



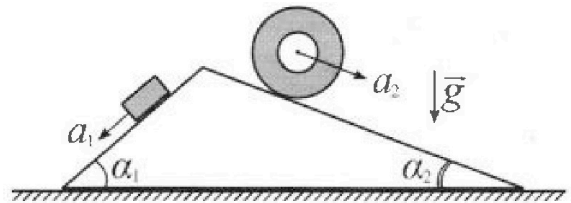
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

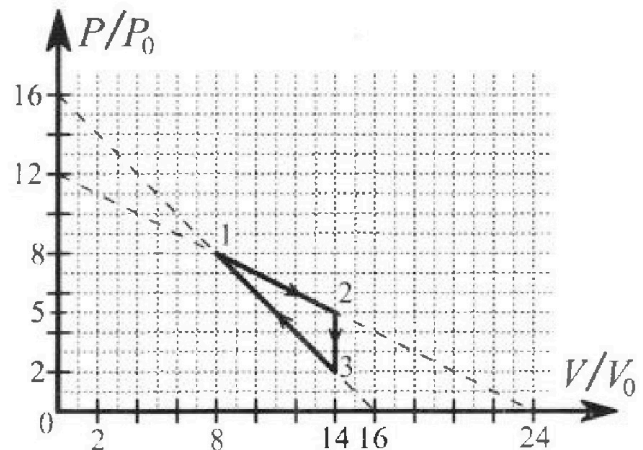


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

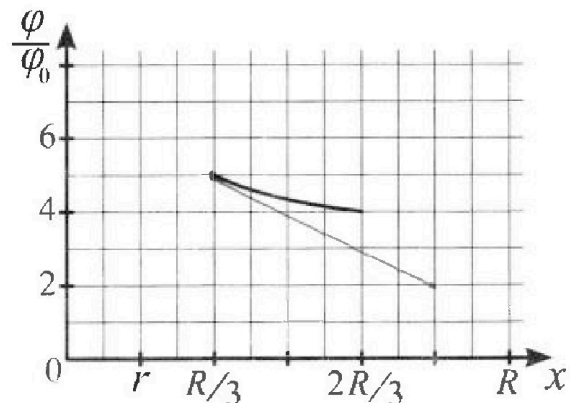
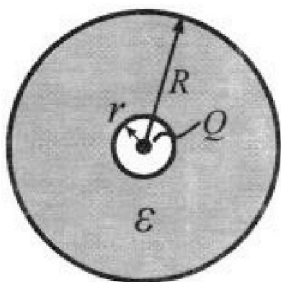
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



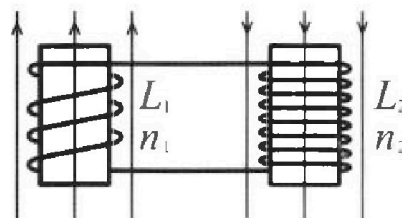
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

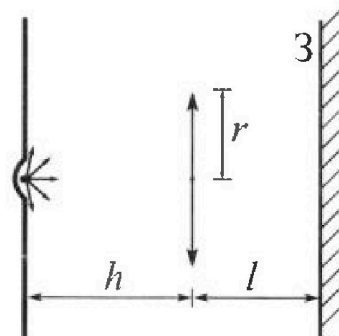


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало Z . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде γn , где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

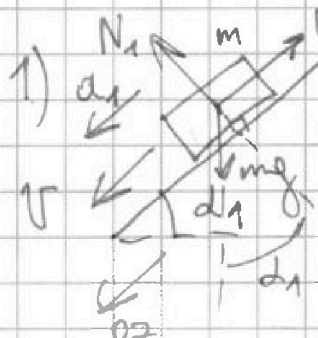
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $m, a_1 = \frac{6}{13}g, a_2 = \frac{g}{4}, \sin \alpha_1 = \frac{3}{5} (\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}),$

1) $F_1 - ?$ 2) $F_2 - ?$ 3) $F_3 - ?$ $\sin \alpha_2 = \frac{5}{13} (\cos \alpha_2 = \frac{12}{13})$



рассставим силы на брусок \vec{N}_1 реакц. опоры и \vec{F}_1 трения скальте.
 клин покоится \Rightarrow брусок движ. вниз-но по касательной, значит \vec{F}_1 направл. вверх клина

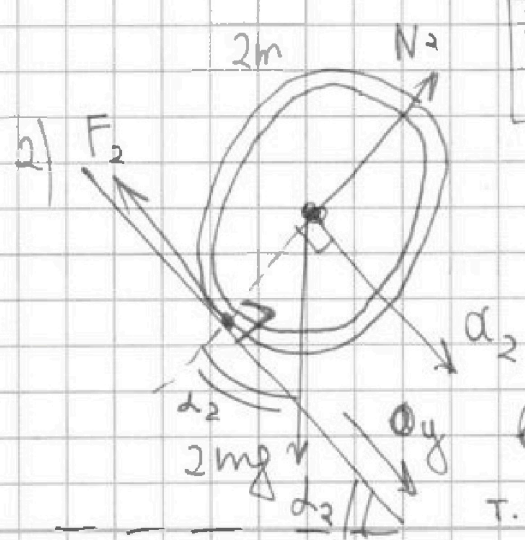
II з-н Ньютона на Oz (вдоль клина; $\vec{N}_1 \perp$ клину):
 для бруска

$$mg \sin \alpha_1 - F_1 = m a_1$$

$$F_1 = m (g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$F_1 = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{6}{13}g \right) = mg \left(\frac{39}{65} - \frac{30}{65} \right) = \frac{9}{65} mg$$

$$F_1 = \frac{9}{65} mg$$



цилиндр движ. без проскальз.
 $\Rightarrow \vec{F}_2$ - сила трения покоя, направл. против смещ. внешн. сил. (против $\vec{N}_2 + \vec{m}g$, т.е. вверх по клину, вверх кверху)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II z -и l ют, для цилиндра на Oy вдоль кинки

для его центра масс, \leftarrow центр. масс

иначе т.о. z вине, центра масс ($2m \cdot \vec{a}_z = \sum \vec{F}_{\text{внешн}}$):

$$2m \vec{a}_{z,z} = \left(\sum \vec{F}_{\text{внешн}} \right)_z$$

$$2m a_{z,z} = \sum F_{\text{внешн},z}$$

$$2m a_z = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

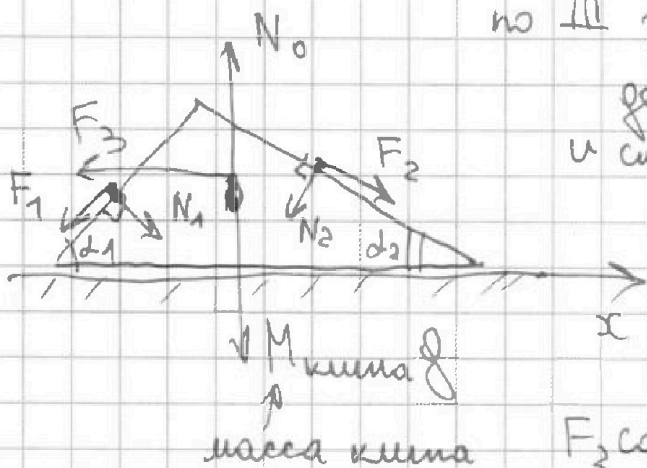
$$F_2 = 2m(a_z + g \sin \alpha_2)$$

$$F_2 = 2m \left(-\frac{g}{4} + g \frac{5}{13} \right) = 2mg \left(\frac{13}{52} + \frac{20}{52} \right) = mg \frac{33}{26}$$

$$F_2 = \frac{33}{26} mg$$

$$F_2 = \frac{7}{26} mg$$

3) Кини l осад. в равновесии



по III z -му l ют, на кини
действ. $-\vec{F}_1, -\vec{F}_2, -\vec{N}_1, -\vec{N}_2$
и сила трен. \vec{F}_3 , также \vec{N}_0 и $M_{кин} \vec{g}$
равновесии кини

(сумма проекц. сил на
 Ox равна нулю);

$$F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вернемся к п. 1) и п. 2) запишем II з-н Ньютона на оси \perp каск. контакта бруска/шарика с клином:

$$\begin{cases} 0 = N_1 - mg \cos \alpha \\ 0 = N_2 - 2mg \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg \frac{4}{5} = \frac{4}{5} mg \\ N_2 = 2mg \cdot \frac{12}{13} = \frac{24}{13} mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} mg \cdot \frac{12}{13} - \frac{24}{13} \cdot \frac{5}{13} mg + \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\Rightarrow \frac{42}{169} mg - \frac{120}{169} mg + \frac{12 \cdot 13}{25} mg - \frac{36}{325} mg = F_3$$

$$\frac{F_3}{mg} = -\frac{78}{169} + \frac{12 \cdot 13 - 36}{325} = -\frac{78}{169} + \frac{120}{325} =$$

$$\frac{13}{12} \left| = -\frac{6 \cdot 13}{13 \cdot 13} + \frac{5 \cdot 24}{13 \cdot 25} = -\frac{6}{13} + \frac{24}{13 \cdot 5} = \frac{24 - 30}{65} \right.$$

$$\frac{26}{13} \left| = -\frac{6}{65} \right. \quad F_3 < 0 \Rightarrow \text{направл. в обратн. сторону}$$

$$F_3 = \frac{6}{65} mg$$

Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg$, $F_2 = \frac{7}{26} mg$, $F_3 = \frac{6}{65} mg$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\text{г}}} = ? \quad \Delta U_{12} = \frac{i}{2} (5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0) =$$

$$i=3 \text{ (одноат. газ)} \quad \left| = \frac{3}{2} p_0 V_0 (70 - 64) = 9 p_0 V_0 \right.$$

работа газа за цикл процесс. площади треугольника, ограниченного процессами 1-2-3-1.

$$A_{\text{г}} = \frac{1}{2} (5p_0 - 2p_0) (14V_0 - 8V_0) = \frac{1}{2} p_0 V_0 \cdot 3 \cdot 6 = 9 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\text{г}}} = \frac{9 p_0 V_0}{9 p_0 V_0} = 1$$

$$2) \text{ макс. работа } T = \frac{\int pV}{\int \dot{R}_1} \quad (\text{из уравн. Клаузиуса - Менг.})$$

$$\dot{R}_1 = c n R \Delta T$$

$$T = \max \text{ при } pV = \max$$

$$\text{процесс 1-2: } p(V) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + 12 p_0$$

$$pV = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V^2 + 12 p_0 V$$

$$\text{максимумы работы при } V = \frac{-12 p_0}{2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} \right)} = 12 V_0$$

меньше макс. меньшее в проц. 1-2:

$$T_{\max 12} = \frac{-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot 144 V_0^2 + 12 p_0 \cdot 12 V_0}{2R} = \frac{p_0 V_0}{2R} \left(144 - \frac{144}{2} \right)$$

$$T_{\max 12} = 4R \frac{p_0 V_0}{2R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

процесс 2-3: 4-е нач. термод. процесс, при $V = 14V_0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow pV$ уменьш. \Rightarrow темпер. не

оставшиеся 3: $T_3 = \frac{2p_0 \cdot 14V_0}{2R} = 28 \frac{p_0 V_0}{R}$

$$\frac{T_{\max 12}}{T_3} = \frac{7 \cdot 2 \frac{p_0 V_0}{R}}{28 \frac{p_0 V_0}{R}} = \frac{9 \cdot 8}{4 \cdot 4} = \frac{9 \cdot 2}{7} = \frac{18}{7} = \frac{T_{\max 12}}{T_3}$$

3) КПД цикла: $\eta = \frac{A_{cy}}{Q_{in}}$ ← работа цикла за цикл
 Q_{in} ← нагрев, к концу цикла

$A_{cy} = 9 p_0 V_0$ (см. н. 1)

• процесс 1-2: 1-е нач. термод. $\delta Q = du + \delta A =$
 $= \frac{3}{2} (pdV + Vdp) + pdV = \frac{5}{2} pdV + \frac{3}{2} Vdp$

пока тепло поглощается: $\delta Q > 0$

$$\frac{5}{2} pdV > -\frac{3}{2} Vdp \Rightarrow \frac{dp}{dV} < \frac{5p}{3V}$$

$$\frac{dp}{dV} > \frac{5p}{3V}$$

1-2: $p(V) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + 12p_0$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} > \frac{5p}{3V}$$

$$= 3p_0 V > 10V_0 \left(12p_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V \right)$$

$$= 3p_0 V > 120p_0 V_0 - 5p_0 V$$

$$2p_0 V > 120p_0 V_0 \Rightarrow V > 60V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $V > 60V_0$ ~~температура повышается~~

температура не меняется Q , сильно знак (перестали нагреваться, стали охлаждаться)!

$$\delta Q = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{5p}{3V} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0}$$

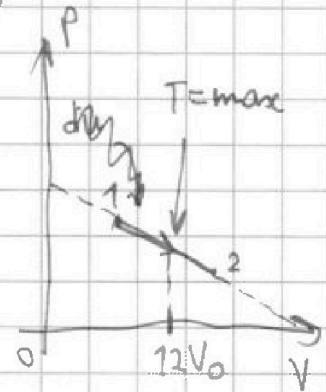
$$10pV_0 = 3p_0V$$

$$10V_0 \left(12p_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V \right) = 3p_0V$$

$$120p_0V_0 - 5p_0V = 3p_0V$$

$$120V_0 = 8V$$

$$V = 15V_0 - \text{не принадлежит траект. 1-2}$$



\Rightarrow в тем. всего процесса 1-2 температура ~~повышается~~ ^{меняется} _{одним} ^{знаком}

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} (14V_0 \cdot 5p_0 - 8V_0 \cdot 8p_0) + \frac{8p_0 + 5p_0}{2} \cdot (14V_0 - 8V_0) = 9p_0V_0 + 13p_0 \cdot 3V_0 = 48p_0V_0$$

• процесс 2-3 (1-е кон. темп.): $\delta Q = \delta A + du$

$$du < 0 \Rightarrow \delta Q < 0, \text{ температура понижается}$$

• процесс 3-1: $p(V) = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p_0}{V_0}$$

$$\delta Q = 0 \text{ (т. смена знака температуры)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta Q = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = - \frac{5p}{3V} = - \frac{p_0}{V_0}$$

$$3p_0 V = 5V_0 \left(16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right)$$

$$3p_0 V = 8p_0 V_0 - 5p_0 V$$

$$8p_0 V = 8p_0 V_0$$

$$V = V_0 \rightarrow \text{не принадлежим траю. 3-1}$$

\Rightarrow в траю. 3-1 тепло всё время отводится и имеет один знак

• начало траю. 3-1 ($p = 2p_0, V = 14V_0$):

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V \cdot \frac{p_0}{V_0} dV = \\ &= \frac{5}{2} \cdot 2p_0 dV - \frac{3}{2} \cdot 14V_0 \cdot \frac{p_0}{V_0} dV = p_0 dV (5 - 21) \end{aligned}$$

$$\text{т.е. } \delta Q = -16 p_0 dV, dV < 0 \text{ (V уменьш.)}$$

$\Rightarrow \delta Q > 0 \Rightarrow$ в течение всего процесса теплота передается

• начало траю. 1-2 ($p = 8p_0, V = 8V_0$):

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{5}{2} p dV - \frac{3}{2} V \cdot \frac{1}{V} \frac{p_0}{V_0} dV = \\ &= \frac{5}{2} 8p_0 dV - \frac{3}{4} \cdot 8V_0 \frac{p_0}{V_0} dV = p_0 dV (20 - 6) = 14 p_0 dV \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\delta Q_1 = 14 p_0 dV$, $dV > 0$ (V увелич.) \Rightarrow на нагрев.
всего проц. 1-2 тепло подводится

$$Q_{1+12} = Q_{12} = 48 p_0 V_0$$

• тепло, подвед. в проц. 3-1;

$$\begin{aligned} Q_{1+31} &= \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{3}{2} (8 p_0 \cdot 8 V_0 - 2 p_0 \cdot 14 V_0) - \\ &- \frac{8 p_0 + 2 p_0}{2} \cdot (14 V_0 - 8 V_0) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (64 - 28) - 10 p_0 V_0 \cdot 3 = \\ &= 3 p_0 V_0 (32 - 14) - 30 p_0 V_0 = 3 p_0 V_0 \cdot 18 - 30 p_0 V_0 = \\ &= (54 - 30) p_0 V_0 = 24 p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$Q_{1+} = Q_{1+12} + Q_{1+31} = (48 + 24) p_0 V_0 = 72 p_0 V_0$$

$$\text{КПД: } \eta = \frac{A_{12}}{Q_{1+}} = \frac{9 p_0 V_0}{72 p_0 V_0} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{12}} = 1; \quad \frac{T_{\text{max}12}}{T_3} = \frac{18}{7}; \quad \eta = \frac{1}{8}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k \frac{Q_1 + Q_2}{x^2} = k \frac{Q}{x^2} \Rightarrow Q_2 = -Q_1 = Q \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$$

$\varphi(x = \frac{5R}{6}) - \varphi_{\infty} =$

$$= \int_R^{\infty} k \frac{Q dx}{x^2} + \int_{\frac{5R}{6}}^R k \frac{Q dx}{\epsilon x^2} = kQ \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_R^{\infty} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{\frac{5R}{6}}^R$$

$$= kQ \left(-0 + \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{\epsilon} \left(-\frac{1}{5R} + \frac{1}{5R} \right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{5\epsilon R}$$

$$\varphi(x = \frac{5R}{6}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\epsilon} \right)$$

2) в дифференциале: $\frac{d\varphi}{dx} = -E(x) = -k \frac{Q}{\epsilon x^2}$

коэфф. наклона касат. к графику в точке

~~$x = \frac{R}{3}$~~ $\frac{d\varphi}{dx} =$ потенциалы в точках:

$$\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(-\frac{1}{R} + \frac{3}{R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right)$$

$$\varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(-\frac{1}{2R} + \frac{3}{2R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right)$$

по графику: $\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right) = 5\varphi_0$

$$\varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right) = 4\varphi_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{2}{\varepsilon}}{1 + \frac{1}{2\varepsilon}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2\varepsilon + 4}{2\varepsilon + 1}$$

$$10\varepsilon + 5 = 8\varepsilon + 16, \quad 2\varepsilon = 11, \quad \boxed{\varepsilon = \frac{11}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \varphi\left(x = \frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right); \quad \varepsilon = \frac{11}{2} = 5,5,$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

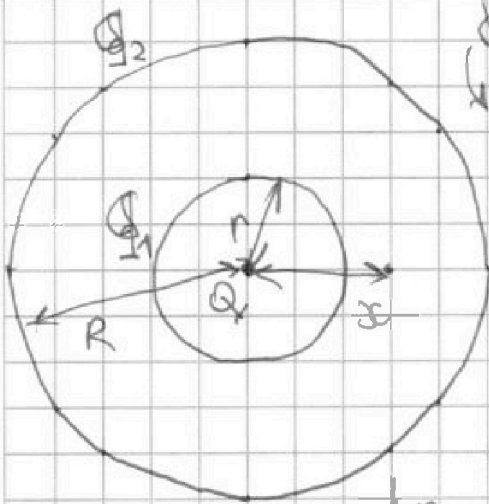
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

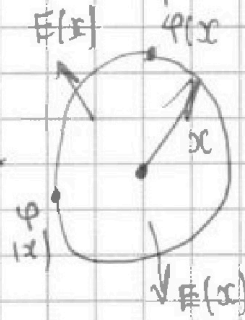
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: r, R, Q, ϵ 1) $\varphi(x = \frac{5R}{6}) - ?$ 2) $\epsilon - ?$

1) в силу симметрии задачи напряжённость и потенциал электр. поля на равном расст. x от Q во всех точках равны



~~$Q_2, Q_1 = \text{поверхностная}$
плотность
своб. зарядов и
диэлектрик~~



$E(x) - ?$ т. Гаусса:

$$0 < x < r: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = k \frac{Q}{x^2}$$

$$r < x < R: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q + Q_1}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = k \frac{Q + Q_1}{x^2}$$

$$R < x: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q + Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = k \frac{Q_1 + Q_2 + Q}{x^2}$$

поле в диэлектрике уменьшилось в ϵ раз:

$$k \frac{Q + Q_1}{x^2} = k \frac{Q}{\epsilon x^2} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q}{\epsilon} - Q = Q \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}$$

~~$k \frac{Q + Q_1 + Q_2}{x^2} = k \frac{Q}{\epsilon x^2} \Rightarrow Q_2 = \frac{Q}{\epsilon} - Q - Q_1 = Q \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} - Q \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} = 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

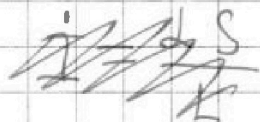
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $L_1 = L$, $L_2 = 16L$, $n_1 = n$, $n_2 = 4n$, S

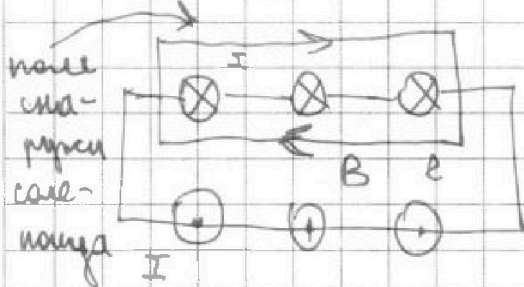
1) $L = \frac{\Phi}{I}$, $\dot{\Phi} = L \dot{I}$

$$L \frac{dI}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = LI$$

для катушки $L = L_1$, $\frac{dB}{dt} \cdot S = L \dot{I}$



наше, создав. ток в катушке, внутри себя:



т.о циркуляция:

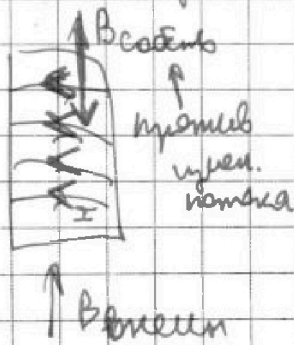
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \mu_0 \dot{I} n$$

$$B = \mu_0 i = \mu_0 \frac{In}{l} = \mu_0 \frac{n}{l} I$$

наш

$$B_{свободн} = B = \mu_0 \frac{n}{l} I$$

для катушки $L_1 = L$: $\frac{dB_1}{dt} = \frac{dB_{внешн}}{dt} \leftarrow \frac{dB_{свободн}}{dt} =$



$$= d \mu_0 \frac{n}{l} \cdot \dot{I}$$

для катушки $L_2 = 16L$:

$$\frac{dB_2}{dt} = \frac{dB_{внешн}}{dt} + \frac{dB_{свободн}}{dt} =$$

$$= \mu_0 \frac{4n}{l} \dot{I}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L_1: \begin{cases} \frac{dB_1}{dt} S = LI \\ \left(\alpha - \mu_0 \frac{n}{\epsilon_0} I \right) S = -LI \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} \frac{dB_2}{dt} S = 16LI \\ \mu_0 \frac{4n}{\epsilon_0} IS = 16I \end{cases}$$

$$\epsilon_0 = \left(\frac{16L}{4n\mu_0 S} \right)^{-1} = \frac{4n\mu_0 S}{16L} \quad \frac{\mu_0 n S}{\epsilon_0} = 4L$$

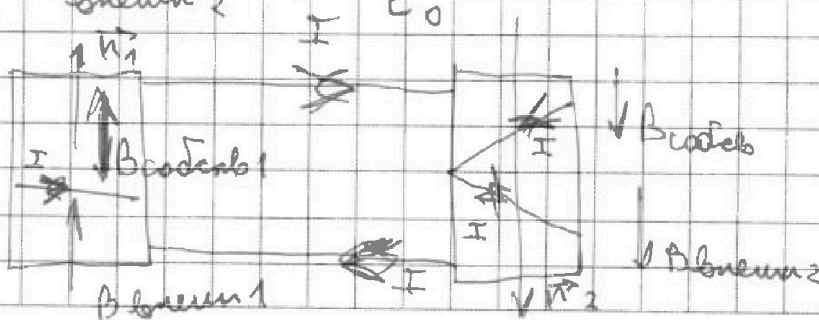
$$-LI = \alpha S - \mu_0 n I \cdot \frac{16LS}{4n\mu_0 S} = \alpha S - \frac{4LI}{S} S$$

$$5LI = \alpha S$$

$$I = \frac{\alpha S}{5L} \quad \text{Ответ: 1) } I = \frac{\alpha S}{3L}$$

~~$$2) L_1: \begin{cases} \frac{dB_{внеш1}}{dt} + \mu_0 \frac{n}{\epsilon_0} dI = \frac{L}{S} dI \\ \mu_0 \frac{4n}{\epsilon_0} dI = \frac{16L}{S} dI \end{cases}$$~~

$$2) \begin{cases} \frac{dB_{внеш1}}{dt} + \mu_0 \frac{nS}{\epsilon_0} dI = +L dI \\ \frac{dB_{внеш2}}{dt} + \mu_0 \frac{4nS}{\epsilon_0} dI = 16L dI \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left[+\frac{B_0}{3} - B_0 + 11L\Delta I = L\Delta I \right]$$

$$\left[-3B_0 + \frac{9B_0}{4} + 16L\Delta I = L\Delta I \cdot 16 \right]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

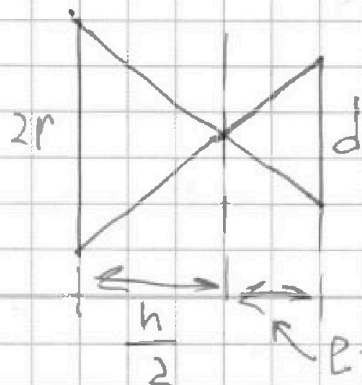
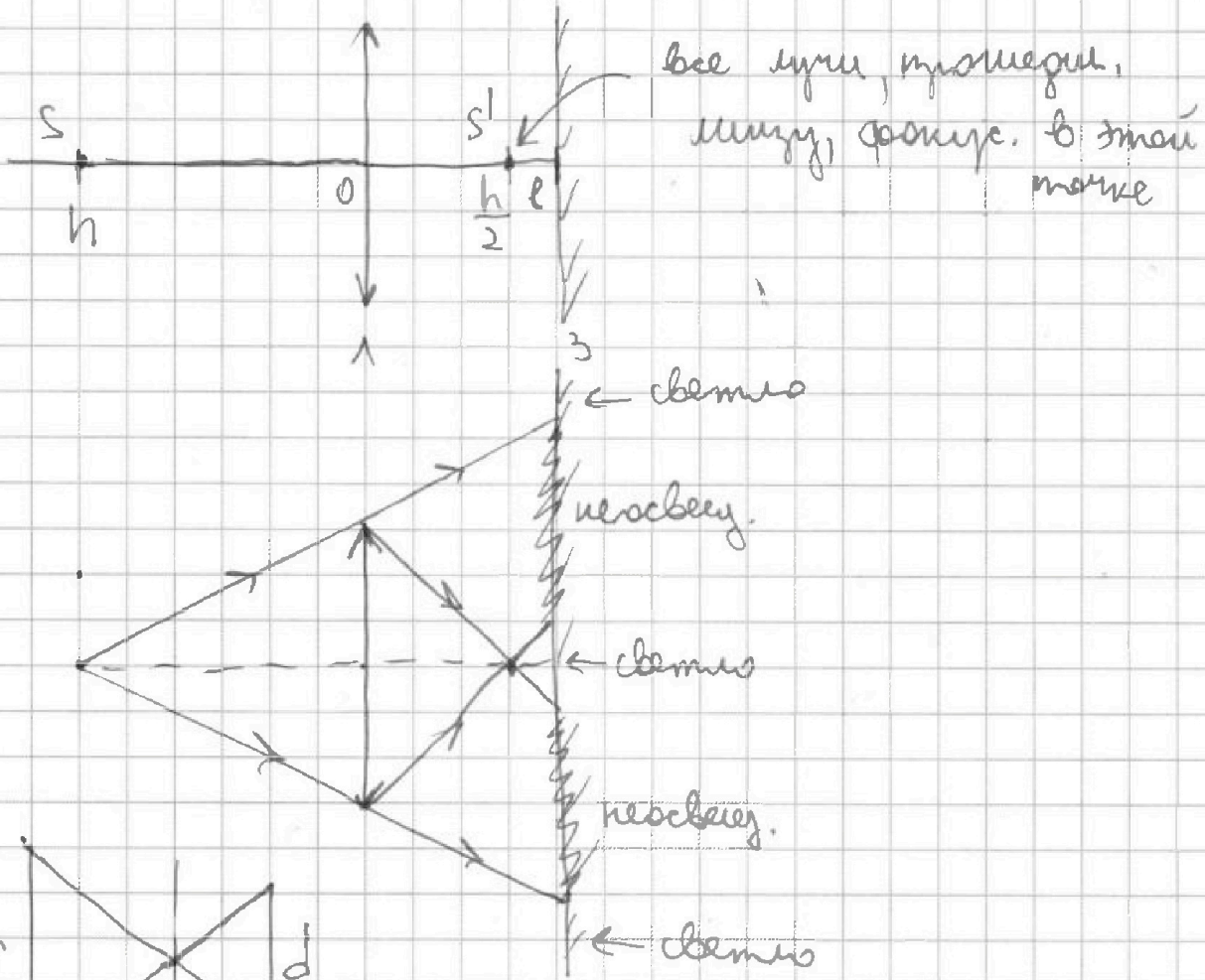
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $h, F = \frac{h}{3}, r = 5 \text{ см}, l = \frac{2}{3} h$ | $S_{\text{несв}} = ?$

1) задача. источник в центре | $S_{\text{несв}2} = ?$

ф-ла тонк. линзы: $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h} \Rightarrow f = \frac{h}{2}$$



подобие ΔAOB : $\frac{2r}{h/2} = \frac{d}{h/6}$

$$2r - \frac{h}{2} = \frac{2h^2}{3} - \frac{h^3}{2} = \frac{4h}{6} - \frac{3h}{6} = \frac{h}{6} \quad 4r = 6d$$



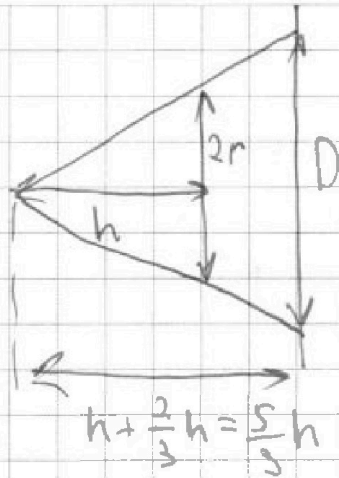
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d = \frac{2}{3} r$$



подобие Δ -ов:

$$\frac{2r}{h} = \frac{D}{\frac{5}{3}h}$$

$$2r = \frac{3}{5} D$$

$$10r = 3D$$

$$D = \frac{10}{3} r$$

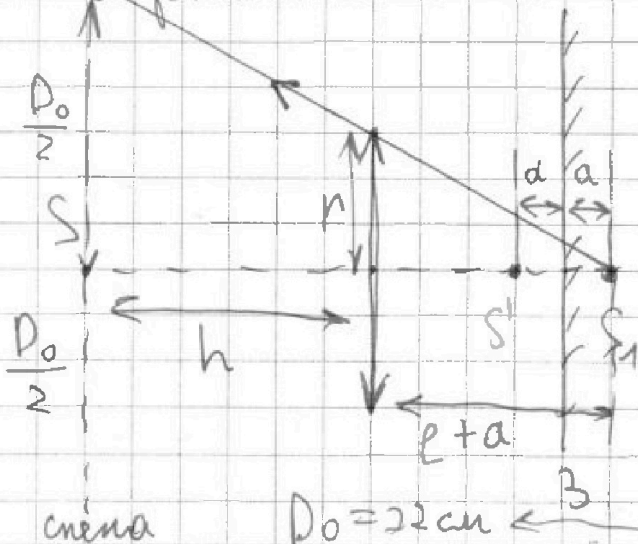
площадь невыпукл. части зеркала:

$$S_{\text{вып.}} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{100}{9} r^2 - \frac{4}{9} r^2 \right) =$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} \cdot \frac{96}{9} = \frac{\pi r^2}{9} \cdot 24 = \pi r^2 \frac{8}{3}$$

$$S_{\text{вып.}} = \frac{8}{3} \pi (5 \text{ см})^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

2) лучи, проходящие вертикально через линзу, испускаются маленьким источником S_1



$$a = l - \frac{h}{2} = \frac{h}{6}$$

$$l + a = \frac{4}{6} h + \frac{h}{6} = \frac{5}{6} h$$

подобие Δ -ов:

$$\frac{D_0}{2h} = \frac{h+l+a}{l+a}$$

$$D_0 = 2h \left(\frac{6}{5} + 1 \right) = \frac{22}{5} h$$

$$D_0 = 22 \text{ см}$$



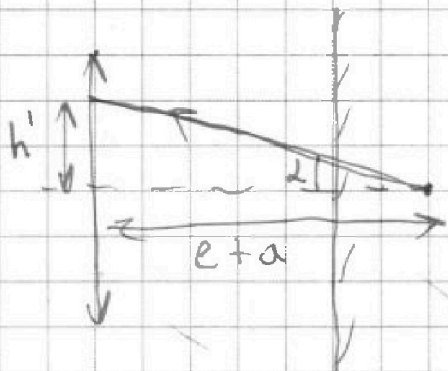
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

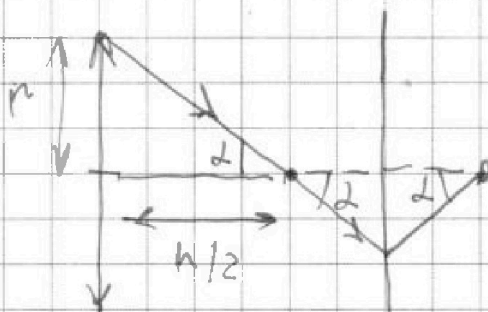
СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

определим, могут ли лучи, параллельные через нее, выйти на стену, не проходя между.



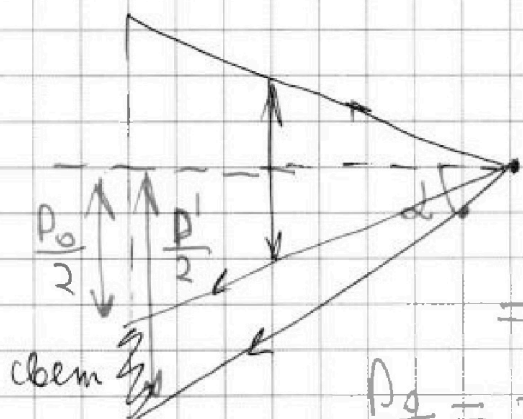
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h'}{e+a} = \frac{6h'}{5h}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h/2} = \frac{2r}{h}$$

$$h' = \frac{5h}{6} \cdot \frac{2r}{h} = \frac{5}{3}r$$

$h' > r \Rightarrow$ да, лучи выйдут, не пройдут



$$\frac{D'}{2} = \operatorname{tg} \alpha \cdot (h + e + a) =$$

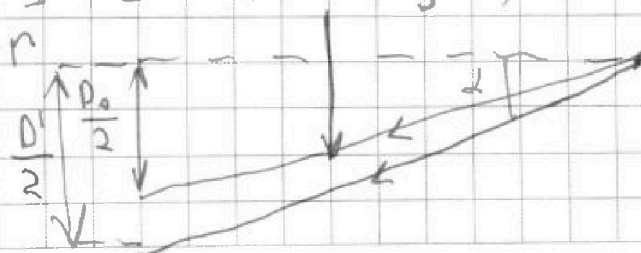
$$= \frac{2r}{h} (h + e + a) = 2r \left(1 + \frac{5}{6}\right) =$$

$$= r \left(2 + \frac{5}{3}\right) = r \left(\frac{6}{3} + \frac{5}{3}\right) = \frac{11}{3}r$$

$$\frac{D_0}{2} = \frac{11}{3}r, \quad D_0 = \frac{22}{3}r, \quad D' = \frac{11}{3}r$$

$$D' = \frac{22}{3}r, \quad D_0 = \frac{20}{3}r$$

$$D' > D_0$$





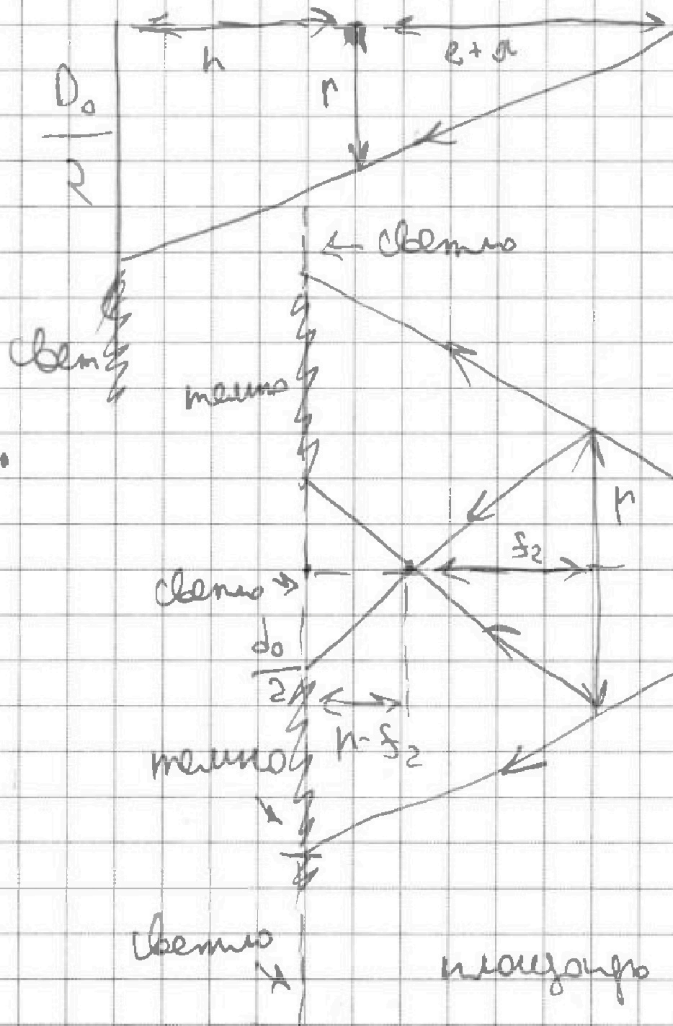
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ начиная с $\frac{D_0}{2}$, стена освещена



$$\frac{d_0}{2(h-f_2)} = \frac{r}{f_2}$$

$$d_0 = 2\left(\frac{h}{f_2} - 1\right)r =$$

$$= 2\left(\frac{9h}{5h} - 1\right)r = \frac{8}{5}r$$

$$d_0 = 8 \text{ см}$$

площадь освещен. части стены:

$$S_{\text{осв. 2}} = \frac{\pi D_0^2}{4} - \frac{\pi d_0^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D_0^2 - d_0^2) = \frac{\pi}{4}(22^2 - 8^2) \text{ см}^2 =$$

$$= \pi \text{ см}^2 (121 - 16) = 105 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: $S_{\text{осв. 1}} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$, $S_{\text{осв. 2}} = 105 \pi \text{ см}^2$

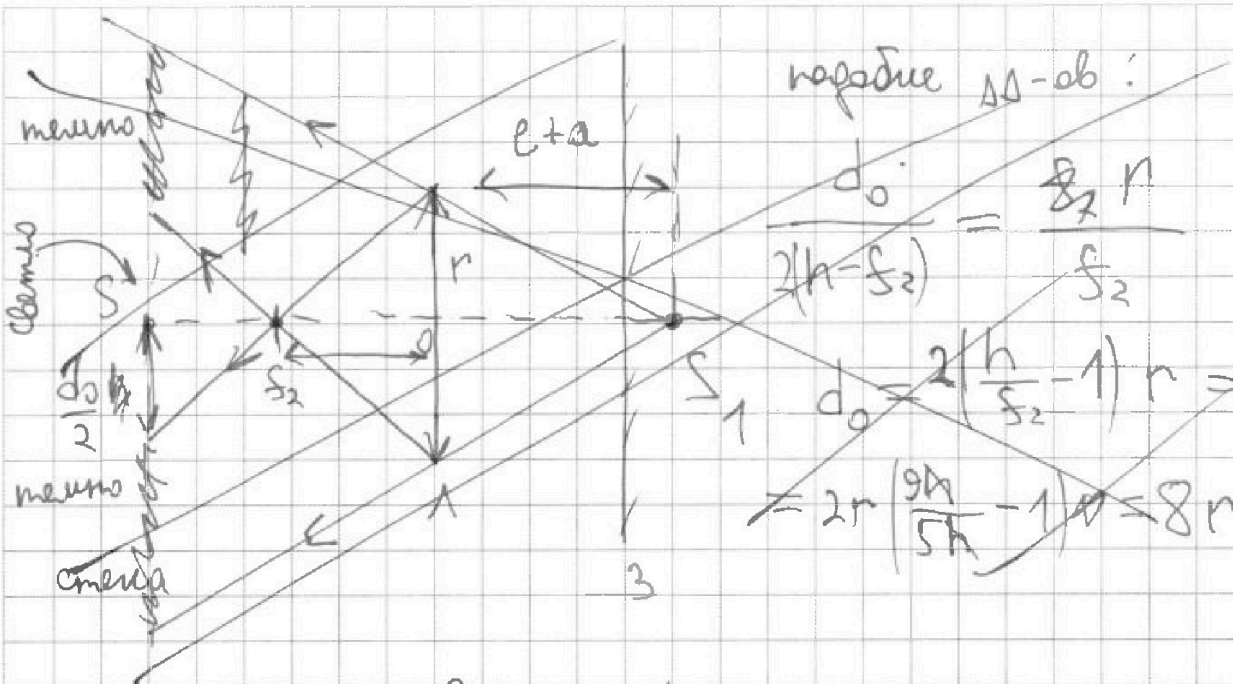


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~площадь освещенной части стены:~~

$$S_{\text{осв}} = \frac{\pi R_0^2}{4} - \frac{\pi d_0^2}{4} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{22^2}{5^2} r^2 - 64r^2 \right) =$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} \left(\frac{121 \cdot 4}{25} - 16 \cdot 4 \right) = \frac{\pi r^2}{4} \left(\frac{121}{25} - 16 \right) =$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} \frac{121 - 16 \cdot 25}{25} = \frac{\pi r^2}{4} \frac{121 - 400}{25}$$