



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

Задача 1

Пусть первый член прогрессии $= a$, а ее разность $= d$, тогда:

$$\begin{cases} a + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a + 4d = (x^2 + 2x)^2 & (2) \\ a + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$3x^2 - 2^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4d(3) - (2)$$

$$2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d(2) - (1) \quad | \cdot 2$$

$$-2x^4 - 4x^3 - 2x^2 = 4d$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 4d$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad \text{Заметим, что } x = -1 \text{ — корень}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x + 1 + \sqrt{3})(x + 1 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x = -1; x = -1 - \sqrt{3}; x = -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача N 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$4y + 8x = 4(y + 2x)$ - наибольшее

значение при максимуме

при наибольшем значении $y + 2x$ при максимуме x и y

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 & (1) \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 \leq 9y - 3x \leq 9 & (1) \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

(2) + (1)

$$-10 \leq 8y \leq 10$$

$$-1,25 \leq y \leq 1,25$$

(1) + (2)

$$-6 \leq -8x \leq 6$$

$$-0,75 \leq x \leq 0,75$$

$x = 0,75$
 $y = 1,25$ - наиб. значения x и y , проверим подходит ли

$(0,75; 1,25)$ подходит

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |0,75 - 3,75| \leq 3 \\ |3,25 - 1,25| \leq 1 \end{cases}$$

$\begin{cases} 3 \leq 3 \\ 1 \leq 1 \end{cases}$ √ подходит, тогда наибольшее знач. выроста $4y + 8x = 5 + 6 = 11$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 $m, n \in \mathbb{N}$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Пусть $A = 13p^2$ и $B = 75q^2$ p и q - простые

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \text{ м.к. } \begin{cases} m, n \in \mathbb{N} \\ (m+n) \in \mathbb{N} \\ (m+n-9) \in \mathbb{N} \end{cases} \begin{cases} m+n = 13p^2 \\ m+n-9 = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-9 = 13p^2 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 13p \\ m+n-9 = p \end{cases}$$

$$p = \frac{3}{4}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = p \\ m+n-9 = 13p \end{cases}$$

$$p = -\frac{3}{4}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-9 = 13 \end{cases}$$

$$p^2 = 22$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 = 4$$

$p = 2$ и $q = 13$,
значит,
 $m+n = 13$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2$$

$2mn = 15q^2$, м.к. $m, n \in \mathbb{N}$, а 15 не кратно 2: $q^2: 2$; q - простое, а единственными простые кв. простое число - 4

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 10 \\ m = 10 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^2 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение задачи 3

Пусть $A = 75q^2$; $B = 73p^2$

Ищем, что

$$73p^2 > 1$$

$$73p \geq p$$

т.к. $p \in \mathbb{N}$

и

$$mn \leq n-3$$

$$(m-1)(n-1) \leq -4$$

, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

$$\begin{cases} mn = 73p^2 \\ m+n-3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 73p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} mn = 73 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m+n-3 = 73 \end{cases}$$

$$m+n=4$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=1 \\ n=3 \end{cases}$$

$$3 = 73p^2$$

$$p^2 = \frac{3}{73}$$

\emptyset

$$\begin{cases} m=73 \\ n=p \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=p \\ n=73 \end{cases}$$

$$4 = 73p^2$$

$$p^2 = \frac{4}{73}$$

\emptyset

$$m = 73p \text{ и } n = 1$$

или

$$m = 1 \text{ и } n = 73p$$

$$13p - 2 = p$$

$$p = \frac{2}{6}$$

\emptyset

$$mn = 73; m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=73 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=73 \\ n=1 \end{cases}$$

$$p^2 = 73$$

\emptyset

$$mn = p^2$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=73 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=73 \\ n=1 \end{cases}$$

$$p^2 = 73$$

\emptyset

Ответ: $m=10$ и $n=3$; $m=3$ и $n=10$.



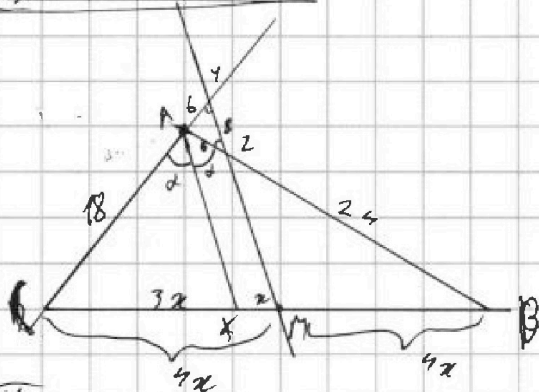
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4



Дано: $\triangle ABC$; $YM \parallel AX$

AX - биссектриса $YM \cap AB = Z$
 $AZ = 6$ $YZ = 8$ $YM \cap AC = Y$
 $AC = 18$

Найти: BC ?

- 1) Пусть $\angle CAB = 2\alpha$, тогда $\angle CAZ = \angle ZAB = \alpha$
- 2) $AX \parallel MZ$; AZ - секущая $\Rightarrow \angle AZY = \angle XAZ = \alpha$ (как накрест. лежащие)
 $AX \parallel YM$; AY - секущая $\Rightarrow \angle YAX = \angle MYZ = \alpha$ (как соотв.)
- 3) $\angle AZY = \angle MYZ = \alpha \Rightarrow \triangle AZY$ - р/б $AY = AZ = 6$
- 4) по т. косинусов для $\triangle AYZ$:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AZ^2 + YZ^2 - AY^2}{2 \cdot AZ \cdot YZ} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{-1} = -\frac{1}{3}$$

3) $\triangle CAZ$ и $\triangle MYZ$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle CAZ = \angle MYZ \\ \angle C = \angle M \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CAZ \sim \triangle MYZ \quad \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

Пусть $CX = 3x$, тогда $BM = CM = 4x$

6) AX - биссектриса $\Rightarrow \frac{CA}{AB} = \frac{CX}{XB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot 18}{3} = 30$ $ZB = 24$

7) по т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 324 + 900 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1104$$

$BC = 4\sqrt{69}$ Ответ: $4\sqrt{69}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^2+5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} & (2) \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x+1 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} 6-x \geq 0 \\ y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6+5x-x^2 \geq 0 \\ y^2-5x-6 \leq 0 \end{cases}$$

(2) $x^2+5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}$

$$x^2-y^2(x^2+y^2+5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5)+1 = 0$$

$\sqrt{x}-\sqrt{y}=0$ или $\underbrace{(\sqrt{x}+\sqrt{y})}_{\neq 0} \underbrace{(x+y)}_{\neq 0} \underbrace{(x^2+y^2+5)}_{\neq 0} = -1$

$\sqrt{x} = \sqrt{y}$
 $x=y$, тогда

ОДЗ:

$$\left. \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 6 \\ x^2-5x-6 \leq 0 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{cases} \right\} \Rightarrow \boxed{0 \leq x \leq 6}$$

(1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + 5 + (x+1 - 2\sqrt{6-x}(x+1) + 6-x) - 7 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 1) = 2$$

Пусть $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = t$, тогда

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$t = 1$ или $t = -2$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\begin{cases} x+1 = 7-x+2\sqrt{6-x} \\ x-3 = 2\sqrt{6-x} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\begin{cases} x+1 = 10+x-4\sqrt{6-x} \\ \sqrt{6-x} = \frac{x}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение задачи 5

$$x^2 - 6x + 9 = 6 - x \quad \text{или} \quad 6 - x = \frac{81}{16}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{15}{16} \quad \leftarrow [0; 6] \checkmark$$

$$\begin{cases} x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{25}{16} \end{cases}$$

подставим в ОДЗ

$$0 \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

$$0 \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

$$-5 \leq \sqrt{13} \leq \sqrt{49}$$

$$-5 \leq -\sqrt{13} \leq 7 \quad | \cdot (-1)$$

✓

$$-7 \leq -\sqrt{13} \leq \sqrt{5}$$

✓

Итого:

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{25}{16} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2}\right), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2}\right), \left(\frac{15}{16}, \frac{25}{16}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 \begin{cases} a+2d = 3x+3 & -(\sqrt{3}+1) & d=2+1,5\sqrt{3} \\ a+4d = (x^2+2x)^2 = x^4+4x^3+4x^2 & a = -4-6\sqrt{3} & x^2/(x+1)^2 \\ a+8d = 3x^2 & 9+2\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3}^2 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 - x^4 - 4x^3 = 4d & 12+8\sqrt{3} & -1+\sqrt{3} \\ x^4+4x^3+4x^2 - 3x - 3 = 2d & & \sqrt{3}-1 \end{cases} \begin{cases} a+2d = -3\sqrt{3} \\ a+4d = 4 \\ a+8d = 12+6\sqrt{3} \end{cases} \begin{cases} a = -4-6\sqrt{3} \\ d = 2+1,5\sqrt{3} \\ x = 1-\sqrt{3} \end{cases}$$

$$-x^2 - x^4 - 4x^3 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} a+2d = 0 \\ a+4d = 1 \\ a+8d = 3 \end{cases} \begin{cases} a+2d = 3\sqrt{3} \\ a+4d = 4 \\ a+8d = 12-6\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ d = 0,5 \\ x = -1 \end{cases} \begin{cases} a = 6\sqrt{3}-4 \\ d = 2-1,5\sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3}-1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ -2x^2 - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$2d = 9-3\sqrt{3} \\ d = 2-1,5\sqrt{3}$$

$$4 \cdot 8 + 6\sqrt{3} - 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2y + 8x - 13 = 0$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq 3y - 9x \leq 3 \\ -6 \leq 8x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,75 \leq x \leq 0,75x \\ 0,75 - 3,75 \leq y \leq 2,25 - 3,75 \end{cases}$$

$(m, n) \quad m, n \in \mathbb{N}$
 $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n)$
 $(m+n)(m+n-9) = A$
 $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$
 $(m+n) = 13$
 $m+n-9 = 13p^2$
 $12m + 2n = 13 \cdot 9$
 $m+n = 13$

$B = mn(m+n-3)$
 $mn(m+n-3) = 13p^2$
 $mn(m+n-3) = 13p^2$
 $mn(m+n-3) = 13p^2$
 $mn(m+n-3) = 13p^2$

$m+n = 13$
 $mn = 30$
 $m = 10, n = 3$
 $m = 3, n = 10$

$m+n = 13$
 $mn = 30$
 $m = 10, n = 3$
 $m = 3, n = 10$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 4 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1704 \ 14 \\ 8 \ 27 \ 64 \\ \hline 30 \\ \hline 28 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 6 \\ \hline 468 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7080 \ 2 \\ \times 20 \\ \hline 14160 \end{array}$$

$$36 = 36 + 64 - 96 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{36 + 64 - 96}{96} = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2x = \cos^2 2 - \sin^2 2$$

$$2 \cos^2 2 - 1$$

$$\frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1744 \\ \times 18 \\ \hline 3244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1744 \\ \times 18 \\ \hline 3244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ \times 6 \\ \hline 6480 \end{array}$$

$$BC = 324 + 900 + 7080 \cdot \frac{1}{9}$$

$$1334$$

$4^2 \cdot 69$

$\sqrt{\cos^2 2 + 1} = \sqrt{6 + \cos^2 2}$

$5 = 2\sqrt{6 + \cos^2 2}$

$0 \leq x \leq 1$
 $-0.5 \leq y \leq 1$

$$\begin{array}{r} 2344 \ 14 \\ 72 \ 1336 \ 14 \\ \hline 14 \ 32 \ 184 \\ \hline 22 \ 184 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \ 9 \\ 9 \ 120 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$y^2 - 5x + 6 < 0$$

$$x^2(2\sqrt{5}) + \sqrt{2} = y^2(y^2 + 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \sqrt{6 - 5 \sin^2 \alpha} + 5 = 2 \sqrt{6 + 5 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$\frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = -\sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2})(\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2})(x^2 + y^2 + 5) = 0$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{y^2} \quad \text{или} \quad (\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2})(x^2 + y^2 + 5) = -1$$

$$x = y$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 2 \sqrt{4(x+1)(6-x)} + 5 = 0$$

$$\sqrt{x+1} (1 - \sqrt{6-x}) - \sqrt{6-x} (1 + \sqrt{x+1}) + 5 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = 2$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 1) = 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 - \sqrt{6-x}$$

$$x+1 = 1 - x + 2\sqrt{6-x}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 6 - x$$

$$\frac{17}{16}$$

$$\frac{17}{16}$$

$$6 -$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

