МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2+4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x+5y$ при условии
$$\begin{cases} |2x-3y| \leqslant 6, \\ |3x-2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть (a_n) - данная арифметическая прогрессия, а d - её разность.

Тогда $a_2 = a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$

$a_4 = a_1 + 3d = (x^2+4x)^2$

$a_8 = a_1 + 7d = -6x^2$

$a_8 - a_2 = 6d = 3\cdot 2d = 3(a_4 - a_2)$

$-6x^2 - 12(1-x) = 3(x^2+4x)^2 - 3\cdot 12(1-x)$

$3(x^2+4x)^2 - 2\cdot 12(1-x) + 6x^2 = 0 \quad | : 3$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 + 2x^2 = 0$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

По схеме Горнера найдем, что -2 является корнем 2ой кратности:

	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	4	-2	0	

$(x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x^2+4x-2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -2-\sqrt{6} \\ x = -2+\sqrt{6} \end{array}\right.$

$\frac{D}{4} = 4 + 2 = 6$

Все ~~все~~ найденные значения x подходят.

Ответ: $x = -2$, или $x = -2-\sqrt{6}$, или $x = -2+\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \le 6 \\ |3x-2y| \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \le 2x-3y \le 6 & (1) \\ -4 \le 3x-2y \le 4 & (2) \end{cases}$$

1. Домножим (1) на (−2) и (2) на 3; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -12 \le 6y-4x \le 12 \\ -12 \le 9x-6y \le 12 \end{cases}$$

$$-24 \le 5x \le 24 \quad |\cdot 2$$

$$-48 \le 10x \le 48 \quad (3)$$

2. Домножим (1) на (−3) и (2) на 2; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -18 \le 9y-6x \le 18 \\ -8 \le 6x-4y \le 8 \end{cases}$$

$$-26 \le 5y \le 26 \quad (4)$$

Сложив (3) и (4) получим, что $-74 \le 10x+5y \le 74 \Rightarrow$ наименьшее значение $10x+5y$ равно -74.

Покажем, что оно достигается при $x=-\frac{48}{10}$ и $y=-\frac{52}{10}$.

$$10x+5y = -48-26 = -74$$

$$|2x-3y| = \left|-\frac{48\cdot 2}{10}+\frac{3\cdot 52}{10}\right| = \frac{60}{10} = 6 \le 6$$

$$|3x-2y| = \left|-\frac{48\cdot 3}{10}+\frac{2\cdot 52}{10}\right| = \frac{40}{10} = 4 \le 4$$

Ответ: наименьшее значение $10x+5y$ равно -74; оно достигается при $x=-\frac{48}{10}$ и $y=-\frac{52}{10}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$

$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$

Обозначим $x = m-2n$, тогда $A = x(x+13)$, $B = mn\cdot(x-2)$

I случай: $A = 17p^2$, $B = 15q^2$.

$A = x(x+13)$.

Все возможные представления A в виде произв. двух множителей:

$1\cdot 17p^2$; $p\cdot 17p$; $p^2\cdot 17$.

1) $1\cdot 17p^2$
$\begin{cases} x = 1 \\ x+13 = 14 = 17p^2 \end{cases} \varnothing$

2) $p\cdot 17p$
$\begin{cases} x = p \\ x+13 = p+13 = 17p \end{cases} \varnothing$
$16p = 13$

3) $p^2\cdot 17$
$\begin{cases} x = 17 \\ x+13 = 30 = p^2 \end{cases} \varnothing$
(т.к. $p \in \mathbb{N}$)

4) $17\cdot p^2$
$\begin{cases} x = p^2 \\ x+13 = p^2+13 = 17 \end{cases}$
$x = 4$
$p = 2$

В этом случае возможен 1 вариант: $x = 4$, $p = 2$:

$B = 15q^2 = mn(x-2) = 2mn = 15q^2 \Rightarrow q = 2$

$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 2n^2+4n-30 = 0 \\ m = 2n+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (n+5)(n-3) = 0 \\ m = 2n+4 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} n = -5 \text{ - не подх., т.к. } n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \end{array}\right. \\ m = 2n+4 \end{cases}$ $\begin{cases} n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$

При $m = 10$, $n = 3$: $A = 4\cdot 17 = 17\cdot 2^2$; $B = 3\cdot 10\cdot 2 = 15\cdot 2^2$

II случай: $A = 15q^2$, $B = 17p^2 = 17\cdot p\cdot p = m\cdot n\cdot(x-2)$

Т.к. B имеет в своем разложении на простые только 3 простых множителя, то m, n, $(x-2)$ должны быть равны $17, p, p$

$x - 2 = m - 2n - 2$

1) $m = n = p$, $m-2n-2 = 17$
$m-2n-2 = p-2p-2 = -p-2 = 17$
$p = -19$ не подх., т.к. тогда $m = n = -19$, но $m, n \in \mathbb{N}$

2) $m = m-2n-2 = p$, $n = 17$
$m-2n-2 = p-34-2 = m = p$
$-36 = 0$ $\varnothing$

3) $n = p$
$m-2n-2 = p$
$m = 17$
$m-2n-2 = 17-2p-2 = p$
$3p = 15 \Leftrightarrow p = 5$

В этом случае возможен только 1 вариант: $m = 17$, $n = 5$. Проверим, подходит ли он: $B = 17\cdot 5^2$; $A = (m-2n)(m-2n+13) = (17-10)(17-10+13) =$
$= 7\cdot 20 \neq 15q^2$

Значит, $m = 17$, $n = 5$ не подходит.

Ответ: $\{(10, 3)\}$.

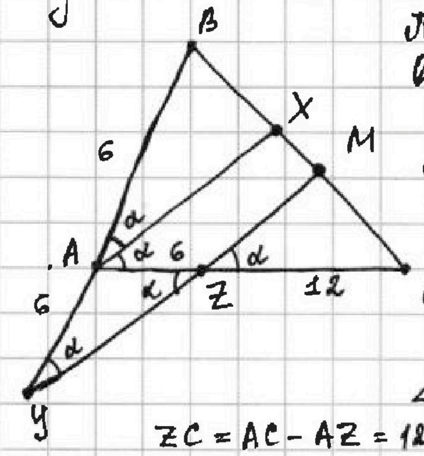
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Т.к. AX – биссектриса $\triangle ABC$, то $\angle BAX = \angle CAX$.
Обозначим $\angle BAX = \alpha$.

$AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM = \alpha$ как соотв. при AX и MY и секущей BY

$\angle CAX = \angle AZY = \alpha$ как накрест лежащие при AX и MY и секущей AZ

$\angle BYM = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ – р/б, $AY = AZ = 6$

$\angle MZC = \angle AZY = \alpha$ как вертикальные

$ZC = AC - AZ = 12$; $BM = MC$ (т.к. M – сер. BC)

$\triangle CZM \sim \triangle CAX$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{MC}{CX} = \frac{CZ}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Пусть $MC = 2x$, тогда $CX = \frac{3}{2}MC = 3x \Rightarrow XM = x$.

$BX = BM - XM = MC - XM = x$

$\left.\begin{matrix} BX = XM \\ AX \parallel MY \end{matrix}\right\} \Rightarrow AX$ – средняя линия $\triangle MBY$ по призн. $\Rightarrow AX = \frac{1}{2}MY$ и $AB = AY = 6$

По теореме Менелая для $\triangle BYM$ и прямой AC: $\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1$

$BC = BM + MC = 4x$

$\frac{1}{1} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{2x}{4x} = 1 \Rightarrow ZM = 4$

По теореме косинусов для $\triangle AYZ$:

$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos\alpha$

$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

По теореме косинусов для $\triangle ZMC$:

$MC^2 = ZM^2 + ZC^2 - 2ZM \cdot ZC \cdot \cos\alpha = 16 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 12^2 - 4 \cdot 12 = 8 \cdot 12$

Значит, $MC = \sqrt{8 \cdot 12} = 4\sqrt{6}$

$BM = MC = 4\sqrt{6}$

$BC = BM + MC = 8\sqrt{6}$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12 - x - y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$(2): \; 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$ Заметим, что по ограничениям $x \geq 0$ и $y \geq 0$.

Поэтому если $x > y$ (или $y > x$), то $\begin{cases} 2x^5 > 2y^5 & (2x^5 < 2y^5) \\ 4x^2 > 4y^2 & (4x^2 < 4y^2) \\ \sqrt[4]{3x} > \sqrt[4]{3y} & (\sqrt[4]{3x} < \sqrt[4]{3y}) \end{cases}$, а

значит, левая (правая) часть ур-я будет больше правой (левой) и ур-е не будет иметь решений. Получаем, что ур-е (2) имеет решения: $x = y$ при $x \geq 0$.

Подставим $x = y$ в (1):

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12 - x - x^2}$$
$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$
$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{3-x}$$

Пусть $a = \sqrt{x+4}$, $b = \sqrt{3-x}$, тогда $a^2 = x+4$ и $b^2 = 3-x$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(1-2b) = b - 5 \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{b-5}{1-2b} \\ \frac{(b-5)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 7 & (3) \end{cases}$$

$$(3) \quad \frac{b^2 - 10b + 25 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 7 + 28b - 28b^2}{1 - 4b + 4b^2} = 0$$

$$\frac{4b^4 - 4b^3 - 26b^2 + 18b + 18}{(1-2b)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^4 - 2b^3 - 13b^2 + 9b + 9 = 0 & (4) \\ b \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$(4)\; 2b^2($

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

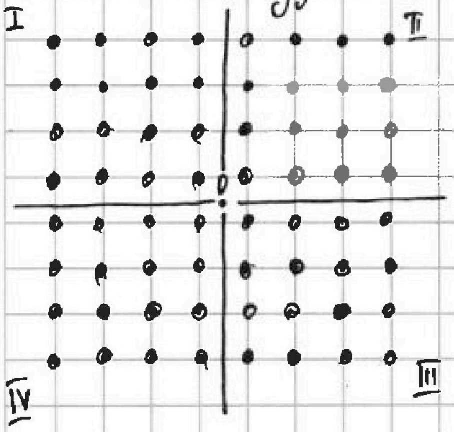
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Отметим центр квадрата т. О и разобьём все узлы сетки на 4 части по 16 узлов в каждой:



Чтобы не учитывать одинаковые раскраски дважды, нужно только учесть варианты:
1) 2 белые точки в одной четверти;
2) 2 белые точки в соседних по стороне четв.;
3) 2 белые точки в I и III / II и IV.
В 3 варианте мы ~~мы~~ посчитаем одинаковые раскраски дважды, если белые точки симметричны относительно т. О.

1) Выбрать 2 точки в одной четверти можно $C_{16}^2 = 16\cdot15:2 = 8\cdot15$ способами

2) Выбрать 2 белые точки в соседних по стороне четвертях можно $16\cdot16$ способами

3) Выбрать 2 белые точки в I и III / II и IV четвертях можно $16\cdot16$ способами, из них в $C_{16}^1 = 16$ вариантах белые точки будут симметричны относительно точки О (16 способов отметить одну белую точку, а другую белую точку выбрать ей симметричную относительно точки О).

Итого получаем $8\cdot15+16\cdot16+16\cdot16-16 = 8(15+64-2) = 8\cdot77 = 616$ способов.

Ответ: 616 способов.

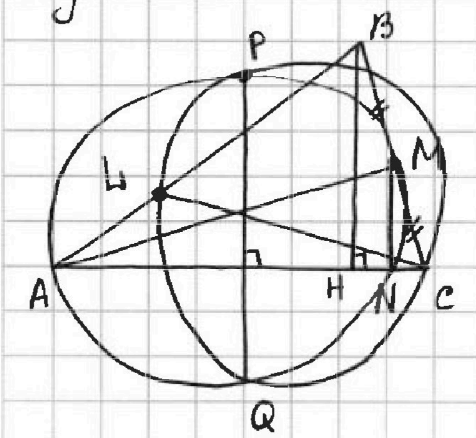
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



Проведем высоту BH $\triangle ABC$.

$\angle ANM$ - впис., опир. на диаметр $\Rightarrow \angle ANM = 90° \Rightarrow$

$MN \parallel BH \parallel PQ$

$\left.\begin{matrix} MN \parallel BH \\ BM = MC \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ MN - ср. линия $\triangle BHC \Rightarrow$

$MH = \frac{1}{2} BH$ и $HN = NC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$

$a_4 = a_1 + 3d = (x^2+4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$

$a_8 = a_1 + 7d = (-6x^2)$

$2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$

$6d = -6x^2 + 12x - 12 = -6(x^2 - 2x + 2)$

$52 \cdot 3 = 156$, $156 - 96 = 60$, $48 \cdot 2 = 96$, $48 \cdot 3 = 144$, $52 \cdot 2 = 104$

$|2x - 3y| \le 6$

$|3x - 2y| \le 4$

$-6 \le 2x - 3y \le 6$

$-4 \le 3x - 2y \le 4$

$-18 \le 6x - 9y \le 18$

$-8 \le 4y - 6x \le 8$

$-26 \le -5y \le 26$

$-12 \le 4x - 6y \le 12$

$-12 \le 9x - 6y \le 12$

$-12 \le 6y - 4x \le 12$

$-24 \le 5x \le 24$

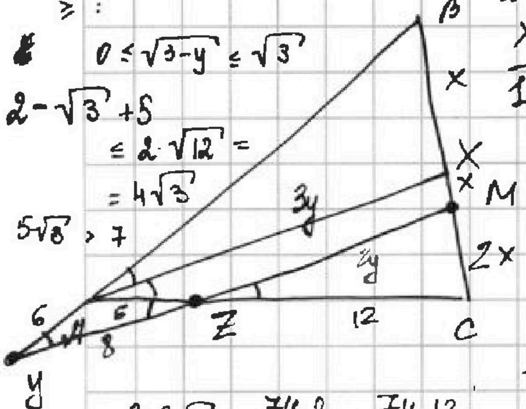
$-48 \le 10x \le 48$

$-74 \le 10x + 5y$

$0 \le \sqrt{3-y} \le \sqrt{3}$

$2 - \sqrt{3} + 5 \le 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

$5\sqrt{3} > 7$



$\le 2 \cdot 2\sqrt{3}$

$-\frac{74}{20}$ $-\frac{74 \cdot 2}{20}$ $-\frac{74 \cdot 2}{30} + \frac{74 \cdot 12}{30}$ $-\frac{74 \cdot 2}{20} + \frac{74 \cdot 6}{20}$ $\frac{74 \cdot 4}{20}$ $-\frac{74}{20}$ $-\frac{74}{10}$ $-\frac{74}{10} + \frac{74 \cdot 3}{10} = \frac{74 \cdot 2}{10}$

-7 $-1{,}4$ -5 $-\frac{24}{5}$ $-\frac{34}{10}$ -8 $-10 + \frac{72}{5}$ $-6{,}8 + 24$

$\ge 2 - \sqrt{3} + 5$ $|10x - 15y| \le 60$

$|30x - 10y| \le 40$

$10x + 5y = -74 - \frac{74}{30} - \frac{74 \cdot 4}{30} - \frac{74 \cdot 2}{15} + \frac{74 \cdot 3}{15} = \frac{74}{15}$ $-\frac{74}{15}$

$5 \cdot \sqrt{3} > 7$

$-\frac{49 \cdot 2}{10} + \frac{50 \cdot 3}{10}$ $\frac{49}{10}$ -5 $-\frac{49}{10}$ $-\frac{80}{10}$ $-\frac{74}{15}$ $= \frac{74}{15}$ $-\frac{74}{25}$

$25 \cdot 3x > 0$

$-\frac{49 \cdot 3}{10} + \frac{50 \cdot 2}{10}$

$0 \le y \le 8$

$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) = \sqrt[4]{3y} - \frac{50}{10}$ $-\frac{48}{10}$ $\frac{47}{10}$

$\boxed{\frac{48}{10} \quad -\frac{52}{10}}$ $-\frac{51}{10}$ $-\frac{46}{10}$

$\sqrt[4]{3y} - \sqrt[4]{3x} \,\vdots\, (x-y)$

$49 \cdot 2 = 98$, $150 - 98 = 52$, $49 \cdot 3 = 147$, $48 \cdot 2 = 96$, $48 \cdot 3 = 144$, $150 - 96 = 54$, $46 \cdot 2 = 92$, $153 - 92$, 100

$B = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$

1) $A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$

$= (m-2n)(m-2n+13) = 17p^2 =$

$= x(x+13) = 15q^2$

$p \quad 17p$

$1 \quad 17p^2$ — не подх.

$17 \quad p^2$

$\boxed{p = 2}$ $\to x = 4$

$x + 13 = 17$

$a^4 = 3a$

$B = mn(x-2) = 2mn = 2 \cdot 2 \cdot 15$ $x = p$

$b^4 = 3b$

$m - 2n = 4$ $x + 13 = 17p$

$m = 15$ $n = 15$ $16p = 13$

$3(a-b) \,\vdots\, (a^4 - b^4)$ $m = 2$

$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

$mn = 30$ $2n^2 + 4n - 30 = 0$

$m = 2n + 4$ $n^2 + 2n - 15 = 0$

$3 \,\vdots\, (a+b)(a^2+b^2)$

$12 + 24 - 12\sqrt{6}$

$4 + 4\sqrt{6} + 6$ $10 + 4\sqrt{6}$

$36 + 8d$ $16 + 4d$ -36 $d = -10$

$12 + 24 + 12\sqrt{6} = 36 + 12\sqrt{6}$

$-60 - 24\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x = m - 2n$

$A = x(x+13) = 15q^2$

$\boxed{\begin{matrix} x \geq -4 \\ y \leq 3 \end{matrix}}$

1) $x = -2: \ 12 \cdot 3$

$B = mn(x-2) = 17p^2$

$17 \cdot p \cdot p$

$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \end{cases}$

$m = n = p$ | $m = 17 \quad n = p$ | $m = p \quad n = 17$

$m - 2n = 17 \ \varnothing$ | $m - 2n = p \ \varnothing$ | $m - 2n = p - 34 = p$

$3(a-b) \geq a^4 - b^4$

$m - 2n - 2 = 17$ | $17 - 2p - 2 = p$ | $m - 2n - 2 = p - 36 = p \ \varnothing$

$\varnothing$ | $3p = 15$

$x + y^2 \leq 12 \quad x = y$

$|2x - 3y| \leq 6$

$\boxed{p = 5}$

$-6 \leq 2x - 3y$

$m = 17$

$n = 5$

$y^2 \leq 9$

$x^2 + 4x - 2 = 0$

$(x+2)^2 = 6$

$4 \cdot 4 \cdot 4$

$4\sqrt{3}$

3

$16 \cdot 3$

$x = 5$

$x^2 + 8x + 16 + 6x - 6 =$

$5 \cdot 18 = 5 \cdot 3 \cdot 6 \ \varnothing$

$= x^2 + 14x + 10$

$x = -2 - \sqrt{6}$

$a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$

$\frac{D}{4} = x$

$x = -2 + \sqrt{6}$

$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^2(x+4)^2$

$x = -2$

$a_1 + 7d = -6x^2$

$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$

$3(x^2(x+4)^2) - 3 \cdot 12(1-x) = -6x^2 - 12(1-x)$

$3(x^2 \cdot (x+4)^2) + 6x^2 = 2 \cdot 12(1-x)$

$x^2(x+4)^2 + 2x^2 = 8(1-x)$

$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$

$-8 + 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 - 4$

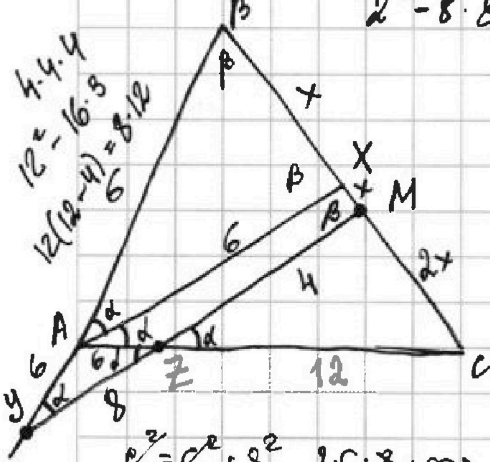
~~$2x^2(x+4)^2 - 2 \cdot 12(1-x) = -6x^2 - x^2(x+4)^2$~~

$3x^2(x+4)^2$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

$2^4 - 8 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$

	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	4	-2	0	



$AY = AZ = 6$

$\frac{8}{ZM} = \frac{2}{1}$

2

$\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1$

$x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} =$

$(x+k)$

$= 2 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6 =$

$6^2 = 6 \cdot 18 - 3x^2$

$= 6(2 \cdot 6 - 8)$

$6 \cdot 6 + 3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 3$

$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos\alpha$

$3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 2$

$2 \cdot 6 \cdot \cos\alpha = 4$

$x^2 = 2 \cdot 6 \cdot 2$

$4x = \boxed{8\sqrt{6}}$

$\cos\alpha = \frac{2}{3}$

$x = 2\sqrt{6} \Rightarrow$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$

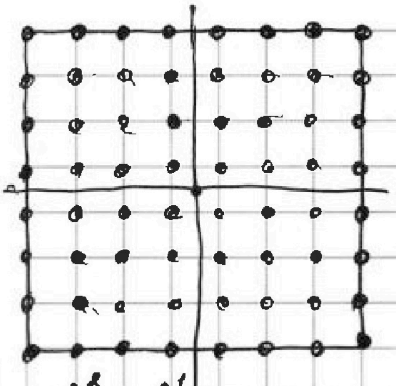
$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$C_{64}^2 = 63 \cdot 32$

$4 \cdot C_{16}^2 = 4 \cdot \frac{16 \cdot 15}{2} = 2 \cdot 16 \cdot 15$

$C_{32}^2 = 16 \cdot \cancel{31} + \frac{63 \cdot 32 - \cancel{16 \cdot 31}}{4}$

$C_4^2 \cdot C_{16}^1 \cdot C_{16}^1 = (a-b)(a-b)$

$= \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 16 \cdot 16 = b(1+2a)$

$= 16 \cdot 16 \cdot 6$

$= \cancel{8 \cdot 31} + 63 \cdot 8 - \cancel{4 \cdot 31} =$

$= \cancel{4 \cdot 31} + 63 \cdot 8 = 16$

$= 4(31 + 126) =$

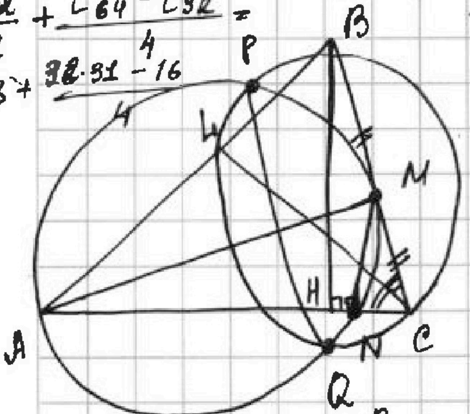
$= \boxed{4 \cdot 157}$

$16(30 + 96) = 16 \cdot 126 = a + b$

$\frac{C_{32}^1}{2} + \frac{C_{64}^2 - C_{32}^1}{4} =$

$= 8 + \frac{32 \cdot 31 - 16}{4}$

4



C_{32}^1 $\quad 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 - 13 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 9$

$MN \parallel BH \parallel PQ$ $\quad 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 - 13 - 3 + 1$

$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$

$C_{16}^2 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = \frac{16 \cdot 15}{2} + 2 \cdot 16 \cdot 16 =$ $\quad 64 + 15 = 79$

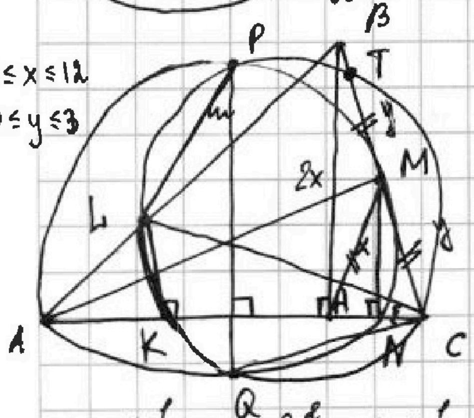
$= 8 \cdot 15 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = 8(15 + 4 \cdot 16) = 8 \cdot 79$

$\frac{3^4}{2^3} - \frac{3^3}{2^2} - 13 \cdot$

$C_{16}^2 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = \frac{9^4}{2^3} + \frac{9^3}{2^2} - \frac{13 \cdot 9^2}{2^2} +$

$0 \le x \le 12$

$0 \le y \le 3$



$MN = x$

$BH = 2x$

$\angle APL = \angle MPC$

$\angle AQK = \angle CQM$

$= 8 \cdot 15 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = 8(15 + 64) =$

$9^2 \cdot 4 \quad = 8 \cdot 79 - \frac{9 \cdot 9}{2} + 9$

$AH = \sqrt{6^2 - 4x^2} = 2\sqrt{9 - x^2}$

$HN = NC$

$2b^2 - 2b - 13 +$

$2b^2 - 2b - 13 + \frac{9}{b} + \frac{9}{b^2 2}$

$\frac{2 \cdot C_{32}^1}{4} + \frac{C_{64}^2 - C_{32}^1 \cdot 2}{4} = 9 \cdot \frac{1}{b^2} + 9 \cdot \frac{1}{b^2}$

$\frac{4 \cdot C_{16}^1}{2} + \frac{C_{64}^2 - 4 \cdot C_{16}^1}{4} = 2b^2 + \frac{9}{b^2} = 16 + \frac{32 \cdot 63 - 32}{4} = 16$

$\sqrt{2 \cdot 9}$

$2 \cdot \frac{1}{16} - 2 \cdot \frac{1}{8} -$

$= 2 \cdot 16 + 32 \cdot 63 + 16 = 16(1 + 126) = 16 \cdot 127$

$2b(b-1) - \frac{13}{4} + \frac{9}{2} + 9$

$C_{16}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 - 16 = 8 \cdot 15 + 2 \cdot 16 \cdot 16 - 16 = 8(15 + 64 - 2) =$

$= 8 \cdot 77$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12 - x - x^2}$

$\frac{-26}{5} \quad -4 \le x \le 3$

$-\frac{1}{8} - \frac{13}{4} + 4{,}5$

$5 + x^2 \quad -15b^2 + 9b + 9 \quad 7$

$\sqrt{25 + x^2} - 3(5b^2 + 3b + 3) \quad 8$

$2 \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 - 13 \cdot 9 + 9 \cdot 9 + 9$

$\frac{3}{8} - \frac{13}{4} - 4{,}5 + 9$

$2b^2(b^2 - 2b + 1)$

6 | 6

$2 \cdot 3^3 \cdot 2 - 3 \cdot 9$

$2 \cdot 9^4 - 2 \cdot 9^3 - 13 \cdot 9^2 + 9 \cdot 9 + 9$

$b^2(2b$

$2 \cdot 9^3 - 2 \cdot 9^2 - 13 \cdot 9 + 9 + 1$