



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1.

Обозначим арифм. прогрессию за a_n , k обозначим разность между соседними членами прогрессии

$$a_3 = 3x + 3, a_5 = (x^2 + 2x)^2, a_9 = 3x^2$$

$$a_5 - a_3 = 2k$$

$$a_9 - a_5 = 4k$$

$$a_9 - a_3 = 6k$$

$$\frac{a_9 - a_3}{a_5 - a_3} = 3$$

$$\frac{3x^2 - 3x - 3}{x^2(x+2)^2 - 3x - 3} = 3$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3} = 1$$

$$\begin{cases} a_5 - a_3 \neq 0 \\ x^2 - x - 1 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 3x + 3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1:$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$\underbrace{x_1 = -1}_{x^2 + 2x - 2 = 0}$$

$$D_4 = 1 + 2 = 3$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = -1 + \sqrt{3}$$

Проверим в a_3 и a_5 , чтобы $a_3 \neq a_5$ проверить,

что $a_3 \neq a_5$

$$x = -1: \quad \checkmark$$

$$a_3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_3 \neq a_5 \quad \checkmark$$

$$x = -1 - \sqrt{3}: \quad \checkmark$$

$$a_3 = 1 - 3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3} < 0; \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2 \geq 0$$

$$a_3 \neq a_5 \quad \checkmark$$

$$x = -1 + \sqrt{3}: \quad \checkmark$$

$$a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_5 \neq a_3 \quad \checkmark$$

Ответ:

$$x \in \{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4y + 8x$$

$$(4y + 8x)_{\max} - ?$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3y \leq 3 & (1) \\ 3y - x \leq 3 & (2) \\ 3x - y \leq 1 & (3) \\ y - 3x \leq 1 & (4) \end{cases}$$

$$(2) + (3)$$

$$2y + 2x \leq 3 + 1$$

$$y + x \leq 2$$

$$(2) + 2 \cdot (3)$$

$$3y - x + 6x - 2y \leq 3 + 2$$

$$y + 5x \leq 5$$

~~$$\begin{cases} y + x \leq 2 \\ y + 5x \leq 5 \end{cases}$$~~

$$3(y + x) + (y + 5x) = 4y + 8x \leq 3 \cdot 2 + 5 = 11$$

Проверим, что это значение достигается

$$\begin{cases} y + x \leq 2 \\ y + 5x \leq 5 \end{cases}$$

$$4x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} 5y + 5x \leq 10 \\ y + 5x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y \leq 5 \\ y \leq \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}$$

и тогда

$$x = \frac{3}{4} \in \mathbb{R} \checkmark$$

$$(1) \quad x - 3y < 0 \quad \checkmark$$

$$(2) \quad \frac{15 - 3}{4} = 3 \quad \checkmark$$

$$(3) \quad \frac{9 - 5}{4} = 1 \quad \checkmark$$

$$(4) \quad y - 3x < 0 \quad \checkmark$$

Ответ:

$$(4y + 8x)_{\max} = 11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓³

$m, n \in \mathbb{N}$, p, q - простые

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9mn - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) =$$

$$B = m^2 + n^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$\text{I)} \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 75q^2 \end{cases} \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 & (1) \\ mn(m+n-3) = 75q^2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{(1)} \begin{cases} m+n : 13 \\ m+n-9 : 13 \\ \frac{(m+n)(m+n-9)}{13} = p^2 \end{cases}$$

Обозначим $\frac{m+n}{13} = z$
Заменим $\frac{m+n}{13} = z$
переходим

$$\frac{(m+n)(m+n-9)}{13} = p^2$$

$$z \cdot (13z - 9) = p^2$$

$$z=1: 13-9=4=2^2 \checkmark$$

$z=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z=p \\ 13z-9=z \end{cases} \begin{cases} z=1 \\ z=\frac{9}{3} \\ z=p \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{z=1}$$

$$\frac{m+n}{13} = 1$$

$$m+n = 13 \quad : 13 \checkmark$$

Подставляем в (2)

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$$\Rightarrow q=2$$

$$mn = 15q = 30$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \\ m=3 \\ n=10 \end{cases}$$

$$\text{II)} \begin{cases} A = 75q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases} \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 75q^2 & (3) \\ mn(m+n-3) = 13p^2 & (4) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3)

$$\frac{(m+n)(m+n-9)}{75} = p^2$$

Замени $\frac{m+n}{75} = k$

$$k(75k-9) = p^2 \Leftrightarrow$$

$k=1$: $75-9=66 \neq p^2 \times$
 $k \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 75k-9 \\ k = p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{9}{24} \\ k = p \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset$$

Для этого случая решений нет

Ответ: $10; 3$ или $\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases}$ или $\begin{cases} n=10 \\ m=3 \end{cases}$

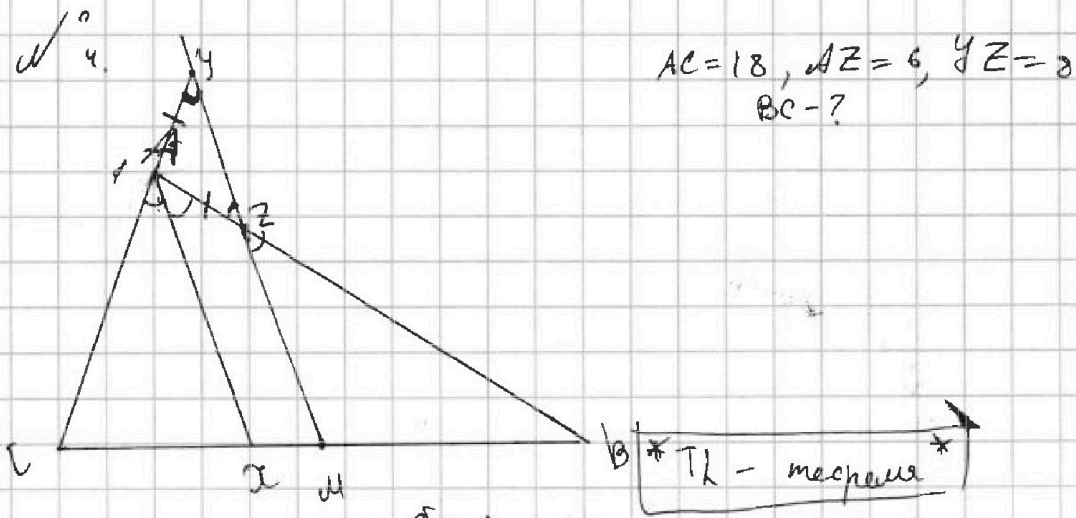


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Объясните $\angle CAZ = \angle ZMB \Rightarrow$
 ~~$\angle CAZ = \angle ZMB$~~

$ZM \parallel AC \Rightarrow \angle ZMB = \angle CBA = \alpha$
 $\angle ZMA = \angle ZMA$ (вертикаль)

~~$\angle ZMA = \alpha = \angle AZM$~~
 $\angle AZM = \angle CAB - \angle ZMY = \alpha$
 $\angle AZM = \alpha = \angle ZMA \Rightarrow \triangle ZMY - \text{равноб.}$
 \downarrow
 $ZM = MY$

TK $\cos \alpha = \frac{AZ}{ZM}$:
 $MY^2 = AZ^2 + ZM^2 - 2 \cdot AZ \cdot ZM \cdot \cos \alpha$
 ~~$MY = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \cos \alpha$~~
 $2 = 3 \cdot \cos \alpha$
 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

TK Менелай $\frac{AZ}{ZY} \cdot \frac{YM}{MB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1$

$$\frac{AZ}{ZY} \cdot \frac{YM}{MB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$3 = \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow ZM = 8$
 $\frac{8}{ZM} \cdot \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow ZM = 12$
 $YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$

$ZM = 12$, $YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Th } \cos \alpha \text{ с } y \text{ и } y \text{ и } y: \quad | \text{cy} = 20, \text{cy} = 20$$

$$c_{\text{и}}^2 = c_y^2 + y_{\text{и}}^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot c_y \cdot y_{\text{и}} = 576 + 400 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 20 = 976 - 4 \cdot 160 = 976 - 640 = 336$$

$$c_{\text{и}} = \sqrt{336}$$

$$\boxed{BC = 2c_{\text{и}} = 2\sqrt{336}} \quad (\text{м. и-сег. СВ})$$

$$\boxed{\text{Ответ: } BC = 2\sqrt{336}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad (2)$$

(2) $x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x}$
 \Rightarrow Если в выражении $x^4 + 5x^2 - \sqrt{y}$ у x и x заменим местами, значение не изменится \Rightarrow
 $y = x$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x = y \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

~~Рассмотрим, когда правая часть ≥ 0 ;~~

~~$$6+5x-x^2 \geq \frac{25}{4}$$~~

~~$$4x+20x-4x^2 \geq 25$$~~

~~$$4x^2 - 20x + 19 \leq 0$$~~

~~$$D/4 = 100 - 4 \cdot 96 = 4 \Rightarrow 16 \cdot 6$$~~

~~$$x \in \left[\frac{10 - 4\sqrt{6}}{4}; \frac{10 + 4\sqrt{6}}{4} \right]$$~~

~~$$x \in \left[\frac{5 - 2\sqrt{6}}{2}; \frac{5 + 2\sqrt{6}}{2} \right]$$~~

~~Замеча переменные $a = \sqrt{x+1}$, $b = \sqrt{6-x}$~~

~~$$a - b + 5 = 2ab \quad - \text{ решим}$$~~

~~$$\text{то оставим } a = 3, \quad 3 - 2 + 5 = 6 \quad \checkmark$$~~

~~$$b = 2$$~~

~~$$\sqrt{x+1} = 3$$~~

~~$$\sqrt{6-x} = 2$$~~

~~$$\begin{cases} x = 8 \\ x = 2 \end{cases} \quad \otimes$$~~

~~$$x = 2$$~~

Ответ: решений нет.

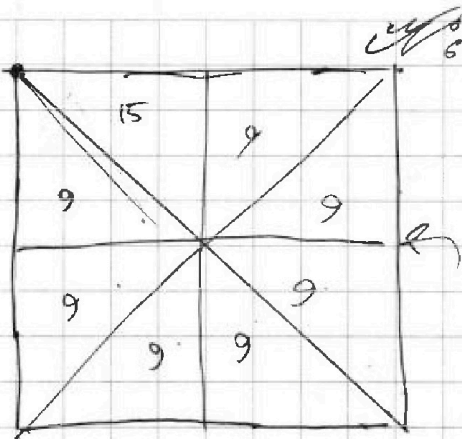
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1 в "избранном" треугольнике + (все оно
во всех остальных, кроме (из последнего
или 2 в "избранном" треугольнике.)

$$15 + 9 \cdot 6 = 69$$

$$\frac{15!}{(15-2)! \cdot 2!} = \frac{14 \cdot 15}{2} = 7 \cdot 17 = 105$$

$$S = 69 + 105 = 174$$

Ответ: 174



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AC = ?$, $BC = ?$
 $AB = 10$
 $AN = 8$

$15 + 54 = 69$

$+ C_{15}^2 = \frac{15!}{(15-2)! \cdot 2!} = \frac{15!}{13! \cdot 2!} = \frac{14 \cdot 15}{2} = 7 \cdot 15$

$70 + 35$

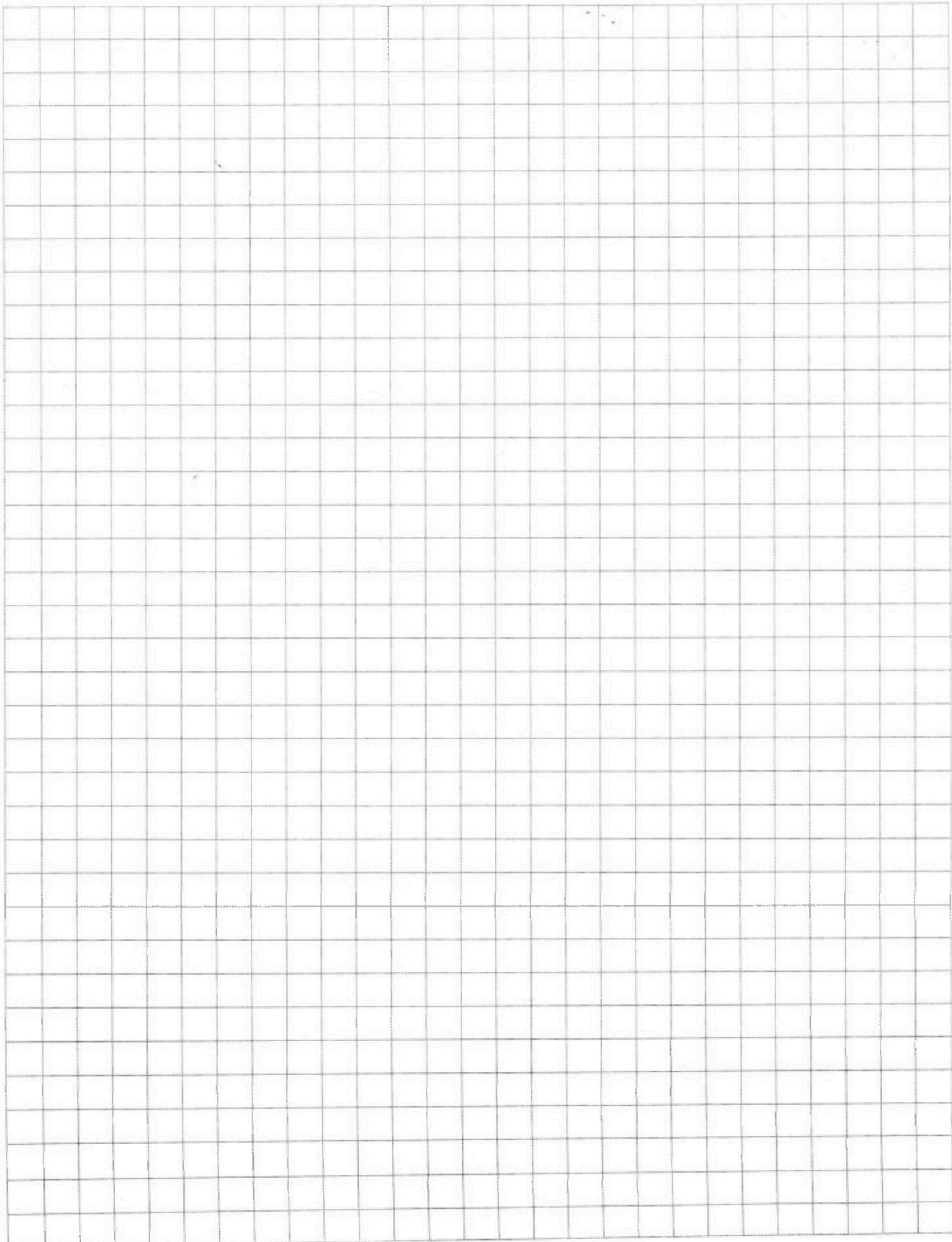


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{1}{5}$

5×20

$\frac{25}{x}$

$C=18, AZ=1, YZ=2$

Проб. 29: BC - ?

$$6 + 5x - x^2 \geq \frac{25}{4}$$

$$24 + 20x - 4x^2 \geq 25$$

$$4x^2 - 20x + 1 \leq 0$$

$$(4x-1)(x-1) \leq 0$$

$$x \in (10 - \sqrt{96}, 10 + \sqrt{96})$$

$$x \in \left[\frac{5-\sqrt{18}}{4}, \frac{5+\sqrt{18}}{4} \right] < 2,5$$

$$x \geq 2,5$$

$x+2^2$
 $4x^2 \geq 18$
 $4x \geq 18$

$$\frac{5-\sqrt{18}}{4} + 1$$

$$\frac{5+\sqrt{18}}{4}$$

$$\frac{5+\sqrt{18}}{4} - \frac{5-\sqrt{18}}{4}$$

$$\frac{5+\sqrt{18}}{4} \sqrt{20} - \frac{5+\sqrt{18}}{4}$$

$$-\frac{\sqrt{18}\sqrt{5}}{4}$$

$5x^2 - 20x + 20$
 $2x^2 - 5x$
 $x+1 \geq 6$
 $2x \geq 5$
 $x \geq \frac{5}{2}$

$8-5x \leq -20$
 $8-5x \leq -20$

$x \in (0, 6]$
 $x \in [0, 2, 2]$

$6-y \leq 6$
 $x > 0$

$6-6x-yx$
 -8

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^2(x^2+5) - \sqrt{y} = y^2(y^2+5) - \sqrt{x}$$

$$x^2(x^2+5) - y^2(y^2+5) = \sqrt{y}\sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$(x^2+5) - (y^2+5) = \sqrt{y}\sqrt{x}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{a} - \frac{\sqrt{6-y}}{b} + 5 = \frac{2\sqrt{6+5x-y^2}}{ab}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$a-2ab-b+5 = 0$$

$$49 = 16(6+5x-x^2)$$

$$- (2x^2 - 10x - 21)$$

$$4 - 2\sqrt{6+5x-x^2} = 25 + 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\frac{9}{8}\sqrt{A} = 18x^2 + 125x - 240 - 4x^2 - 20x - 10x^2 - 80$$

$$81 \cdot 6 + 81 \cdot 5x - 81x^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x - y \leq 1$
 $y + x \leq 2$
 $3x - y \leq 1$
 $4x \leq 3$
 $x \leq \frac{3}{4}$
 $4y \leq 5$
 $y \leq \frac{5}{4}$

$x + 1 < 6 - x$
 $2x < 5$
 $x < 2,5$
 $x \in (2; 3)$

$x^2 - 5x - 6 \leq 0$
 $(x+1)(x-6) \leq 0$
 $x \in (-1; 6)$

$x^2 - 5x - 6 \leq 0$
 $(x-3)(x-2) \leq 0$
 $x \in (2; 3)$

$(2x^2 - 10x - 21)(2x^2 - 10x - 21) = 4x^4 - 40x^3 + 58x^2 + 44x - 441$
 $a - b + 5 = 2ab = (a+b)^2 - a^2 - b^2 + 6 + \frac{25}{4} = 12 + \frac{1}{4}$
 $a - b + 5 = ab$
 $a = 3, b = 2$

$m+n = 13$
 $(m+n-9) : 13$
 $2(13-9) = 8$
 $2(13-9) = 8p^2$
 $20 \in [0; 6]$

$m+n = 13$
 $m \cdot 10 = 75q^2$
 $2mn = 15q^2$
 $m = 30$
 $n = 3$

$z = \frac{m+n}{2}$
 $(x-6)(x+1) = 0$
 $x \in [-1; 6]$
 $z = 1$
 $13z - 9 = 2$
 $z = 9$
 $z = \frac{2}{3}x + 40$
 576

$m+n = 13$
 $m \cdot 10 = 75q^2$
 $2mn = 15q^2$
 $m = 30$
 $n = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

d^0
 $\div a_n$

$a_2 = 3x + 3$, $a_5 = (x^2 + 2x)^2$, $a_9 = 3x^2$

$a_5 - a_3 = 2k$
 $a_9 - a_5 = 4k$
 $a_9 - a_3 = 6k$

$x^2 - x - 1 = 2k$

$(x(x+2))^2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$

$\frac{a_9 - a_5}{a_5 - a_3} = 1$ $\frac{3x^2 - (x^2 + 2x)^2}{(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3} = 2$

$\frac{3x^2 - 3x - 3}{(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3} = 3$
 $\frac{x^2 - x - 1}{(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3} = 1$

$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2k$
 $\frac{x^2 - x - 1}{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3} = 1$

$4y + 3x = \text{max?}$

$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \max\{x - 3y, 3y - x\} \leq 3 \\ \max\{3x - y, y - 3x\} \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ 3y - x \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \\ y - 3x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4y \leq 4 \\ x - y \leq 1 \\ 4y - 4x \leq 4 \\ y - x \leq 1 \end{cases}$

$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$

$x^2 - x - 1 = 0$
 $x_1 = -1$

$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 \neq 0$

$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{x^3 + 3x^2 - 2}$

$x_1 = -1$
 $x_2 = -1 - \sqrt{3}$
 $x_3 = -1 + \sqrt{3}$

$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$
 $x_1 = -1$

$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$
 $x_2 = -1 + 2\sqrt{3}$
 $x_3 = -1 - \sqrt{3}$
 $x_4 = -1 + \sqrt{3}$

$(x+2)(x^2 + 2x - 2) = 0$
 $x_1 = -2$
 $x_2 = -1 + \sqrt{3}$
 $x_3 = -1 - \sqrt{3}$

$x^3 + 3x^2 - 2$
 $\frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^2 + 2x - 2}$

$\frac{2x^3 + 6x^2 - 2}{2x^2 + 4x - 2}$
 $\frac{-2x^3 + 2x^2 - 2}{-2x^2 - 2x}$
 $\frac{-2x^2 - 2x}{-2x - 2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$3y - x + 6x - 2y \leq 3 + 2$
 $y + 5x \leq 5$

$3x - y \leq 1$
 $4x \leq 2$
 $x \leq \frac{1}{2}$

$3x - y \leq 1$
 $4x - 4x \leq 4$
 $y - x \leq 1$
 $4x - 4x \leq 4$
 $2y \leq 1$
 $y \leq \frac{1}{2}$

$(x-y)(y-x) = -(x-y)^2 \leq 1$
 $-x^2 + 2xy - y^2 \leq 1$
 $x^2 - 2xy + y^2 \geq -1$

$2y + 2x + y + 5x = 3y + 7x$
 $y + 5x \leq 5$

$2y + 2x \leq 4$
 $y + x \leq 2$

$3y + 7x + y + 5x = 4y + 12x$
 $4y + 12x \leq 20$
 $y + 3x \leq 5$

$3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
 $2x \leq 1$
 $x \leq \frac{1}{2}$

$y = \frac{5}{2}$
 $\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$

$m, n \in \mathbb{N}$, $m, n = ?$

$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$
 $B = m^2 + mn^2 - 3mn$

$A = 10 + 4 = 14$
 $13p^2$
 $75q^2 = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$
 $25 \cdot 3 = 5^2 \cdot 3$

$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$
 $B = m^2 + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$

$A = 13p^2$
 $B = 75q^2$

$z = \frac{mn}{13}$
 $z(13z-9) = p^2$

$z = p$
 $(13p-9) \cdot p$
 $z = p^2$
 $(13z-9) \cdot p^2$

$3x - y \leq 1$
 $x \leq 1$

$4x \leq 2$
 $x \leq \frac{1}{2}$

$\frac{ax}{x^2} = \frac{4c}{2b} \mid Bx = \frac{cx \cdot 4b}{x^2 \cdot 2c}$
 $\frac{Bz}{b^2 + az} = \frac{Bc}{Bx} = \frac{Bc \cdot 4c}{c^2 \cdot 2b}$

$y + x \leq 2$
 $3x - y \leq 1$

$3y + 3x - 3x + y \leq 6 - 1$
 $4y \leq 5$
 $y \leq \frac{5}{4}$

$15 - 3 = \frac{12}{4} = 3 \checkmark$

$4x \leq 3$
 $x \leq \frac{3}{4}$

$3y - x \leq 1$
 $y + x \leq 2$

$x \leq \frac{5}{4}$
 $y \leq \frac{3}{4}$

$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$
 $\frac{15}{4} - \frac{3}{4}$
 $Ay = A^2$