



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1.

1) Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии:  $a_n = a_1 + d(n-1)$

По условию:

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_5 = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases} \quad \text{Заменим: } \begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

2) Вычтем из уравнение (3) уравнение (1):

$$a_1 + 8d - a_1 - 2d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 \Rightarrow d = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6} = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

3) Подставим  $d$  в уравнение (1):

$$a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 3x + x + 3 + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

4) Подставим  $d$  и  $a_1$  в уравнение (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x+2)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^4 + x^3} \phantom{- 2x - 2} \\ -3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

Методом подбора находим, что  $x_1 = -1$ .

Разделим уравнение на множитель  $(x+1)$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) - 2 &= -1 + 3 - 3 - 2 = -3 \\ -1 - 4 + 3x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

При повторном подборе корней получаем, что  $x_2 = -1$ .  $\rightarrow (-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$ . Разделим уравнение на  $(x+1)$ :

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } x = -1; x = -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 2

$$\textcircled{1} |x - 3y| \leq 3$$

$$1) x - 3y \geq 0$$

$$x \geq 3y$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$x \leq 3y + 3$$

$$x \in [3y; 3y + 3]$$

$$2) x - 3y < 0$$

$$x < 3y$$

$$-x + 3y \leq 3$$

$$x \geq 3y - 3$$

$$x \in [3y - 3; 3y)$$

$$x \in [3y - 3; 3y + 3]$$

$$\textcircled{2} |3x - y| \leq 1$$

$$1) 3x - y \geq 0$$

$$y \leq 3x$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \in [3x - 1; 3x]$$

$$2) 3x - y < 0$$

$$y > 3x$$

$$-3x + y \leq 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$y \in (3x; 3x + 1]$$

$$y \in [3x - 1; 3x + 1]$$

\textcircled{3} Максимальное значение  $y$  ~~наша~~ подставили в максимальное значение  $x$  (так как по условию нам необходимо получить максимальное значение выражения):

$$x = 3y + 3$$

$$x = 3 \cdot (3x + 1) + 3$$

$$x = 9x + 3 + 3$$

$$-8x = 6$$

$$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$y = 3x + 1 = -\frac{3 \cdot 3}{4} + 1 = \frac{-9 + 4}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$4y + 8x = 4 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -5 - 6 = -11$$

Ответ: -11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 3.

$$1) A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 + 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

2) Пусть число  $A$  равно  $13p^2$ .

$$① m+n=13:$$

m	n	m+n-9	<del>m</del> mn	m+n-3	B:75
1	12	4	12	10	120:75=-
2	11	4	22	10	220:75=-
3	10	4	30	10	300:75=4
4	9	4	36	10	360:75=-
5	8	4	40	10	400:75=-
6	7	4	42	10	420:75=-

Рассмотрим всевозможные суммы натуральных  $m$  и  $n$  так, ~~тогда~~ ~~они~~ ~~равнялись~~ ~~13~~ (ср. того момента, как они "поменяются" местами - это не имеет смысла, так как каждое из множителей  $A$ , и  $B$  включает в себя или сумму  $m$  и  $n$ , или произведение, то есть при взаимной замене их значений, результат не изменится). Тогда значение второй скобки будет равняться  $(m+n-9) = 13-9 = 4$  для каждой суммы. Это удовлетворяет условию, так как  $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$  (прост. число).

Проверим число  $B$ : оно должно делиться на 75 число (так как  $A = 13p^2$  и ~~все~~  $m$  и  $n$  - натуральные). Это получается только, если  $m = 3$ , а  $n = 10$  (см. табл.)  $\Rightarrow$  также подходит ответ  $m = 10$  и  $n = 3$ . Говорящее, что в данном случае  $q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$  (прост. число), это также удовлетворяет условию.

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①  $m+n-9 = 13$

$m+n = 22$

Если  $A = 13p^2$ , а  $m+n-9 = 13$ , то  $m+n = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}$ , что не удовлетворяет условию.

3) Пусть число  $B = 13p^2$

①  $mn = 13$ . Единственное возможное произведение натуральных чисел для получения 13-ти - это 13 и 1:

$m+n-3 = 13+1-3 = 11 \Rightarrow a^2 = 11 \Rightarrow a = \sqrt{11}$  (не удовл. условию)

②  $m+n-3 = 13 \Rightarrow mn = a^2$

$m+n = 16$

m	n	mn	a	
1	15	15	$\sqrt{15} \neq$	не подх по усл
2	14	28	$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$	не подх по усл.
3	13	39	$\sqrt{39} \neq$	не подх по усл.
4	12	48	$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	не подх по усл.
5	11	55	$\sqrt{55}$	не подх по усл
6	10	60	$\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$	не подх по усл.
7	9	63	$\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$	не подх по усл.
8	8	64	$\sqrt{64} = 8$	- сост. число $\Rightarrow$ не подх. по. усл.

Рассмотрены все возможные варианты

Ответ: 1)  $m=3$     2)  $m=10$   
                $n=10$          $n=3$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

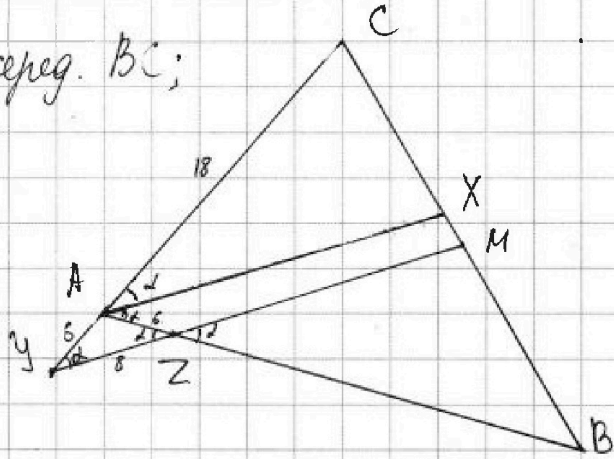
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4.

Дано:  $MZ \parallel AZ$ ;  $AX$  - биссектр.;  $M$  - серед.  $BC$ ;

$AC = 18$ ;  $AZ = 6$ ;  $YZ = 8$

Найти:  $BC = ?$



1) В  $\triangle YCM$  по теореме Менелая:

$$\frac{AY}{AC} \cdot \frac{BC}{BM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{AY}{18} \cdot \frac{2x}{x} \cdot \frac{MZ}{84} = 1$$

$$AY \cdot MZ = 72 \Rightarrow MZ = \frac{72}{AY}$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{2x}{x} \cdot \frac{MZ}{84} = 1$$

2) В  $\triangle ABC$  по теореме Менелая:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{AY}{18} = 1 \Rightarrow BZ \cdot AY = 108 \Rightarrow BZ = \frac{108}{AY}$$

3) Пусть  $\angle CAZ = \angle XAB = \alpha$  ( $AX$  - биссектр.)

$AX \parallel YM$  (по усл.)  
 $AZ$  - секус. }  $\angle CAZ = \angle MZB = \alpha$  (соотв.)  $\Rightarrow \angle AZY = \angle MZB = \alpha$  (вертик.)

4) В  $\triangle YAZ$

$\angle CAB$  - внешний }  $\angle AZY = \angle CAB - \angle AZY = 2\alpha - \alpha = \alpha$   
 $\angle CAB = 2\alpha$

5)  $\angle AZY = \alpha$  (из 3) }  $\angle AZY$  - равност.  $\Rightarrow AZ = AY = 6$   
 $\angle AZY = \alpha$  (из 4)

Продолж. на стр. 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \quad MZ = \frac{72}{AY} = \frac{72}{6} = 12 \quad (\text{из 1 и 5})$$

$$BZ = \frac{108}{AY} = \frac{108}{6} = 18 \quad (\text{из 2 и 5})$$

7) В  $\triangle AYZ$  по теореме косинусов:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 48} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$$

324	6	18	324
144	18	144	144
468	18	18	288
288	18	324	576
180			756

8) В  $\triangle MBZ$  по теореме косинусов:

$$MB^2 = MZ^2 + BZ^2 - 2MZ \cdot BZ \cdot \cos \alpha$$

$$MB = \sqrt{12^2 + 18^2 - 2 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{144 + 324 - 288} = \sqrt{180} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$$

9) M - середина BC  $\Rightarrow$  BM = MC  $\Rightarrow$  BC = 2MB =  $12\sqrt{5}$

Ответ:  $12\sqrt{5}$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

1) Всего узлов в квадрате:  $9 \cdot 9 = 81$  узел. Значит количество способов выбрать два узла из 81 равно:

$$C_{81}^2 = \frac{81!}{2! \cdot (81-2)!} = \frac{81 \cdot 80 \cdot 81}{2 \cdot 1} = \frac{40 \cdot 81}{1 \cdot 2} = 3240 \text{ способов.}$$

2) 1-й вариант поворота: диаметрально противоположные точки - каждый 2-ой поворот данные точки возвращаются в исходное положение (например точки A и B). Всего таких "мотиволожных" точек - 80 (не учитывается центральная точка O), значит пар  $\frac{80}{2} = 40$ .

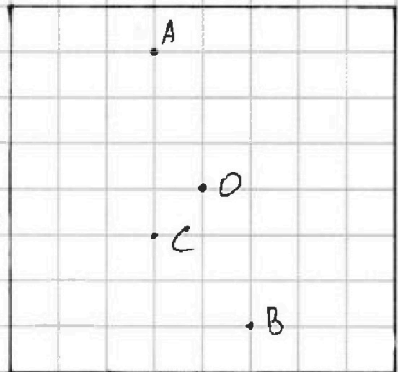


Рис. 1.

Всего поворотом любой такой пары можно получить ещё одну пару, значит ~~каждой~~ различных пар в 2 раза меньше:  $\frac{40}{2} = 20$  пар, т.е. способов.

2-й вариант поворота: все остальные точки. Такие точки возвращаются в исходное положение на каждый 4-й поворот. Всего таких пар (как A и O):  $3240 - 40 = 3200$  (вычли одну пар-во "диаметрально противоположных" пар)

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда различная среди этих пар в 4 раза меньше:

$$\frac{3200}{4} = 800 \text{ пар, т.е. способов.}$$

3) Общее количество способов выбрать две точки, удовлетворяющие под условие:

$$800 + 20 = 820.$$

Ответ: 820 способов.

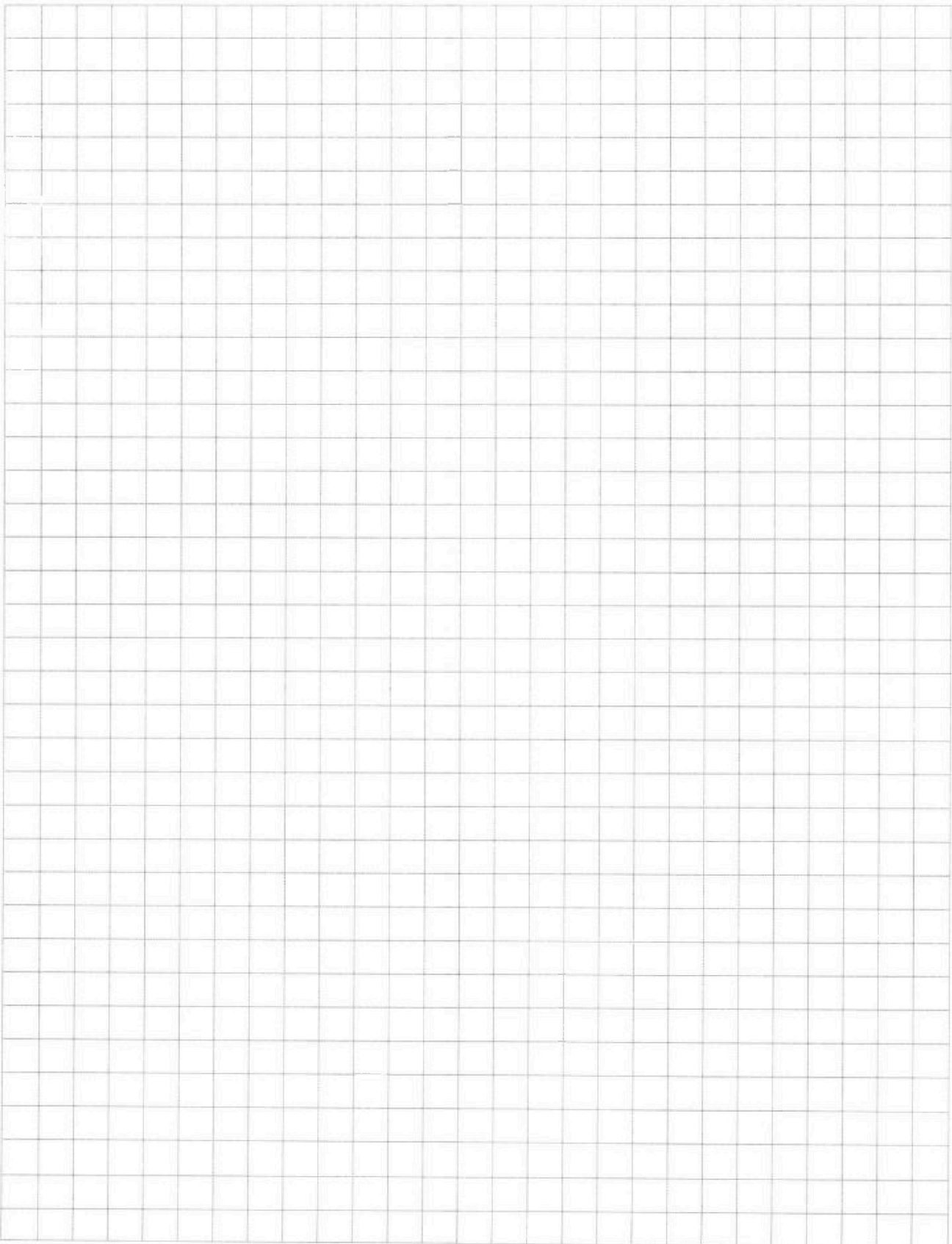


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



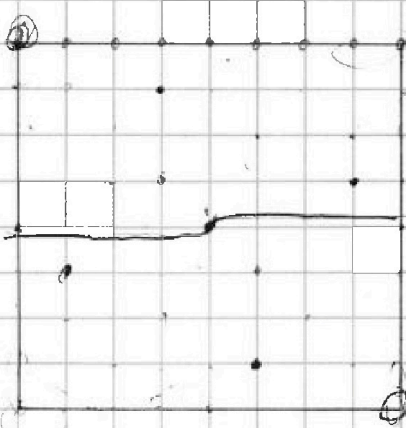


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



21 путь  
2.4 = 8

~~100 - 100 = 0~~  
~~100~~



100 см / 2  
81 см

10/2  
4 + 3 + 2 + 1 = 10

6

807

10 + 10

5.2



9 2 = 18



2 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28

3 107

~~12 + 4 + 5 + 6 + 7~~  
~~27.4~~

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{40!}{80 \cdot 81} = 3240$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$3240 - 160 = 3080 : 4 = 770$$

$$3240 : 2 = 1620 \text{ см} \cdot 80 =$$

$$= 1620 \text{ см}$$

350 см



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3BM^2 = 4B^2 - 48BZ + 144 + 3BZ^2 - 11BZ$$

$$3BM^2 = 7B^2 - 48BZ + 144 - 6Z \cdot (10BZ - 168 \times 10BZ + 48) = \frac{4(25B^2 - 42 \times 10BZ + 12)}{24(10BZ - 6)}$$

$$= \frac{24(10BZ - 6)}{24(10BZ - 6)} = \frac{6,25B^2 - 105BZ + 30BZ + 204}{6(BZ - 6)}$$

$$= \frac{6,25B^2 - 75BZ + 204}{6(BZ - 6)}$$

2)  $m+n=75$   $m \cdot n + 9 = 13$

3.2

1	24
2	20
3	17
4	18
5	17
6	16
7	15
8	14
9	13
10	12
11	11

$m=3$   $n=10$   
 $m=10$   $n=3$

3)  $m \cdot n = 13$   
13 · 1 = 13

4)  $m \cdot n - 3 = 13$   
 $m \cdot n = 16$

1	15	15
2	14	28
3	13	39
4	12	48
5	11	55
6	10	60
7	9	63
8	8	64

$$\frac{y^3 + 3y^2 - 2}{x^3 + x^2} \Big| \frac{y+1}{y^2 + 2x - 2}$$

$$\frac{2x^2 - 2}{2x^2 + 2x} = \frac{-2x - 2}{2x + 2}$$

5)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} = 2\sqrt{6+5x-y^2} - 5$$

$$x+1+6-y - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 4(6+5x-y^2) - 25 - 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$10\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 24+20x-4y^2 - 25 - x - 7 + y$$

$$2\sqrt{25(6+5x-y^2)} = (x+1)(6-y)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_6 = 1 + 2 \cdot 5 = 11$$

$$\frac{26}{104} \quad \frac{6,5}{26,8} \quad 3,5 \quad 7,9 \quad 11$$

$$a_3 = \frac{3}{2} + 3 \cdot 3 = 5,5$$

$$a_5 = (1 + 2 \cdot 3 + 3 - 2 + 2 \cdot 3) = 10$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3a_5 + \sqrt{4} = 52 + 10\sqrt{3} + 104\sqrt{2} + 26\sqrt{3} = 156 + 42\sqrt{3} \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$a_1 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x+2)^2$$

$$a_1 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$a_1 + 2x^2 - 2x - 2 = y^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$-15y + 7x \leq 4y + 8x \leq 15y + 4x^2 + 2x^2 + 2x + 2 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$x - 3y \geq 1$$

$$x \geq 3y + 1$$

$$x - 3y = 3$$

$$x \leq 3y + 3$$

$$x \geq 3y$$

$$x \in [3y, 3y + 1]$$

$$x - 3y < 0$$

$$3y - x \leq 3$$

$$x \geq 3y - 1$$

$$x \in [3y - 1, 3y]$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x^3 - 2x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

Методом подбора  $x = -1$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad | : (x+1)$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^3 -$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 2x^2 - 2$$

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{x^4 + x^3} \quad | : x^2$$

$$\frac{3x^2 + 3x^2}{3x^2 + 3x^2}$$

$$\frac{-2x - 2}{-2x - 2}$$

$$\frac{-2x - 2}{-2x - 2}$$

$$0$$

$$3x \geq 4$$

$$3x - 4 \leq 1$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

$$x \leq 3x$$

$$x \in [\frac{4}{3}, 3x]$$

$$3x < 4$$

$$4 - 3x \leq 1$$

$$x \leq 3x + 1$$

$$x > 3x + 3 - 2$$

$$4 \cdot 8 (3x - 3x + 1)$$

$$x \in [3x - 1, 3x + 1]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10:20 + 3:10 = 13:30$$

$$3) A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$144 + 144 - 288 + 180$$

$$1) (m+n=13) \downarrow$$

1	2	4
2	3	4
3	4	4
4	4	4
5	8	4
6	7	4

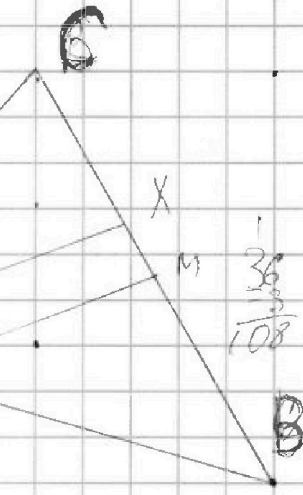
12	10	120	75	0
22	10	220	75	0
30	10	300	75	4
36	10	360	75	0
40	10	400	75	0
42	10	420	75	0

$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ 16 \\ \hline 95 \\ 16 \\ \hline 250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 26 \\ 26 \\ \hline 155 \\ 52 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 90 \\ 45 \\ \hline 5 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{XC}{XB}$$



$\frac{18}{9} = \frac{18}{9}$   
 $\frac{72}{72} = \frac{108}{108}$   
В  $\triangle YCM$  по теор. о медиане.

$$AY^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{64 + 36 - AY^2}{48 \cdot 96} = \frac{100 - AY^2}{96}$$

$$\frac{AY}{AB} \cdot \frac{BC}{AZ} \cdot \frac{MZ}{YC} = 1$$

$$\frac{AY}{AC} \cdot \frac{BC}{BM} \cdot \frac{MZ}{ZC} = 1$$

$$BM^2 = MZ^2 + BZ^2 - 2 \cdot MZ \cdot BZ \cdot \cos \beta$$

$$\frac{AY}{18} \cdot \frac{24}{X} \cdot \frac{MZ}{48} = 1$$

$$AM^2 = \left(\frac{2BZ - 12}{3}\right)^2 + BZ^2 - 2 \cdot \frac{2BZ - 12}{3} \cdot BZ \cdot \cos \beta$$

$$AY \cdot MZ = 70$$

$$BM^2 = \frac{4BZ^2 - 48BZ + 144}{3} + BZ^2 - \frac{4(BZ - 6)}{3} \cdot BZ \cdot \cos \beta$$

$$100(BZ - 6) = 108$$

$$2BZ - 12 = 3MZ$$

$$AY = \frac{72}{12} = \frac{108}{2BZ - 12}$$

$$= \frac{108}{BZ - 6}$$