 2 + \sqrt{7}$ :  $a_5 = 30 + 6\sqrt{7}$   
 $a_7 = (4 + 4\sqrt{7} + 7 - 8 - 4\sqrt{7})^2 = 3^2 = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow q = \frac{9 - 30 - 6\sqrt{7}}{2} = \frac{-21 - 6\sqrt{7}}{2} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow a_{11} = a_7 + 4a_9 = 9 - 2(21 + 6\sqrt{7}) = -33 - 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -3(4 + 4\sqrt{7} + 7) = -3(11 + 4\sqrt{7}) = -33 - 12\sqrt{7} \rightarrow$$

$\Rightarrow$  верно

$$\text{при } x = 2 - \sqrt{7} : \begin{matrix} a_5 = 30 - 6\sqrt{7} \\ a_7 = 9 \end{matrix} \rightarrow a_9 = \frac{9 - 30 + 6\sqrt{7}}{2} = \frac{-21 + 6\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow a_{11} = 9 + 2(-21 + 6\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(2 - \sqrt{7})^2 = -3(4 - 4\sqrt{7} + 7) = -33 + 12\sqrt{7} \Rightarrow \text{верно}$$

Ответ:  $\{2; 2 \pm \sqrt{7}\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

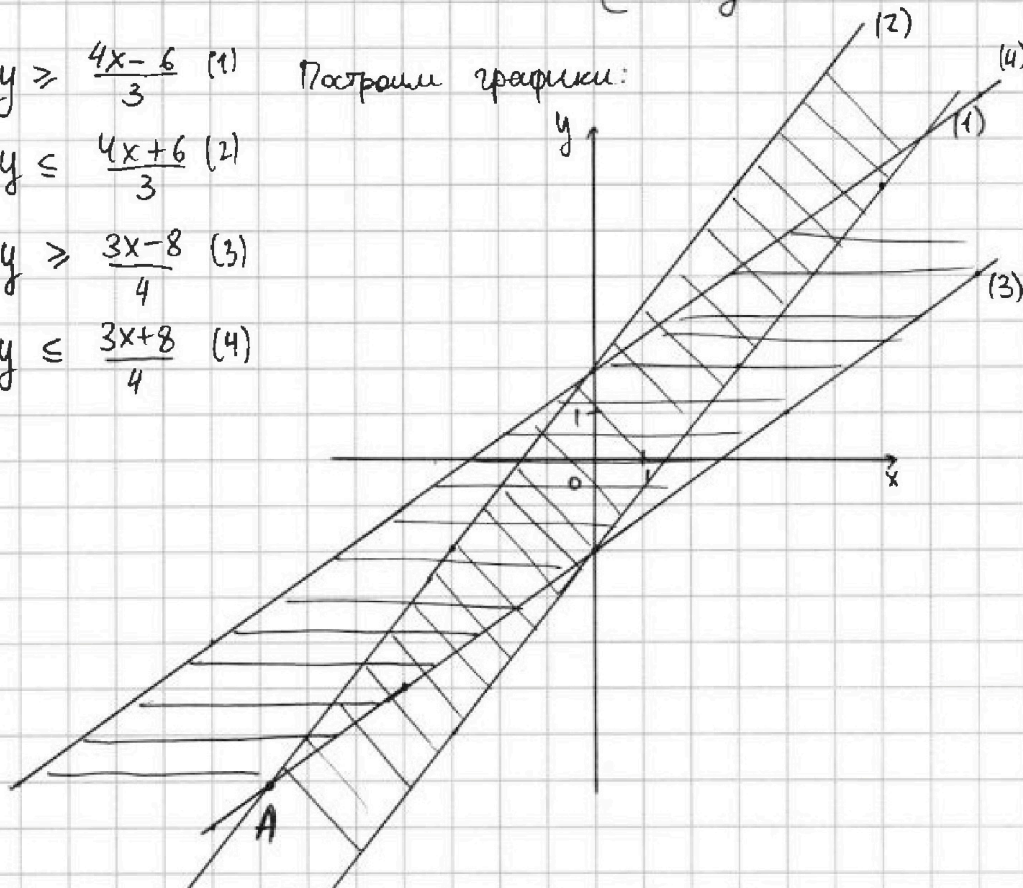
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-3y \leq 6 \\ 4x-3y \geq -6 \\ 3x-4y \leq 8 \\ 3x-4y \geq -8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq \frac{4x-6}{3} & (1) \\ y \leq \frac{4x+6}{3} & (2) \\ y \geq \frac{3x-8}{4} & (3) \\ y \leq \frac{3x+8}{4} & (4) \end{cases}$$

Построим графики:



$14x + 7y$  минимально при минимальных  $x$  и  $y$   
Из графика найдем минимальное решение системы (и по  $x$ , и по  $y$ ), это т. А

Видно, что это точка пересечения прямых  $y = \frac{4x+6}{3}$  и  $y = \frac{3x-8}{4}$ .  
Найдем  $x_A$  и  $y_A$  - координаты т. А.

$$\frac{4x+6}{3} = \frac{3x-8}{4} \quad ; \quad y = \frac{4x+6}{3} = \frac{-4 \cdot 48}{3} + 6 = \frac{-4 \cdot 48 + 42}{3} = \frac{-50}{3} \approx -7$$

$$\begin{aligned} 16x+24 &= 9x-24 & \text{Тогда } 14x+7y &= \frac{14 \cdot 48}{7} - \frac{7 \cdot 50}{7} \\ 7x &= -48 & &= -2 \cdot 48 - 50 = -146 \end{aligned}$$

$$x = -48/7 \approx -7 \text{ как} \\ \text{и по графику}$$

Ответ: -146



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

т.к. ни  $A$ , ни  $B$  не равны 0,  $m \neq n$ , т.к.  $(m-n)$  - делитель  $A$

I. Пусть  $A = 13p^2$ ;  $B = 3q^2$

Тогда  $(m-n)(m-n+9) = 13p^2$ , а  $mn(m-n+3) = 3q^2$

или  $\begin{cases} m = m-n+3 = q \\ n = 3 \\ m = m \end{cases}$  или  $\begin{cases} m = 3 \\ n = m-n+3 \\ \downarrow \\ n = 6-n \\ n = 3 \rightarrow \text{не годит.} \\ \text{т.к. } m \neq n \end{cases}$

Подставим в  $A$   $m$  и  $n=3$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$(m-3)(m+6) = 13p^2$$

Тогда или  ~~$m-3=13$~~   $m-3=13$  или  $m+6=13$

$$m=10$$

$$m+6=16=p^2$$

$$p = \pm 4 - \text{не годит.}$$

т.к.  $p$  - простое

$$m=7$$

~~$m-3=4=p^2$~~

$$p = \pm 2 - \text{годится.}$$

$$p=2$$

II. Пусть  $B = 13p^2$ ;  $A = 3q^2$

Тогда  $mn(m-n+3) = 13p^2 \Rightarrow$  или  $\begin{cases} m = m-n+3 = p \\ n = 13 \\ m = m-10 - \text{не годит.} \end{cases}$  или  $\begin{cases} n = m-n+3 = p \\ m = 13 \\ n = 16-n \\ n = 8 \end{cases}$

Подставим  $m=13$  и  $n=8$  в  $A$

$$(m-n)(m-n+9) = (13-8)(13-8+9) = 5 \cdot 14 = 5 \cdot 2 \cdot 7 \neq 3q^2 \Rightarrow$$

не годится

Ответ:  $(7; 3)$



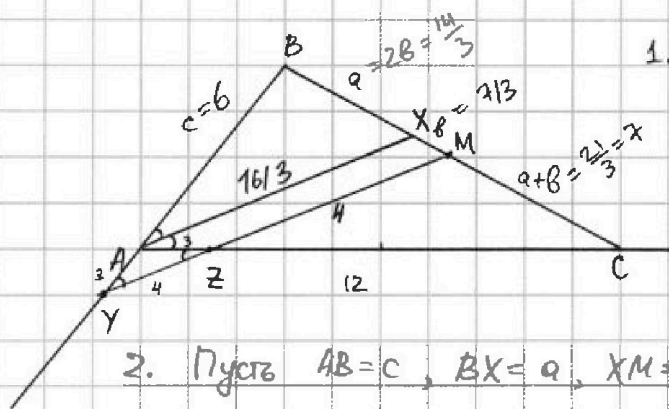
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1.  $\angle XAZ = \angle AZY$  (н.п. при  $AX \parallel MZ$  и сек.  $AZ$ )  
 $\angle BAX = \angle AYZ$  (соотв. при  $AX \parallel MZ$  и сек.  $AY$ )  
 Тогда  $\triangle YAZ$  - р/б (по признаку)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow AY = AZ = 3$  ~~или~~  $ZC = 12 - 3 = 9$

2. Пусть  $AB = c$ ,  $BX = a$ ,  $XM = b$ . Тогда  $MC = a + b$

$\triangle BAX \sim \triangle BYM$  (т.к.  $\angle BAX = \angle BYM$  и  $\angle BXA = \angle BMY$  (аналогично))  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{c+3}{a+b} \Rightarrow \text{или при } 2b = a \text{ (из след. пункта)} \quad \frac{c}{2} = \frac{c+3}{3} \Rightarrow c = 6$$

$\triangle AXC \sim \triangle ZMC$  (т.к.  $\angle XAC = \angle MZC$  и  $\angle AXC = \angle ZMC$  (аналогично)   
кросс. пункты)

$$\Rightarrow \frac{a+2b}{12} = \frac{a+b}{9} \Rightarrow 9a + 18b = 12a + 12b$$

т.к.  $AX$  - бис-са  $\frac{a}{c} = \frac{a+2b}{12}$  (по свойству бис-сы)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2b}{6} = \frac{4b}{12} \text{ - тождество}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Из подобия } \triangle AXC \text{ и } \triangle ZMC: \quad \frac{AX}{a+2b} = \frac{ZM}{a+b} \Rightarrow \frac{AX}{4} = \frac{ZM}{3} \\ \text{Из подобия } \triangle ABX \text{ и } \triangle YBM: \quad \frac{AX}{c} = \frac{ZM+YZ}{c+3} \Rightarrow \frac{AX}{6} = \frac{ZM+4}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AX = \frac{4}{3}ZM \text{ или } \frac{3}{4}AX = ZM$$

$$\frac{3}{2}AX = ZM + 4$$

$$\rightarrow ZM + 4 = 2ZM$$

$$ZM = 4; \quad AX = \frac{16}{3}$$

Запишем т. косинусов для  $\triangle ABX$  и для  $\triangle AXC$ , обозначим

$$\angle BAX = \angle XAC = \alpha$$

$$1) 6^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 2 \cos \alpha \cdot 6 \cdot \frac{16}{3} = 4b^2 \cdot 1.2$$

$$2) \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 12^2 - 2 \cos \alpha \cdot 12 \cdot \frac{16}{3} = (a+2b)^2 = 16b^2$$

$$\text{Вычтем (1) из (2): } 8b^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 12^2 - 2 \cdot 6^2 - 2 \cdot \left(\frac{16}{3}\right)^2 = 2 \cdot 6^2 - \left(\frac{16}{3}\right)^2$$

$$b = 7/3, \text{ тогда } a = 14/3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC = 2(a+b) = 2 \cdot 38 = 68 = 6 \cdot 7/3 = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   2   3   4   5   6   7  
                 

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x^2 + y^2 = 2\sqrt{x} + 5\sqrt{y} + 5$~~   
 ~~$x^2 + y^2 = 2\sqrt{x} + 5\sqrt{y} + 5$~~   
 ~~$x^2 + y^2 = 2\sqrt{x} + 5\sqrt{y} + 5$~~

Рассмотрим второе уравнение в системе:

$$4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \quad \text{— оно симметрично относительно } x \text{ и } y.$$

Обе функции возрастающие и существуют на участке  $x \geq 0, y \geq 0$

Тогда решений будет не больше двух.

$$x = y = 0 \quad \text{и} \quad x = y = 1$$

Подставим найденные значения в верхнюю систему.

$$x = y = 0: \quad \underbrace{\sqrt{6} - \sqrt{5}}_{<1} + 5 = \underbrace{2\sqrt{30}}_{>6} \quad \text{— неверно}$$

$$x = y = 1: \quad \sqrt{7} - \sqrt{4} + 5 = 2\sqrt{30-2} \quad \text{„28”}$$

$$\sqrt{7} + 3 = 4\sqrt{7}$$

$$3 = 3\sqrt{7} \quad \text{— неверно}$$

Ответ:  $\emptyset$



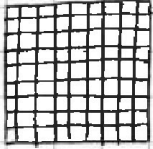


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего узлов:  $10 \cdot 10 = 100$

сначала  
Пусть мы выбираем какую-нибудь точку (узел),  
а потом считаем способы выбрать ей вторую  
точку.

~~Выбор первой точки~~

Данный квадрат можно повернуть 4-мя способами, то есть  
каждую раскраску мы посчитали 4 раза

Способов выбрать первую точку - 100  $\Rightarrow \frac{100 \cdot 99}{4} = 25 \cdot 99 = 2475$   
Способов выбрать вторую точку - 99

Ответ: 2475

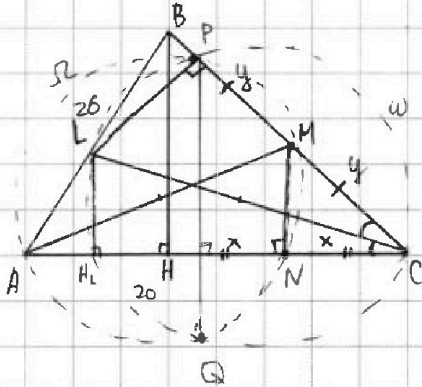


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{l|l} AB=26 & AC=? \\ AN=20 & BC=? \end{array}$$

1. Проведем высоту  $LH_1$ . Точка  $H_1$  принадлежит  $\omega$ , т.к.  $\angle LH_1C$  опирается на  $CL$

2. Также  $MN$  - высота, т.к.  $\angle MNA$  опирается на диаметр  $AM$ ,  $N \in AC$

3. Т.к.  $AM$  - медиана  $BC$ ,  $HN=NC=x$ , тогда  $AN=20-x$ ;  $AC=20+x$

4.  ~~$\triangle CLP \cong \triangle CLH_1$  (т.к.  $\angle CH_1L = \angle PCH_1$ ,  $\angle P = 90^\circ = \angle H_1$ ,  $CL$  - общая)~~  
Тогда  $CP = CH_1$  и  $PL = LH_1$

5.  ~~$\triangle ARM \cong \triangle BMN$  (аналогично п. 4)  $\Rightarrow \angle LPC = \angle APC = 90^\circ \Rightarrow$   
 $\angle P = \angle B = 90^\circ$~~

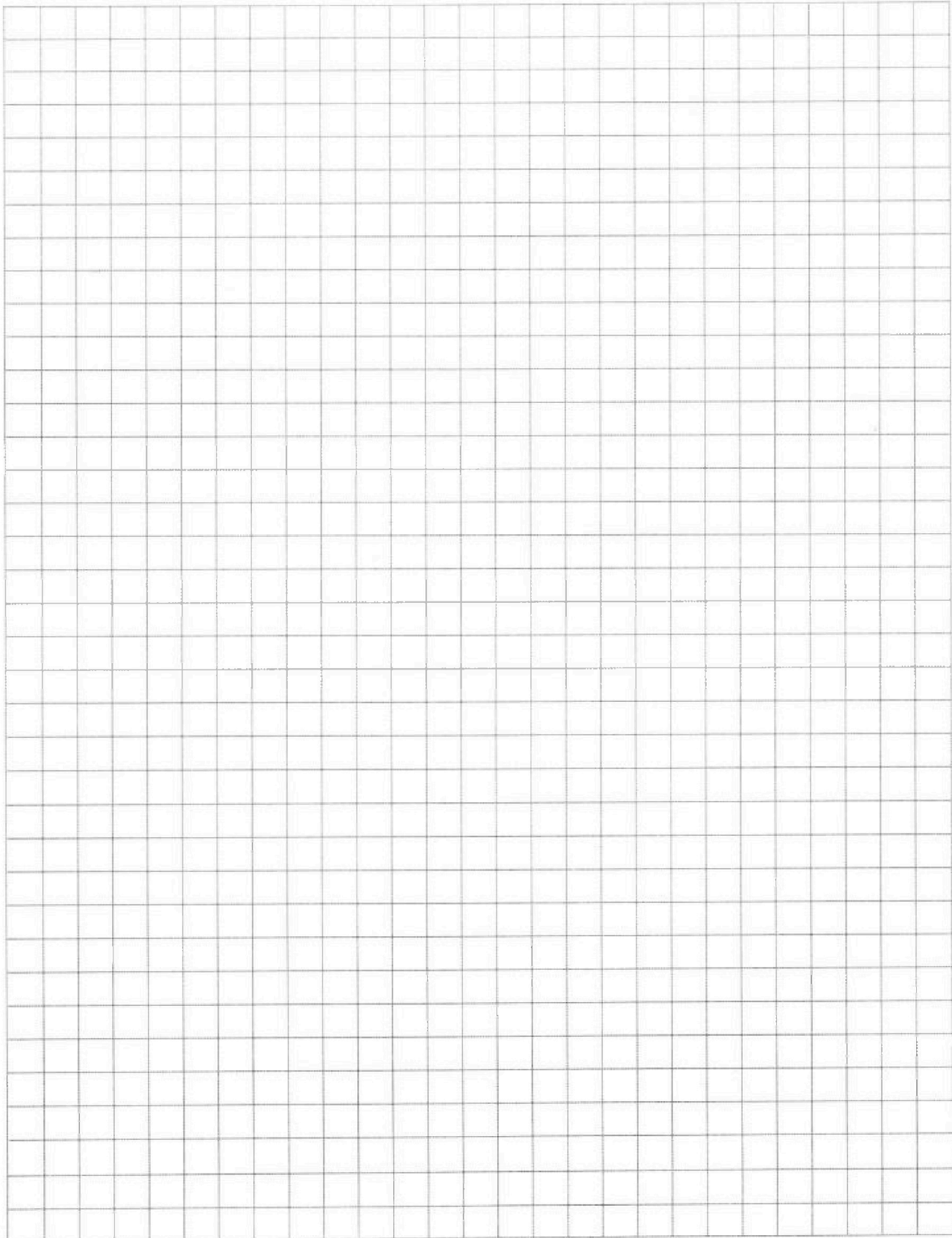


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$\begin{aligned} (x+6) + (5-y) - 2\sqrt{(x+6)(5-y)} + 5 + \\ 25\sqrt{x+6} - 25\sqrt{5-y} = 4(30-x-y^2) \end{aligned}$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y} \leftarrow \text{симметрично от } x \text{ и } y$$

$$4x^4 + 5\sqrt{x+y} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y+x}$$

Функции возрастающие  $\Rightarrow$  1 решение  $x=y=1$  и  $x=y=0$

$$\sqrt{7} - \sqrt{4} + 5 = 2\sqrt{30-1-1} = 4\sqrt{7}$$

$$5 - \sqrt{4} = 3\sqrt{7}$$

$$3 = 3\sqrt{7} - \text{нет}$$

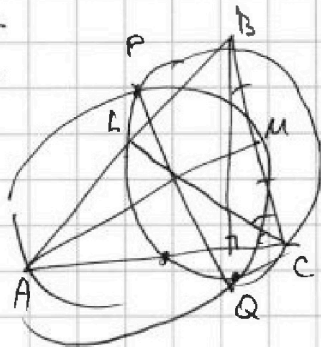
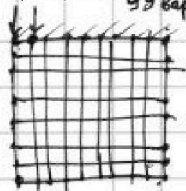
Узлов 100

$$\sqrt{6} - \sqrt{5} + 5 = 2\sqrt{30} = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}$$

Борис верн. проб. пр. 99 вар.

$$5 - \sqrt{5} = \sqrt{6} (2\sqrt{5} - 1)$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) = \sqrt{6}(\sqrt{5}-1) + \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}$$



$$\frac{990}{81}$$

$$\begin{aligned} (x+6)(5-y) &= \\ &= 10a_1 + 45a_9 = \\ &= 10 \cdot 99 + 45(-4) = \\ &= 990 - 180 = \\ &= 810 \end{aligned}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 0$$

$$4(x^2+y^2)(x-y)(x+y) + (x-y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$4(x^2+y^2)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)$$

$$(1 + 4(x^2+y^2)(x+y))(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 5 = 0$$

Повороты - 4  $\Rightarrow$

каждую раскроем поочередно 4 раза

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 424 \\ - 192 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 422 \\ - 96 \\ \hline 326 \\ - 50 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \overline{) 4} \\ 99 \cdot 96 \overline{) 4} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 99 \cdot 96 \text{ or } 99 \cdot 90 \cdot 3 \\ \text{одн} \quad 99 + 9 + 29 + \dots + 249 = \\ = 99 + \frac{25 \cdot 24}{2} = 99 + 300 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a_5 = a_1 + 4q = 6x + 18$$

$$a_7 = a_1 + 6q = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

... у  $a_7$  и  $a_{11}$  найдем  $a_9 \Rightarrow \frac{(x^2 - 4x)^2 - 3x^2}{2} = a_9$

$$a_{11} = a_1 + 10q = -3x^2$$

$$\frac{(x^2 - 4x + \sqrt{3}x)(x^2 - 4x - \sqrt{3}x)}{2} = 2a_9$$

$$a_5 + a_7 = 2a_1 + 10q = a_{11} + a_1 \Rightarrow$$

у  $a_9$  и  $a_5$  найдем  $a_7 \Rightarrow \frac{(x^2 - 4x)^2 - 3x^2}{2} = -3x^2 + a_1 = 6x + 18 + x^4 - 8x^3 + 16x^2$

$$a_7 = x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 6x + 18$$

N2V

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$x + y \geq -2$$

$$x - y \leq 2$$

$$14x + 7y$$

→  $4x - 3y \leq 6$   
 $4x - 3y \geq -6$

→  $3x - 4y \leq 8$   
 $3x - 4y \geq -8$

→  $x \geq y - 2$   
 $x \leq 2 - y$

→  $y \geq \frac{4x - 6}{3}$   
 $y \leq \frac{4x + 6}{3}$

→  $y \geq \frac{3x - 8}{4}$   
 $y \leq 3x + \frac{8}{4}$

→  $4x - 3y \geq -6$   
 $3x - 4y \geq -8$

→  $4y - 8 - 3y \geq -6$   
 $3y - 6 - 4y \geq 8$

→  $y \geq 2$   
 $-y \geq -2$   
 $(y \leq 2)$

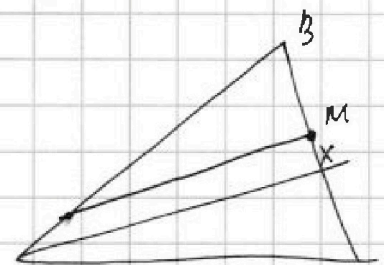
N3

$$m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m - n)^2 + 9(m - n) = (m - n)(m + n + 9)$$

$$m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m - n + 3)$$

$m \neq n$

N4

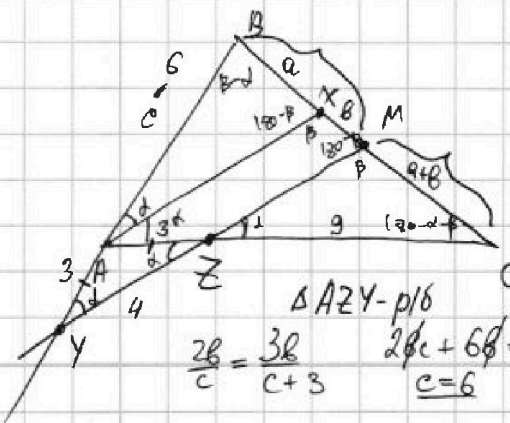


$$\frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+3}$$

$$\frac{a+2b}{12} = \frac{a+b}{9}$$

$$9a + 18b = 12a + 12b$$

$$6b = 3a \quad 2b = a \quad b = a/2$$



AC = 12  
 AZ = 3  
 YZ = 4  
 BC = ?

$\Delta AZY - p/6$

$$\frac{2b}{c} = \frac{3b}{c+3} \quad 2bc + 6b = 3bc$$

$$c = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N/V \quad \frac{(x^2-4x)^2 + 3x^2 + 6x + 18}{2} = (x^2-4x)^2$$

$$(x^2-4x)^2 - 3x^2 + 12x + 36 = 4(x^2-4x)^2$$

$$-3x^2 + 12x + 36 = 3(x^2-4x)^2$$

$$-x^2 + 4x + 12 = (x^2-4x)^2$$

$$(x^2-4x)^2 + (x^2-4x) - 12 = 0$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \quad \begin{matrix} t = -4 \\ t = 3 \end{matrix}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

ум  $x^2 - 4x - 3 = 0$

$$x = 2 \pm \sqrt{4+3} = 2 \pm \sqrt{7}$$

6x+18

$$-3x^2 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow \begin{matrix} \Rightarrow q < 0 \\ \text{т.к. } a > 0 \end{matrix}$$

$$\frac{x^2-4x}{x=2+\sqrt{7}} = 4 + 4\sqrt{7} + 7 - 8 - 4\sqrt{7} = 3$$

$$6x+18 = 30 \quad x=2$$

$$q = -7$$

$$|q_7 = 9| \quad 2 - \sqrt{7} = 4 - 4\sqrt{7} + 7 - 8 + 4\sqrt{7}$$

$$(4-4 \cdot 2)^2 = 16$$

$$q_n = (-3 \cdot 2^2) = -12 \quad -28$$

$$6x+18 = 12 + 6\sqrt{7} + 18 > 9$$

$$12 - 6\sqrt{7} + 18 > 9$$

2 кор.

mm

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$mn(m-n+3) = 13p^2$$

3V

$$m = m-n+3 \quad \text{ум} \quad n = m-n+3$$

$$n = m-n+3$$

$$m = m-n+3 \quad \text{ум} \quad n = m-n+3$$

$$n = 3$$

$$m = 3$$

$$n = 13$$

$$m = 13$$

$$m = m-10$$

$$n = 16-n$$

нет

$$n = 8$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$(m-3)(m+6) = 13p^2$$

$$\div 13 \quad m-3 = 13 \quad 16 = p^2 \text{ -нет}$$

$$m+6 = 13$$

$$m = 7$$

$$7 \cdot 3 = p^2$$

$$p = 2 \quad q = 7 \quad \checkmark \text{ ег.}$$

$$mn(m-n+3) = 13 \cdot 8 \cdot (13-8+3) =$$

$$= 13 \cdot 8 \cdot 8 \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 2 \cos \alpha \cdot 6 \cdot \frac{16}{3} = 4b^2 \quad | \cdot 2$$

$$\left(\frac{16}{3}\right)^2 + (12)^2 - 2 \cos \alpha \cdot 12 \cdot \frac{16}{3} = (a+2b)^2 = (4b)^2 = 16b^2$$

$$2 \cdot 6^2 + 2 \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 2 \cos \alpha \cdot 12 \cdot \frac{16}{3} = 8b^2$$

$$8b^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 12^2 - 2 \cdot 6^2 - 2 \cdot \left(\frac{16}{3}\right)^2 = 2 \cdot 6^2 - \left(\frac{16}{3}\right)^2 = 8b^2$$

$$2^3 \cdot 3^2 - \frac{2^8}{3^2} = 8b^2$$

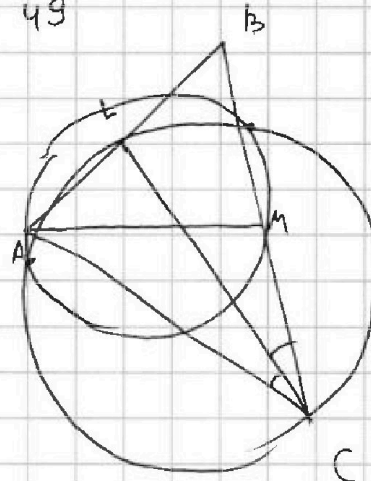
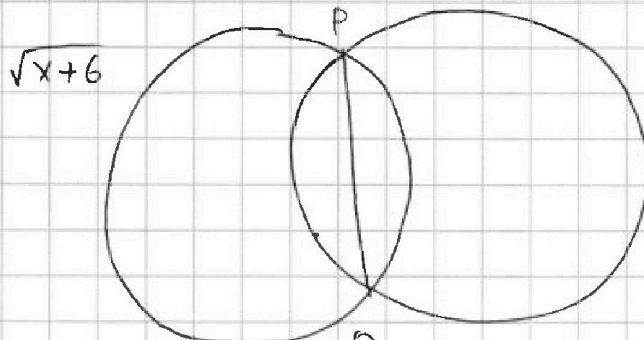
$$3^2 - \frac{2^5}{3^2} = b^2$$

$$3^4 = 81$$

$$2^5 = 32$$

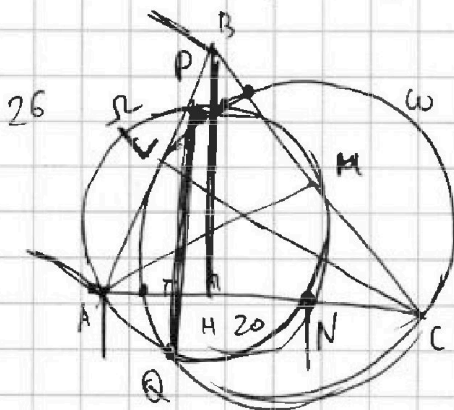
$$\frac{81}{32} = \frac{49}{49}$$

$$\sqrt{\frac{3^4 - 2^5}{3^2}} = b = \frac{7}{3}$$



$$\sqrt{x+6} + 5 = \sqrt{5-y}$$

$$(x+6)(5-y) = 30 - 6y + 5x - xy$$



AC  
BE

$$4t^6 + t^4 + 5t = 4p^6 +$$

