МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x+3$, пятый член равен $(x^2+2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y+8x$ при условии

$$\begin{cases} |x-3y| \leqslant 3, \\ |3x-y| \leqslant 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n) - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \vdots 2$ т.к. 9 - нечет., а $m+n$ - одной чётности, значит либо $p=2$, либо $q=2$ т.к. $75q^2$ или $73p^2 \not\vdots 2$ (75 и $73 \not\vdots 2$), пусть $(m+n)(m+n-9) = 75q^2 = 73 \cdot 25 \cdot 4 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) \vdots 3$ заметим, что ~~m+n и m+n-9~~ ~~числа~~ $m+n \underset{3}{\equiv} m+n-9$ значит если $(m+n)(m+n-9) \vdots 3$ то $(m+n)(m+n-9) \vdots 9$ что невозможно т.к. $75 \cdot 2^2 \not\vdots 9$, значит $(m+n)(m+n-9) = 73p^2 = 73 \cdot 2 \cdot 2$ заметим, что 73 и 2 простые множители и разница между $(m+n)$ и $(m+n-9) = 9$ причём m и n - натур. значит $x \cdot (x-9) = 73 \cdot 2 \cdot 2$ это возможно только в случае если $x = 73$ а $x-9 = 4$ (где $x = (m+n)$) $\Rightarrow m+n = 73$.

$B = m^2n + mn^2 - 3mn = (mn)(m+n-3) = 75q^2 \Rightarrow (mn)(10) = 5 \cdot 75q^2$ т.к. $10 \vdots 2$ то и $(mn)(m+n-3) \vdots 2 \Rightarrow 75q^2 \vdots 2 \Rightarrow q = 2$ т.к. q - простое. $\Rightarrow (mn)(10) = 10 \cdot 10 \cdot 3 \Rightarrow mn = 10 \cdot 3$ тогда $\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (13-n)n = 30 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30 + n^2 - 13n = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2 - 10n - 3n + 30 = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(n-10) - 3(n-10) = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (n-3)(n-10) = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow$ наши пары 10 и 3 или 3 и 10

Ответ: $(10;3)$; $(3;10)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	X	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)

по теореме косинусов в $\triangle AZY$ $6^2=6^2+8^2-2\cdot6\cdot8\cdot\cos\beta \Rightarrow$

$0=8\cdot8-2\cdot8\cdot\cos\beta \Rightarrow \cos\beta=\frac{2}{3} \Rightarrow \arccos\frac{2}{3}=\beta$, тогда по теореме косинусов для $\triangle BZM$ $x^2=24^2+12^2-2\cdot24\cdot12\cdot\frac{2}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2=576+144-576\cdot\frac{2}{3} \Rightarrow x^2=144+384=528 \Rightarrow$

$BM=x=\sqrt{528} \Rightarrow BC=2BM=2\sqrt{528}=8\sqrt{33}$

Ответ: $8\sqrt{33}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

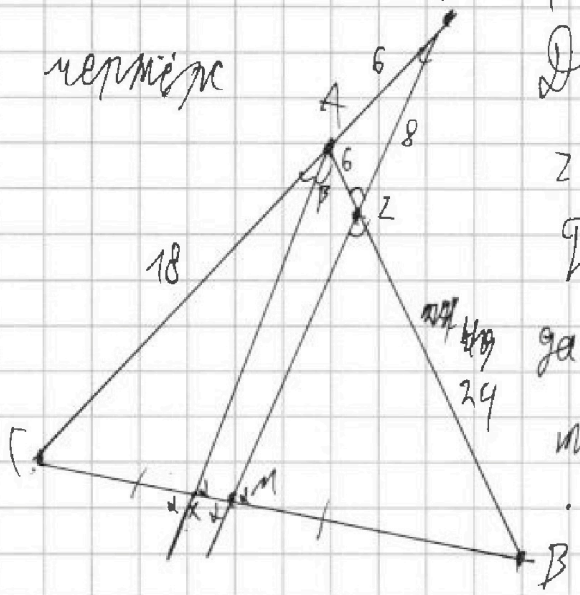
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

чертёж



Дано $AC=18$, $CM=BM$, $AZ=6$, $ZY=8$, $YM \parallel AX$, AX - бисс.

Решение: Пусть $\angle CAX=\beta$ тогда $\angle BAX=\beta_1=\angle AZY$ (накрест леж.) тогда $\angle AZY=\beta=\angle MZB$, тогда $\triangle AXB \sim ZMB$ (по 3 угл.)

тогда $\frac{AX}{ZM}=\frac{XM+MB}{MB}=\frac{6+BZ}{BZ}$, $\triangle CXA \sim \triangle CMY$ т.к. $\angle C$ - общ. и $\angle AXC=\angle ZMC$ т.к. $AX \parallel ZM$. тогда

$\frac{XC}{MX+XC}=\frac{AX}{ZM+8}=\frac{CA}{CY}=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$ т.к. если $\sim \triangle ACX \sim \triangle YCM$ то

$\angle CAX=\angle CYM=\beta \Rightarrow \triangle YAZ$ - равн. $\Rightarrow YA=6$. тогда $\frac{CX}{CM}=\frac{3}{4}=\frac{6}{8}\Rightarrow$

$\Rightarrow MX=3$ т.к. $CM=BM \Rightarrow \frac{CX}{CM}=\frac{CX}{CX+XM}=\frac{6}{8}$. тогда

~~тогда $\frac{6+BZ}{BZ}=\frac{8}{7} \Rightarrow BZ=49$~~ $\frac{BX}{BM}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}\Rightarrow$ тогда

$\frac{6+BZ}{BZ}=\frac{5}{4}\Rightarrow BZ=24$. тогда $\frac{AX}{ZM}=\frac{5}{4}$, $\frac{AX}{ZM+8}=\frac{3}{4}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{ZM}{AX}=\frac{12}{15}$, $\frac{ZM+8}{AX}=\frac{20}{15}\Rightarrow ZM=12$, $AX=15$ тогда

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

$x^4+5x^2-\sqrt{y}=y^4-\sqrt{x}+5y^2 \Rightarrow x^4+5x^2+\sqrt{x}=y^4+5y^2+\sqrt{y}$ т.к. $\sqrt{x}$ и $\sqrt{y}$ - сущ. то x и $y \geq 0$, также заметим что $x=y$ т.к. $x^4-y^4+5(x^2-y^2)+\sqrt{x}-\sqrt{y}=0$ если $x<y$ то $x^4-y^4<0$, $5(x^2-y^2)<0$ и $\sqrt{x}-\sqrt{y}<0$. значит $x=y$ тогда

$\sqrt{x+1}-\sqrt{6-x}+5=2\sqrt{6+5x-x^2} \Rightarrow (\sqrt{x+1}-\sqrt{6-x}+5)^2=(2\sqrt{6+5x-x^2})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x+7-x+25-2\sqrt{(x+1)(6-x)}+10\sqrt{(x+1)(6-x)}+4x^2=2(\sqrt{(x+1)(6-x)}+5(\sqrt{6-x}-\sqrt{x+1})) \Rightarrow$

$x^2-5x+2=2(\sqrt{(x+1)(6-x)}+5(\sqrt{6-x}-\sqrt{x+1}))$ очевидно, что $x \leq 6$ и ~~что x^2-5x+2 возр. быстрее, значит подходит только 1 корень~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Если мы покрасим в белый точку O ~~то после~~ и ещё одну точку, то вариантов местоположения точек будет $\frac{80 \cdot 7}{4}$ т.к. симметрии нет, 7 поравно 20.

Если мы не используем точку O, и берём ~~симетричные~~ 2 симметричные точки, то таких вариантов $\frac{80 \cdot 7}{2 \cdot 2}$ т.к. одну точку берём 80 способ. Вторая автоматом, их можно выбрать в другом порядке, и поворотом можно получить ещё 7 позиций.

Если мы не берём точку O и сим. то вариантов выбрать 2 точки $\frac{80 \cdot 78}{2 \cdot 4} = 10 \cdot 78 = 780$

Тогда всего вариантов $780 + 120 + 70 = 810$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

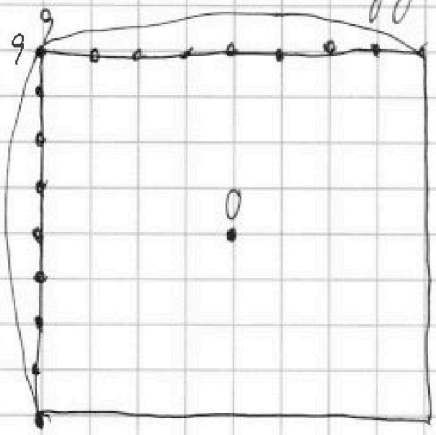
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 6

В поле 8×8 будет 9×9 узлов клеток, ~~у~~ точка O это цент квадрата, выбрать 2 узла можно $\frac{9\cdot 9\cdot(9\cdot 9-1)}{2!}=\frac{81\cdot 80}{2}$ способами



также поймём, что квадрат можно повернуть 4 раза, ~~но нет некоторых точка~~ всем точкам будет соответствовать 4 местоположения которые получаются поворотом кроме точки O, но т.к. мы поворачивали 2 точки, то набору: ~~в~~ O и ещё одна точка соответствует 4 местоположения, как и большинству других наборов, кроме наборов где ~~мы~~ мы взяли 2 точки симметрично относительно O т.к. ~~они~~ точки в этих наборах после 2 поворотов перейдут друг в друга, для других наборов всегда 4 варианта местоположения ~~пос~~ после поворотов, т.к. точки не перейдут друг в друга. Для одной точки только 1 точка симметрична относительно O (кроме точки O, ей ~~о~~), тогда, посчитаем сколько всего вариантов закрасить.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X						

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть a - это 1-ый член прогрессии, b - 3-ий, c - 5-ый, d - 9-ый

Пусть $a+2n=b$, ~~то~~, $b+2n=c$, $c+4n=d$, заметим, что $b+6n=c+4n=d$. ~~$b+2n=c \Rightarrow$~~ $c+4n=d \Rightarrow$

$4n=d-c=3x^2-(x^2+2x)^2=3x^2-x^4-4x^3-4x^2=-x^4-4x^3-x^2$

$c=b+2n \Rightarrow 2n=c-b \Rightarrow 2n=x^4+4x^3+x^2-3x-3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4n=2x^4+8x^3+8x^2-6x-6=-x^4-4x^3-x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0=2x^4+8x^3+8x^2-6x-6+x^4+4x^3+x^2 \Rightarrow 0=3x^4+12x^3+9x^2-6x-6 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0 \Rightarrow x^4+4x^3+4x^2-x^2-2x-2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2+2x)^2-(x+1)^2-(1^2)=0 \Rightarrow (x^2+2x-1)(x^2+2x+1)-(x+1)^2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2+2x-1)(x+1)^2-(x+1)^2=0 \Rightarrow x^2+2x-1=1 \Rightarrow x^2+2x-2=0 \Rightarrow$

$D=4+8=12 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{12}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{3}}{2}=-1\pm\sqrt{3}$.

Если $x=-1-\sqrt{3}$, то $2n=4+3\sqrt{3}$ тогда $-3-3\sqrt{3}+3+(4+3\sqrt{3})=(1+3+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3})^2$ т.к. $-3\sqrt{3}+4+3\sqrt{3}=(2)^2$ и, $-3-3\sqrt{3}+3+(12+9\sqrt{3})=3\cdot(1+2\sqrt{3})$ т.к. $12+6\sqrt{3}=12+6\sqrt{3} \Rightarrow x=-1-\sqrt{3}$ - подходит

Если $x=-1+\sqrt{3}$, то $2n=4-3\sqrt{3}$ тогда $-3+3\sqrt{3}+3+(4-3\sqrt{3})=(1+3-2\sqrt{3}-2+2\sqrt{3})^2$ т.к. $4=4$ и $-3+3\sqrt{3}+3+3(4-3\sqrt{3})=3(1+3-2\sqrt{3})$ т.к. $4-3\sqrt{3}+\sqrt{3}=1+3-2\sqrt{3} \Rightarrow x=-1+\sqrt{3}$ подходит.

Ответ: $-1\pm\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

$\sqrt{x+1}-\sqrt{6-y}+5=2\sqrt{6+5x-y^2}$ $\Rightarrow x \geq -1,\ 0 \leq y \leq 6$

$x^4+5x^2+\sqrt{x}=y^4+5y^2+\sqrt{y}$

$(\sqrt{x+1}-\sqrt{6-y}+5)^2=(2\sqrt{6+5x-y^2})^2 \Rightarrow$ ~~$4x+1+2\sqrt{(x+1)(6-y)}+\sqrt{x+1}+6-y$~~

$\Rightarrow x+1+6-y+25-2\sqrt{(x+1)(6-y)}-10\sqrt{6-y}+10\sqrt{x+1}=24+20x-4y^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x+7-y+25-24-20x+4y^2=2\sqrt{(x+1)(6-y)}+10(\sqrt{6-y}-\sqrt{x+1}) \Rightarrow$

$21x+8=4y^2-y$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$ если $x = -1 \pm \sqrt{3}$ то $-3 - 3\sqrt{3} + 3 + 2n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$

$-3\sqrt{3} = 2^2 + 2n = 4 \Rightarrow 2n = 4 + 3\sqrt{3} \Rightarrow n = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$72 + 6\sqrt{3} - 72 - 9\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

$x = -7\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3}$ $\quad -3 + 3\sqrt{3} + 3 + 2n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$

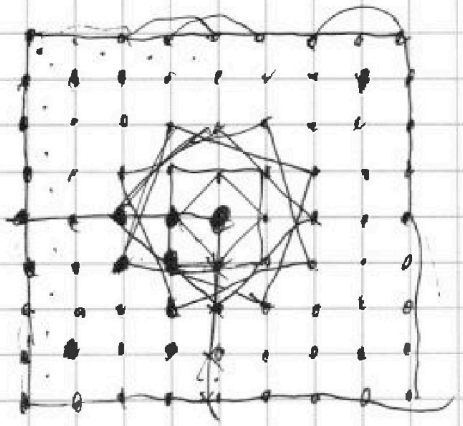
$\cancel{3\sqrt{3} + 2n = 4 + 48 + 16\sqrt{3} \Rightarrow 2n = 13\sqrt{3} + 52 \Rightarrow}$

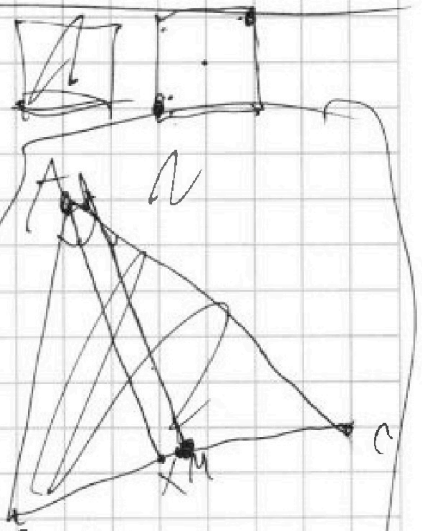
$\cancel{\Rightarrow 2n = 26 + \frac{13\sqrt{3}}{2}}$ $\quad \cancel{-3 + 3\sqrt{3} + 3 + 39\sqrt{3} + 156} \neq$

$\Rightarrow 3\sqrt{3} + 2n = 4 \Rightarrow 2n = 4 - 3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3} + 6n = 72 - 6\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} + 72 - 9\sqrt{3} = 72 - 6\sqrt{3}$

№6





$\frac{81 \cdot 80}{8}$

$\frac{9 \cdot 8}{8} = 9$

$\frac{81 \cdot 79}{8}$

$-84 \leq 10$

$24 \times 24 = 96 + 48 = 576$

$578 : 4 = 132$, -4, -12, -12

$33 \times 76 = 198 + 33$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(a^2-b^2)=(a-b)(a+b)$

~~a, b, c c = 3x+3~~

a, b, c, d, e, f, g, h, p

$c = 3x+3$, $e = (x^2+2x)^2$, $p = 3x^2$

~~если~~ $a+n=b$ тогда $c+2n=e$

$c+6n=p$

$3x+3+6n = x^4+4x^2+4x^3+4n = 3x^2$

$3(x+1)+2n = x^4+4x^2(x+1) \Rightarrow 2n = x^4+(4x^2-3)(x+1) \Rightarrow$

~~$4n = 2x^4+2(4x^2-3)(x+1) = 3x^2-(x^2+2x)^2 \Rightarrow$~~

~~$4n = 2x^4+2(4x^2-3)(x+1) = 3x^2-x^4-4x^2(x+1) \Rightarrow$~~

$4n = 3x^2-x^4-4x^3-4x^2 = -x^4-4x^3-x^2 = -x^2(x^2+4x+1) =$

~~$= -x^2(x+2)(x+2) = -(x^2)\cdot(x+2)^2 = (x(x+2))^2\cdot(-1) \Rightarrow n \le 0$ так тогда~~

~~$3x+3 > (x^2+2x)^2 > 3x^2$~~ $= -x^2(x^2+2x+1)+2x^2 = (-1)((x(x+1))^2+2x^2)$

~~$2x^4+$~~ $x^4+4x^3+4x^2-3x-3 = 2n \Rightarrow 4n = 2x^4+8x^3+8x^2-6x-6 \Rightarrow$

$2x^4+8x^3+8x^2-6x-6+x^4+4x^3+x^2=0$

$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0 \Rightarrow x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0 \Rightarrow$

$x^4+4x^3+4x^2-x^2-2x-2=0 \Rightarrow (x^2+2x)^2-(x+1)^2-1=0 \Rightarrow$

~~$\Rightarrow (x^2+2x-x-1)(x^2+2x+x+1)=1 \Rightarrow (x^2+x-1)(x^2+3x+1)=1$~~

$\Rightarrow (x^2+2x-1)(x^2+2x+1)-(x+1)^2=0 \Rightarrow (x^2+2x-1)(x+1)^2-(x+1)^2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+2x-1=1 \Rightarrow x^2+2x-2=0$ $D=12 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{12}}{2}=$

$=-1\pm\sqrt{3}$

1	2	3	4	5	6	7	★
3б	4б	5б	5б	4б	4б	6б	32б

Имеем $3б+4б+5б+5б$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$|x-3y|\le 3 \Rightarrow x-3y\le 3$ или $3y-x\le 3$ Рассмотрим 4

$|3x-y|\le 1 \Rightarrow 3x-y\le 1$ или $y-3x\le 1$ случая

I $x-3y\le 3$ и $3x-y\le 1 \Rightarrow x\le 3(y+1)$ и $3x\le y+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x\le 3(y+1) \\ 9x\le 3(y+1) \end{cases}$

m и n - нат.

$A=m^2+2mn+n^2-9m-9n$ и $B=m^2n+mn^2-3mn$ равны $13p^2$ и $75=5\cdot5\cdot3=2^2$

p и 2 - прост.

$A=m^2+2mn+n^2-9m-9n=(m+n)(m+n)-9(m+n)=(m+n)(m+n-9)$

$(m+n)(m+n-9)\ \vdots\ 2 \Rightarrow p$ или $2=2$

$B=m^2n+mn^2-3mn=(mn)(m+n-3)=13p^2$

m 9 120 $\quad 1\cdot2=2 \quad 1+2=3$

n 2 118 $\quad 2\cdot2=1 \quad 1+1=2$

$1\cdot1=1 \quad m+2=1$

$(m+n)(m+n-9)=75\cdot4 \Rightarrow (m+n)(m+n-9)=5\cdot5\cdot3\cdot4\cdot2\cdot2$

$\begin{cases} mn=30 \\ m+n=13 \end{cases} \Rightarrow m=13-n$

$(13-n)n=30 \Rightarrow 13n-n^2=30 \Rightarrow n^2-13n+30=0 \Rightarrow$

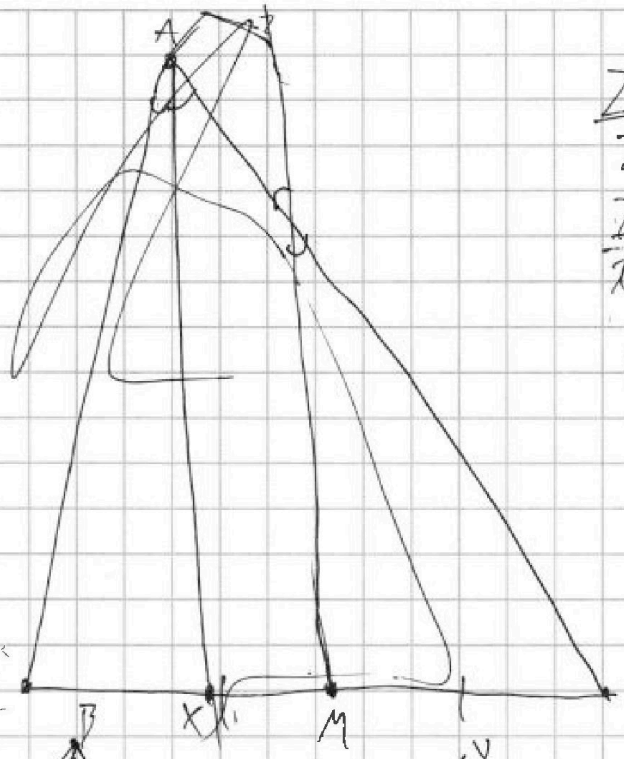
$\Rightarrow n(n-10)-3(n-10)=0 \Rightarrow (n-3)(n-10)=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\frac{ZM}{XA}=\frac{4}{5}$ $\frac{ZM+8}{XA}=\frac{4}{3}$

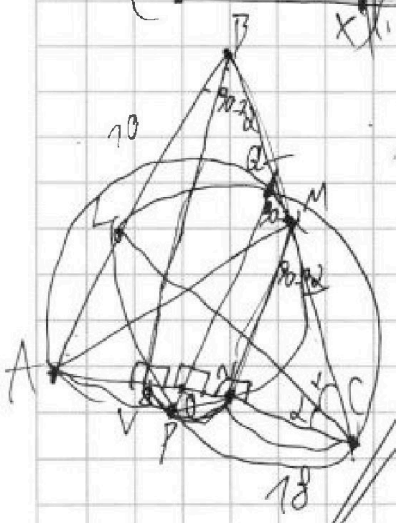
$\frac{ZM}{XA}=\frac{12}{15}$ $\frac{ZM+8}{XA}=\frac{20}{15}$

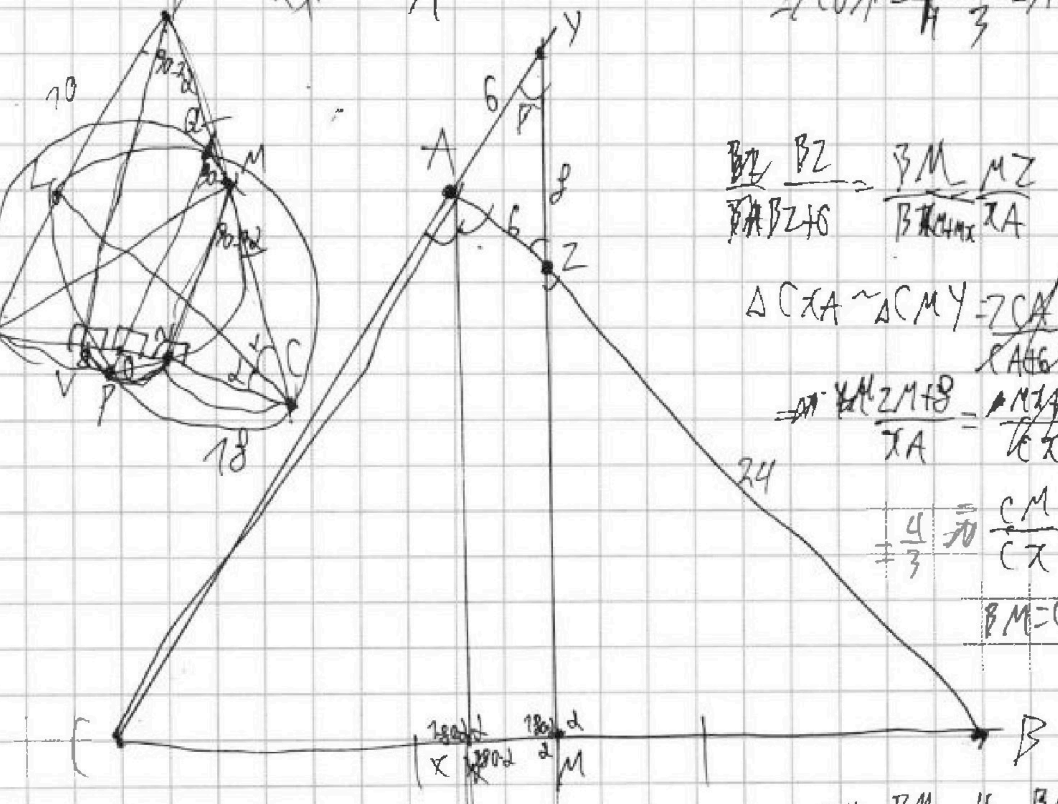
$x+7-x+25-24+2\sqrt{(x+7)(6-4x)}+10(\sqrt{6-4x}-\sqrt{x+7})$

$6^2=6^2+8^2-2\cdot6\cdot8\cos\beta$

$0=8\cdot8-12\cdot8\cdot\cos\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\beta=\frac{2}{3} \Rightarrow \beta=\arccos\frac{2}{3}$





$\frac{BZ}{BZ+6}=\frac{BM}{BM+x}\frac{MZ}{XA}$

$\Delta CXA \sim \Delta CMY \Rightarrow \frac{CA}{CA+6}=\frac{CX}{CM+XM}=$

$\frac{ZM+8}{XA}=\frac{CX}{CX}=\frac{24}{18}=$

$=\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CX}=\frac{44}{34} \Rightarrow XM=9$

$BM=CM \Rightarrow \frac{BM}{BMX}=\frac{34}{5}$

$\frac{BM}{BX}=\frac{4}{5}$ $\frac{BM}{CX}=\frac{4}{3}$

$D=25-8=17$

$\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$