



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть первый член прогр. =  $a$ , а ее разность =  $d$ , тогда:

$$\begin{cases} a+2d = 3x+3 & (1) \\ a+4d = (x^2+2x)^2 & (2) \\ a+8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$3x^2 - 2^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4d(3) - (2)$$

$$2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d(2) - (1) \cdot 2$$

$$-2x^4 - 4x^3 - x^2 = 4d$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 4d$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad \text{заменим } x^2 = z \text{ - корень}$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ:  $x = -1; x = -1 - \sqrt{3}; x = -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача N 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$4y + 8x = 4(y + 2x)$  - наибольшее

значение при максимуме

при наибольшем значении  $y + 2x$  при максимуме  $x$  и  $y$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 & (1) \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 \leq 9y - 3x \leq 9 & (1') \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

(2) + (1')

$$-10 \leq 8y \leq 10$$

$$-1,25 \leq y \leq 1,25$$

(1) + (2)

$$-6 \leq -8x \leq 6$$

$$-0,75 \leq x \leq 0,75$$

$x = 0,75$   
 $y = 1,25$  - наиб. значения  $x$  и  $y$ , проверим подходит ли

$(0,75; 1,25)$  подходит

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$|0,75 - 3,75| \leq 3$$

$$|3,25 - 1| \leq 1$$

$\begin{cases} 3 \leq 3 \\ 1 \leq 1 \end{cases}$  √ подходит, тогда наибольшее знач. выроста  $4y + 8x = 5 + 6 = 11$

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3  $m, n \in \mathbb{N}$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Пусть  $A = 13p^2$  и  $B = 75q^2$   $p$  и  $q$  - простые

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \text{ м.к. } \begin{cases} m, n \in \mathbb{N} \\ (m+n) \in \mathbb{N} \\ (m+n-9) \in \mathbb{N} \end{cases} \begin{cases} m+n = 13p^2 \\ m+n-9 = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-9 = 13p^2 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 13p \\ m+n-9 = p \end{cases}$$

$$p = \frac{3}{4}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = p \\ m+n-9 = 13p \end{cases}$$

$$p = -\frac{3}{4}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-9 = 13 \end{cases}$$

$$p^2 = 22$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2 \text{ и } p = 4$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2$$

$2mn = 15q^2$ , м.к.  $m, n \in \mathbb{N}$ , а 15 не кратно 2:  $q^2: 2$ ;  $q$  - простое, а единственными делителями простого числа-то

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 10 \\ m = 10 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$q^2 = 4$$

$$q = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение задачи 3

Пусть  $A = 75q^2$ ;  $B = 73p^2$

Ищем, что

$$73p^2 > 1$$

$$73p \geq p$$

т.к.  $p \in \mathbb{N}$

и

$$mn \leq n-3$$

$$(m-1)(n-1) \leq -4$$

, т.к.  $m, n \in \mathbb{N}$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

$$\begin{cases} mn = 73p^2 \\ m+n-3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 73p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} mn = 73 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m+n-3 = 73 \end{cases}$$

$$m+n=4$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=1 \\ n=3 \end{cases}$$

$$3 = 73p^2$$

$$p^2 = \frac{3}{73}$$

$\emptyset$

$$\begin{cases} n=73 \\ m=p \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=p \\ n=73 \end{cases}$$

$$4 = 73p^2$$

$$p^2 = \frac{4}{73}$$

$\emptyset$

$$m = 73p \text{ и } n = 1$$

или

$$m = 1 \text{ и } n = 73p$$

$$13p - 2 = p$$

$$p = \frac{2}{6}$$

$\emptyset$

$$mn = 73; m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=73 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=73 \\ n=1 \end{cases}$$

$$p^2 = 73$$

$\emptyset$

$$mn = p^2$$

$$\begin{cases} m=p^2 \\ n=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=1 \\ n=p^2 \end{cases}$$

$$2p = 76$$

$$p = 8$$

$\emptyset$

Ответ:  $m = 10$  и  $n = 3$ ;  $m = 3$  и  $n = 10$ .



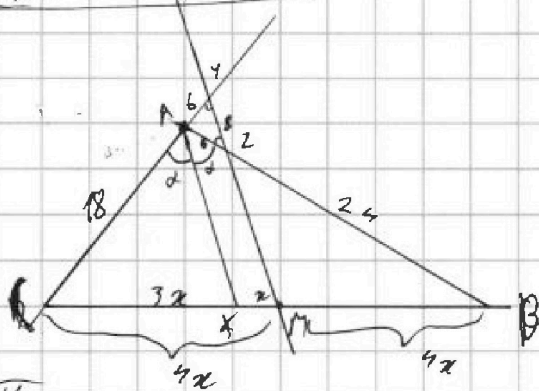
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $YM \parallel AX$

$AX$  - биссектриса  $YM \cap AB = Z$

$AZ = 6$   $YZ = 8$

$AC = 18$

$YM \cap AC = Y$

Найти:  $BC$ ?

1) Пусть  $\angle CAB = 2\alpha$ , тогда  $\angle CAX = \angle XAB = \alpha$

2)  $AX \parallel MZ$ ;  $AZ$  - секущая  $\Rightarrow \angle AZY = \angle XAZ = \alpha$  (как накрест. лежащие)

$AX \parallel YM$ ;  $AY$  - секущая  $\Rightarrow \angle CAX = \angle AYZ = \alpha$  (как соотв.)

3)  $\angle AZY = \angle AYZ = \alpha \Rightarrow \triangle AZY$  -  $\mu/\delta$   $AY = AZ = 6$

4) по т. косинусов для  $\triangle AYZ$ :

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AZ^2 + YZ^2 - AY^2}{2AZ \cdot YZ} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{-1} = -\frac{1}{3}$$

5)  $\triangle CAX$  и  $\triangle CYM$ :

$$\left. \begin{array}{l} \angle CAX = \angle CYM \\ \angle C - \text{общий} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CAX \sim \triangle CYM \quad \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

Пусть  $CX = 3x$ , тогда  $BM = CM = 4x$

6)  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \frac{CA}{AB} = \frac{CX}{XB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot 18}{3} = 30$   $ZB = 24$

7) по т. косинусов для  $\triangle ABC$ :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 324 + 900 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 2024 = 4 \cdot 506$$

$$BC = 4\sqrt{506} \quad \text{Ответ: } 4\sqrt{506}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^2+5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} & (2) \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x+1 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} 6-x \geq 0 \\ y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6+5x-x^2 \geq 0 \\ y^2-5x-6 \leq 0 \end{cases}$$

(2)  $x^2+5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}$

$$x^2-y^2(x^2+y^2+5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5)+1 = 0$$

$\sqrt{x}-\sqrt{y}=0$  или  $\underbrace{(\sqrt{x}+\sqrt{y})}_{\neq 0} \underbrace{(x+y)}_{\neq 0} \underbrace{(x^2+y^2+5)}_{\neq 0} = -1$

$\sqrt{x} = \sqrt{y}$   
 $x=y$ , тогда

ОДЗ:

$$\left. \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 6 \\ x^2-5x-6 \leq 0 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{cases} \right\} \Rightarrow \boxed{0 \leq x \leq 6}$$

(1)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + 5 + (x+1 + 2\sqrt{(6-x)(x+1)} + 6-x) - 7 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 1) = 2$$

Пусть  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = t$ , тогда

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$t = 1$  или  $t = -2$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\begin{cases} x+1 = 7-x+2\sqrt{6-x} \\ x-3 = 2\sqrt{6-x} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\begin{cases} x+1 = 10+x-4\sqrt{6-x} \\ \sqrt{6-x} = \frac{x}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение задачи 5

$$x^2 - 6x + 9 = 6 - x \quad \text{или} \quad 6 - x = \frac{81}{16}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{15}{16} \quad \leftarrow [0; 6] \checkmark$$

$$\begin{cases} x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{25}{16} \end{cases}$$

подставим в ОДЗ

$$0 \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

$$0 \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

$$-5 \leq \sqrt{13} \leq \sqrt{49}$$

$$-5 \leq -\sqrt{13} \leq 7 \quad | \cdot (-1)$$

✓

$$-7 \leq -\sqrt{13} \leq \sqrt{5}$$

✓

Итого:

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{25}{16} \end{cases}$$

Ответ:  $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2}\right), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2}\right), \left(\frac{15}{16}, \frac{25}{16}\right)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases}
 a+2d = 3x+3 & -(\sqrt{3}+1) & d = 2+1,5\sqrt{3} \\
 a+4d = (x^2+2x)^2 = x^4+4x^3+4x^2 & d = -4-6\sqrt{3} & x^2/(x+1)^2 \\
 a+8d = 3x^2 & 9+2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 & \begin{cases} a+2d = -3\sqrt{3} \\ a+4d = 4 \\ a+8d = 12+6\sqrt{3} \end{cases} \\
 -x^2 - x^4 - 4x^3 = 4d & 12+6\sqrt{3} & \begin{cases} a = -4-6\sqrt{3} \\ d = 2+1,5\sqrt{3} \\ x = 1-\sqrt{3} \end{cases} \\
 x^4+4x^3+4x^2 - 3x - 3 = 2d & -1+\sqrt{3} & \\
 \end{cases}$$

$$-x^2 - x^4 - 4x^3 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases}
 a+2d = 0 \\
 a+4d = 1 \\
 a+8d = 3
 \end{cases}
 \begin{cases}
 a+2d = 3\sqrt{3} \\
 a+4d = 4 \\
 a+8d = 12-6\sqrt{3}
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a = -1 \\
 d = 0,5 \\
 x = -1
 \end{cases}
 \begin{cases}
 a = 6\sqrt{3} - 4 \\
 d = 2 - 1,5\sqrt{3} \\
 x = -\sqrt{3} - 1
 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{x^4 + x^3} \\
 3x^3 + 3x^2 \\
 \underline{-3x^3 + 3x^2} \\
 -2x - 2 \\
 \underline{-1+\sqrt{3}} \\
 -2x - 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{x^3 + x^2} \\
 2x^2 - 2 \\
 \underline{2x^2 + 2x} \\
 -2x - 2
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 2d &= 9 - 3\sqrt{3} \\
 d &= 2 - 1,5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$4 \cdot 8 + 6\sqrt{3} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2y + 8x - 13mn$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-3 \leq 3y - 9x \leq 3$$

$$-6 \leq 8x \leq 6$$

$$-0,75 \leq x \leq 0,75x$$

$$(m, n) \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$(m+n)(m+n-9) = A \quad B \quad mn(m+n-3)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n) = 1$$

$$(m+n-9) = 10$$

$$m+n-9 = 13p^2$$

$$m+n = 13p^2$$

$$77 | (m+n-9) = m+n$$

$$(m+n) = 13$$

$$12m + 12n = 13 \cdot 9$$

$$m+n-9 = p^2$$

$$p = 2$$

$$m+n = 13$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-9 \leq 9y - 9x \leq 9$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-10 \leq 8y \leq 10$$

$$-1,25 \leq y \leq 1,25$$

$$0,75 - 3,75 = \sqrt{2}, 25 - 3,75 = \sqrt{2}$$

$$5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 = 81 \cdot 9 \cdot 9 = 81 \cdot 81 = 6561$$

$$p^2 - 9p - 18 = 75p^2$$

$$k^2 - 9k - 75 = 0$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 9^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$mn(m+n-1) = 13p^2$$

$$90 + 4^2 = 13n$$

$$13p^2 > 1$$

$$(m-1)(n-1) = 3$$

$$mn \vee m+n = 3$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$m+n = 4$$

$$m = n = p = 2$$

$$mn = 15n + 13n - 39$$

$$13p^2$$

$$13p^2 > 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 4 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1704 \ 14 \\ 8 \ 27 \ 64 \\ \hline 30 \\ \hline 28 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ + 6 \\ \hline 7080 \ 2 \\ \hline 9 \ 120 \end{array}$$

$$36 = 36 + 64 - 96 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2x = \cos^2 2 - \sin^2 2$$

$$2 \cos^2 2 - 1$$

$$\frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1744 \\ \times 18 \\ \hline 1392 \\ + 3264 \\ \hline 3136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ \times 6 \\ \hline 6480 \end{array}$$

$$BC = 324 + 900 + 7080 \cdot \frac{1}{9}$$

$$1334$$

$4^2 \cdot 69$

$\sqrt{\cos^2 2 + 1} = \sqrt{6 - \cos^2 2} = 2\sqrt{6 - 4/9} = 2\sqrt{50/9} = 2\sqrt{50}/3$

$0 \leq x \leq 1$   
 $-0.5 \leq y \leq 1$

$$\begin{array}{r} 2344 \ 14 \\ 72 \ 1336 \ 184 \\ \hline 14 \ 184 \\ \hline 22 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \ 9 \\ 9 \ 120 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$y^2 - 5x + 6 < 0$$

$$x^2(2\sqrt{5}) + \sqrt{2} = y^2(y^2 + 2\sqrt{5})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \sqrt{6 - 5 \sin^2 \alpha} + 5 = 2 \sqrt{6 + 5 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$\frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = -\sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2})(\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2})(x^2 + y^2 + 5) = 0$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{y^2} \quad \text{или} \quad (\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2})(x^2 + y^2 + 5) = -1$$

$$x = y$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 2 \sqrt{4(x+1)(6-x)} + 5 = 0$$

$$\sqrt{x+1} (1 - \sqrt{6-x}) - \sqrt{6-x} (1 + \sqrt{x+1}) + 5 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = 2$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 1) = 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = \frac{2}{1 + \sqrt{6-x}}$$

$$x+1 = 4 - x + 2\sqrt{6-x}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 6 - x$$

$$\frac{17}{16}$$

$$\frac{17}{16}$$

$$6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

