



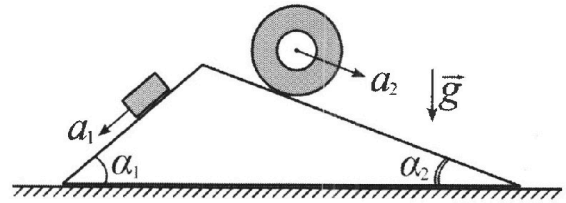
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

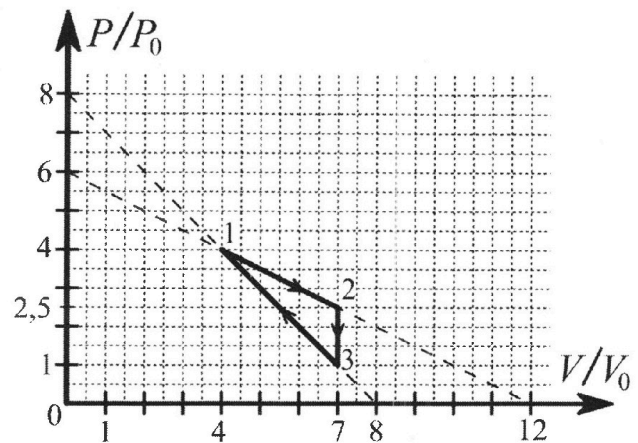


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

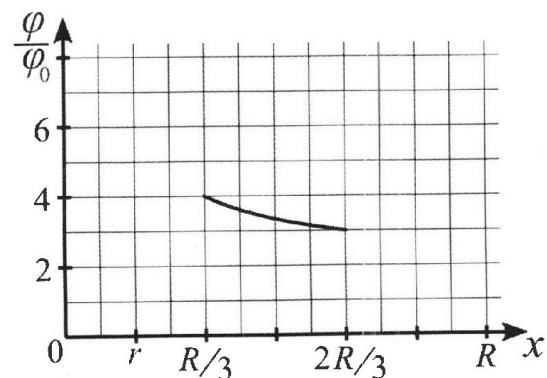
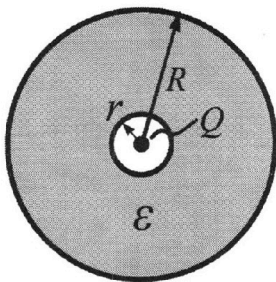


Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





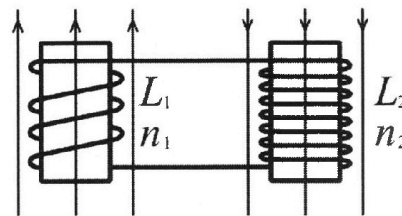
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



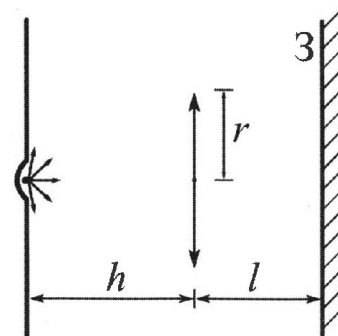
*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде γl , где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

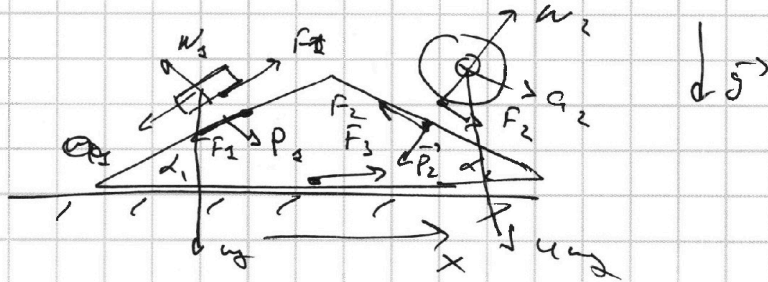


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 из 1,

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N \leq$
 given:
 $a_1, a_2, m, \alpha_1, \alpha_2$



Рассчитаем
 силы, где F_1, F_2, F_3 - силы сцепки

N_1, N_2 - силы реакции опоры
 равные по модулю N_1 и N_2 соответственно

F_1, F_2 - силы сцепки
 равные по модулю F_1 и F_2 соответственно

по 2-му закону Ньютона на ось
 сонаправленные с ускорением $a \perp$ ось

учитывая $\left\{ \begin{aligned} m a_1 &= m g \sin \alpha_1 - F_1 \quad (1) \\ N_1 &= m g \cos \alpha_1 \quad (2) \end{aligned} \right.$

учитывая условие отсутствия проскальзывания $\left\{ \begin{aligned} m g \cos \alpha_2 &= N_2 \quad (3) \\ F_2 &= 4 m a_2 \quad (4) \end{aligned} \right.$

силы на массу m_3 по оси Ox : $F_3 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - F_3 = 0 \quad (5)$

(1) $\Rightarrow F_1 = m (g \sin \alpha_1 - a_1) = m g \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} m g$

(2) $\Rightarrow N_1 = \frac{4}{5} m g$ по условию

(3) $\Rightarrow N_2 = \frac{12}{13} m g \Rightarrow (5) \left(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13} + \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} \right) m g = F_3 \Rightarrow$

(4) $\Rightarrow F_2 = \frac{5}{6} m g \Rightarrow F_3 = \left(-\frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{10}{13} + \frac{12 \cdot 5}{13 \cdot 13} \right) m g = \frac{5}{13} m g \left(-\frac{4}{5} + 2 + \frac{12}{13} \right) =$
 $= \frac{5}{13} m g \left(\frac{6}{5} + \frac{12}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{13+10}{65} \right) = \frac{28 \cdot 30}{13 \cdot 65} m g = \frac{138}{169} m g$

Ответ: $F_1 = \frac{14}{65} m g$ $F_2 = \frac{5}{6} m g$ $F_3 = \frac{138}{169} m g$

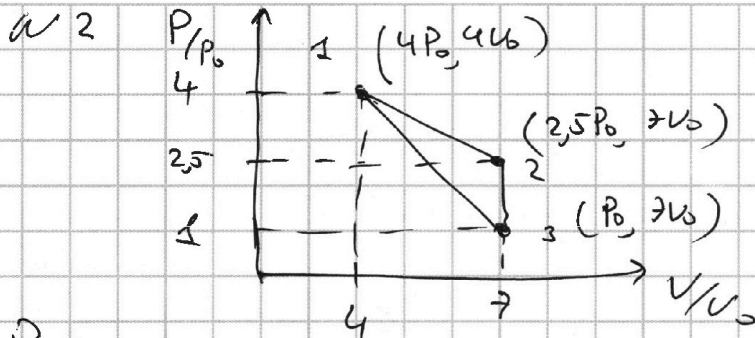


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



дано!
i = 3

Решение

1) работа газа за весь цикл $A = |A_{12}| - |A_{23}|$ так же
A - это площадь $\Delta 123$; $|A_{i1}| = \left| \frac{P_i + P_1}{2} (V_i - V_1) \right| \rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A_{12}| = 3,25 P_0 \cdot 3V_0 = 9,75 P_0 V_0 \\ |A_{23}| = 2,5 P_0 \cdot 3V_0 = 7,5 P_0 V_0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 2,25 P_0 V_0 ; A_{23} = 0 \Rightarrow$$

~~из 10~~ по формуле для внутренней энергии

$$|Q_{23}| = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{3}{2} (2 P_0 V_0 - 2,5 \cdot 2 P_0 V_0) =$$

$$= \frac{3}{2} (1,5 \cdot 2 P_0 V_0) = \frac{9}{4} \cdot 2 P_0 V_0 = \frac{6,3}{4} P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\kappa_2 = \frac{|Q_{23}|}{|A|} = \frac{6,3}{4} \cdot \frac{4}{9} = 7}$$

найдем уравнение прямой для процесса 1-2

$$\frac{P}{P_0} = \frac{6}{7} - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \Rightarrow P = \frac{6}{7} P_0 - \frac{1}{2} V \cdot \frac{P_0}{V_0}$$

из закона Менделеева - Клапейрона для процесса

1-2 $PV = \nu RT$ где ν - кол-во вещества (постоянно в этом процессе), R - универс. газовая постоянная, T - температура

$$\Rightarrow \text{в точке 1: } \nu RT_1 = 16 P_0 V_0 \rightarrow \text{найдем уравнение}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{PV}{16 P_0 V_0} = \frac{6 P_0 V_0 - \frac{1}{2} P_0 V^2}{16 P_0 V_0} = \frac{3}{8} V - \frac{1}{32 V_0} V^2$$

$\frac{T}{T_1}(V)$ - нужно найти максимум функции на отрезке $[4V_0, 7V_0]$ $\frac{T}{T_1}(V)$ - график

увн. парабола, ветви вниз \Rightarrow максимум $\frac{3}{8} V_0$
всё функции лежит в вершине $V_{\text{верш}} = \frac{6V_0}{16} = \frac{3}{8} V_0$
 $\frac{3}{8} V_0 \in [4V_0, 7V_0] \Rightarrow$ максимум PV будет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &\approx P_x dV + \frac{3}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP = \\ &= \frac{5}{2} \left(0 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} (V_x) \left(-\frac{P_0}{V_0} \right) dV = \\ &= 20 P_0 dV - \frac{5 P_0}{2 V_0} V_x dV + \frac{3 P_0 V_x}{2 V_0} dV = \\ &= \left(20 P_0 - 4 \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV. \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \left(20 - \frac{4 V_x}{V_0} \right) P_0 \end{aligned}$$

Обращается в 0 в точке $V_x = 5 V_0$

\Rightarrow не учитывать $[5 V_0; 7 V_0]$ так как нет

не учитывать $[4 V_0; 5 V_0]$ так как нет

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q^+ &= Q_{12} + Q_{23} = \\ &= 3,25 P_0 V_0 - 2 P_0 V_0 + \frac{3}{2} (12,5 - 16) P_0 V_0 + \end{aligned}$$

\Rightarrow так как нет тепло не на всем участке $[3 V_0; 7 V_0]$ учитываем что Q_{13} только на $[5 V_0; 7 V_0]$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q^+ &= Q_{12} + Q_{23} + Q_{13} = \\ &+ \frac{1}{2} (16 - 7) P_0 V_0 = 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 7,5 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 = \\ &= 12 P_0 V_0 - 2,5 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 + 18 P_0 V_0 = 31 P_0 V_0 \\ \eta &= \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{31 P_0 V_0} = \frac{9}{124} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\% \end{aligned}$$

Ответ: $\eta_1 = \left| \frac{\Delta U}{A} \right| = 7$
 $\eta_2 = \left| \frac{T}{T_1} \right| = \frac{15}{16} = \frac{9}{8}$
 $\eta = 12,5\%$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 4 P_0 V_0 + 8 P_0 V_0 &= \\ &= (12 + 4) P_0 V_0 = 16 P_0 V_0 \Rightarrow \\ \eta &= \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{16 P_0 V_0} = \frac{9}{64} \end{aligned}$$

Ответ: $\eta_1 = \left| \frac{\Delta U}{A} \right| = 7$
 $\eta_2 = \frac{9}{8}$
 $\eta = \frac{9}{64}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

исходными p_T $V=2V_0$ \Rightarrow $p_T = \frac{p_0}{2}$ $V=2V_0$
 процесс по пути $p \sim V^{-1}$ на T \Rightarrow $p \sim V^{-1}$
 весь процесс происходит по одной стороне
 от вершины \Rightarrow $\frac{1}{T}$ (V) — это возмущающая
 функция не промежуточные $(V_0; 2V_0)$ \Rightarrow
 $\Rightarrow k_2 \text{ max} = \frac{1}{T} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = \frac{1}{T} \ln(2) = \frac{175}{16} = \frac{175}{160} = \frac{35}{32}$
 $\Rightarrow \frac{T}{T_1}(2V_0) = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$
 \Rightarrow по 1 и 2 процессам термобинам на участке
 2-3 газ отдавал тепло.

Наибольший на наших промежуточных в 1-2 и
 2-3 газ отдавал тепло, а на наших участках

1-2: $p = \frac{p_0}{2}, V = 2V_0 \Rightarrow p \sim V^{-1}$ — процесс

— изменение от точки P_x, V_x на dP, dV
 тогда $\Delta Q = A + \Delta U \Rightarrow$

$$\Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} \left((P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x \right) \approx$$

примедем
2-е порядком
малости

$$\approx P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP + \frac{3}{2} P_x dV = \frac{5}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP =$$

$$= \frac{5}{2} \left(\frac{p_0}{2} - \frac{p_0}{2V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} V_x \cdot \frac{p_0}{2V_0} dV =$$

$$= \frac{5}{2} \frac{p_0}{2} dV - \frac{5p_0}{4V_0} V_x dV + \frac{3p_0}{4V_0} V_x dV = \frac{5}{2} \frac{p_0}{2} dV - \frac{2p_0}{4V_0} V_x dV =$$

$$= \left(\frac{5}{2} \frac{p_0}{2} - \frac{2p_0 V_x}{4V_0} \right) dV \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{5}{2} \frac{p_0}{2} - \frac{2p_0 V_x}{4V_0} \Rightarrow$$

\Rightarrow на всем процессе 1-2 $\frac{\Delta Q}{\Delta V} > 0 \Rightarrow$ газ

получает тепло

1-3: $p = \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dP = -\frac{p_0}{V_0} dV$ — процесс
 — изменение dP, dV от точки P_x, V_x

$$\Delta Q = A + \Delta U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} \left((P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x \right) \approx$$

примедем
2-е порядком
малости



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. дано: ϵ, R, Q, ξ решение: потенциал в т. $R/4$

можно найти как + $\varphi_{R/4}$ (если бы все было замкнуто диэлектриком)

- $\varphi(\epsilon)$ (в центре потенциала куска который в реальности не замкнут диэлектриком) + $\varphi(\epsilon)$ (добавить для соблюдения непрерывности потенциалов)

группировать словами!

$$R_x \in [2, 3] \quad \varphi(R_x) = \varphi(\epsilon) + \frac{\varphi(R_x) - \varphi(\epsilon)}{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_x} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon} = \frac{\varphi(R_x) - \varphi(\epsilon)}{2}$$

эти формулы можно получить из эл. $\varphi = \int E dl$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{\epsilon} + \frac{\xi}{\epsilon} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right)$$

где $R_x = R/4$

$$\boxed{\varphi_{R/4} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right)}$$

подставим в формулу $R_x = R/3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi(R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right) \text{ при этом}$$

$$\frac{\varphi(R/3)}{4\pi\epsilon_0} = 4 \text{ (из графиков)} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(R/3)}{4} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right)$$

подставим $R_x = \frac{2R}{3}$

$$\varphi(2R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right) \text{ при этом } \frac{\varphi(2R/3)}{\varphi_0} = 3$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(2R/3)}{3} = \frac{Q}{12\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right)$$

подставим ур-е (1) в ур-е (2)

$$\frac{Q}{12\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right) = 4 \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\xi-1}{\epsilon} \right)$$

$$\frac{1}{2R} + \frac{\xi-1}{3\epsilon} = \frac{3}{4R} + \frac{\xi-1}{4\epsilon} \Rightarrow \frac{\xi-1}{12\epsilon} = \frac{1}{4R} \Rightarrow \xi-1 = \frac{3\epsilon}{R} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$

Ответ

$$Q(R/4) = \frac{Q}{40888} \left(\frac{4}{R} + \frac{\xi-1}{\xi} \right)$$

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 задачи
 $L_1 = L$
 $L_2 = 4L$
 $n_1 = n$
 $n_2 = 2n$

Решение:
 1) Когда поле вне катушки I не может изменяться то в K_1 возникает Σ самоиндукции и тогда вна по полю $B_1 \rightarrow 0$, то в катушке появится ток I такой, что.

$$\dot{I} (L_1 + L_2) = \Sigma s \cdot \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_1}{dt} S_1 = \alpha \cdot S n$$

$$\Rightarrow I = \frac{\alpha S n}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S n}{5L}$$

2) При изменении полей I_1 и I_2 возникнет Σ самоиндукции, а в катушках появятся ток, такой, чтобы.

$$\frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) = \Sigma s \cdot \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_1}{dt} \cdot S n + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S n$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{dB_1}{dt} + 2 \frac{dB_2}{dt} \right)$$

проинтегрируем по времени, получим.

$$(I_k - I_0) = \frac{S n}{L_1 + L_2} (B_{1\text{нач}} - B_{1\text{кон}} + 2(B_{2\text{нач}} - B_{2\text{кон}}))$$

$$I_0 = 0 \quad (\text{в начале ток} = 0)$$

используем ток $\rightarrow I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{B_0}{2} + 2 \left(2B_0 - \frac{2}{3}B_0 \right) \right)$

$$I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{19}{3} B_0 \right) = \frac{19 S n B_0}{3(L_1 + L_2)} = \frac{19}{15} \cdot \frac{S n B_0}{L}$$

Ответ: 1) $I = \frac{\alpha S n}{5L}$

2) $I = \frac{19}{15} \frac{S n B_0}{L}$

* — увеличивается по времени $\frac{dI}{dt}$, но ток тем в 05 момент времени не течет т.к. катушка — инертна при $\dot{\Phi}$



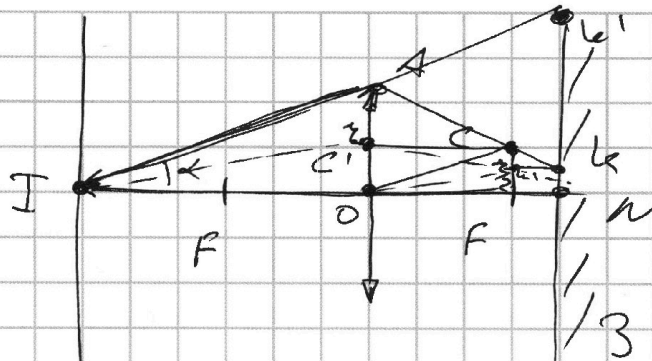
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



- 1) луч через Т.О проходит на противоположной
- 2) крайний луч IA пойдет под углом α ($\tan \alpha = \frac{r}{h}$) \Rightarrow для построения оси лучи проведем параллельную прямую ν , проходящую через Т.О.

эта прямая пересечет правый фокус
на высоте $\frac{r}{2} \Rightarrow AC \cap \nu = k$ из подобия
 $\Rightarrow kn = \frac{r}{2} - \frac{r}{6} = \frac{r}{3}$

продлим IA $\cap \nu = k' \Rightarrow$ из подобия
 $k'n = \frac{5}{3}r$ по св-ву собирающей

линзы Если провести лучи симметрично
IA, Ik', Ak, в другой полуплоскости от
главной оптической оси, то получится
такие же изображения на линзе,
такие по св-ву собирающей линзы
любой луч который выйдет из Т, I и
попадет на стрелочку AD после преломления
попадет на отрезок kn \Rightarrow

\Rightarrow зона вне окружности с $R = kn$
будет освещена от лампы
зона с $R' = k'n$ будет освещена
препятствием линзы, а освещенная
зона между окружностями с R и R' останется
в тени \Rightarrow

$$S_{\text{тени}} = \pi R^2 - \pi R'^2 =$$

$$= \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{24}{9} \pi r^2 = 24 \pi \text{ см.}$$

$$S_{\text{тени}} = 24 \pi \text{ см.}$$



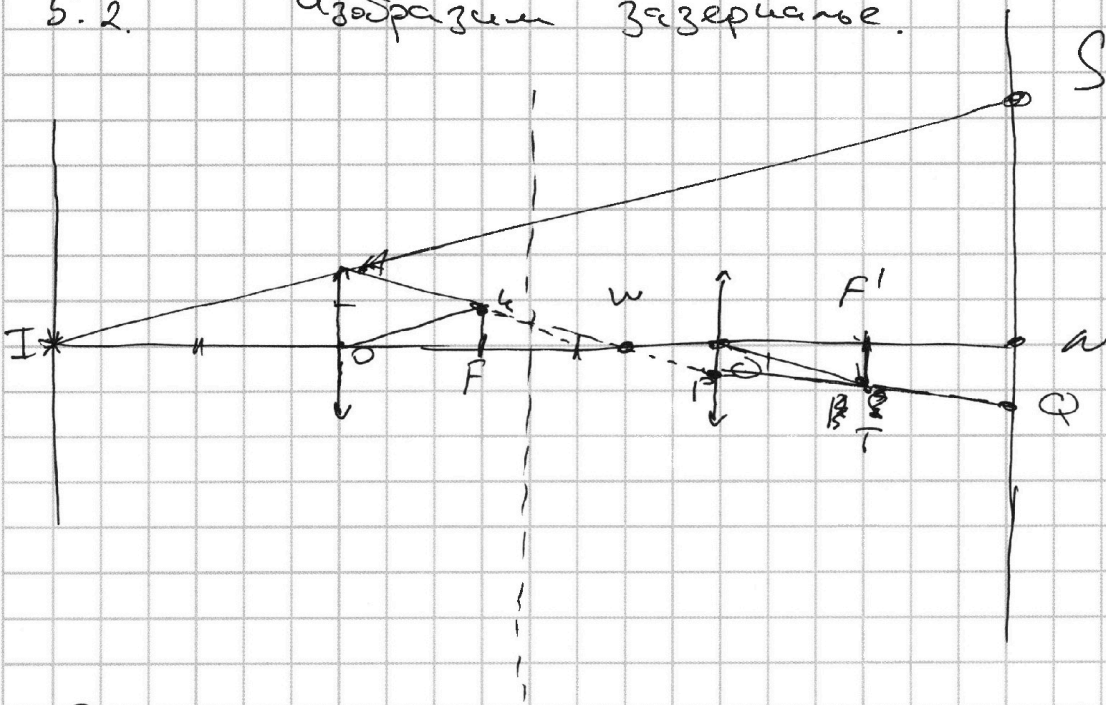
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.2. Изобразим зеркала.



Поскольку лампочка не может осветить стену напрямую, то площадь не освещенной части стены в зеркале будет равна площади не освещенной части стены.

такая же часть лучи $IS \rightarrow SA \rightarrow AI \rightarrow AO \rightarrow I$

$\Rightarrow SA \in \frac{10}{3}r$ и все что вне окружности с $R = SA$ будет освещено. Пусть прямой луч через

лучи IA тогда преломленный луч, пройдет через T (по построению из пред. пункта)

причем $KF = \frac{r}{2} \Rightarrow$ луч AK пересечет стену
лучи в T . P ; т.ч. $O'P = \frac{4r}{3}$ (из подобия $\triangle KFA$ и $\triangle KO'P$)
проведем через O'

прямую $c \parallel WP$ тогда

так как $TF' \perp AI$ $TE \subset c \Rightarrow$

$\Rightarrow TF' = \frac{r}{2} \Rightarrow PT \cap SA = Q$

и $\triangle PFT \sim \triangle QFT$

$(F'T - O'P) : (AQ - FT) = WF' : F'N = 1 : 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow AQ = \frac{2}{3}r$ аналогично по св-ву

симметрией лучи все внутри окружности

с радиусом $\frac{2}{3}r$ будет освещено

и преломленные лучи не осветят больше ничего



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) S_{\text{стен}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$2 \frac{100 \pi r^2}{9} - \frac{4 \pi r^2}{9} = 96 \pi \text{ см}$$

Ответ: 1) $S_{\text{стен}} = 24 \pi \text{ см}$

2) $S_{\text{стен}} = 96 \pi \text{ см}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$F_T = 4mg \cos \alpha_2$

$F_T = 4ma_2$

$(4mg \cos \alpha_2) - 4ma_2$

$(mg \sin \alpha_2) / 2 = ma_2$

$a_2 g = \frac{g}{2}$

F_2

F



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1
дано: $\alpha_1 = \frac{58}{13}$
 $\alpha_2 = \frac{58}{24}$
 m, α_1, α_2

Решение: 1) расставим силы

N, N_2 - силы реакции опоры на грузы и соответственно силы давления,
 F_{T1}, F_{T2} - силы трения.

Возьмем 2-е закон Ньютона для груза и цилиндра на ось ускорения и на ось \perp ускорения

справ:
$$\begin{cases} ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{T1} & (1) \\ N = mg \cos \alpha_1 & (2) \end{cases}$$

цилиндр движется без проскальзывания \Rightarrow
 Т.О. - МВР \Rightarrow УР(4)

условие отсутствия проскальзывания \Rightarrow

$$\begin{cases} ma_2 = mg \sin \alpha_2 & (3) \\ F_{T2} = mg \sin \alpha_2 & (4) \\ N_2 = 4mg \cos \alpha_2 & (5) \end{cases}$$

или поворачивая \Rightarrow по 2-му закону Ньютона на α_1

$$0 = F_{T1} \cos \alpha_1 - N \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{T2} \cos \alpha_2 \Rightarrow F_{T3} \quad (6)$$

(1) $\Leftrightarrow F_{T1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$
 (2) $\Leftrightarrow N = mg \cdot \frac{4}{5}$
 (3) $\Leftrightarrow mg \cdot \frac{5}{13} = 2mg \cdot \frac{5}{13}$ \Rightarrow подставим в (6)
 (4) $\Leftrightarrow F_{T2} = \frac{5}{13} mg$
 (5) $\Leftrightarrow N_2 = \frac{48}{13} mg$

$$0 = \frac{4}{5} \cdot \frac{14}{65} mg - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{5}{13} \cdot \frac{48}{13} mg - \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} mg \Rightarrow F_{T3}$$

$$F_{T3} = mg \left(\frac{56}{25 \cdot 13} - \frac{12}{25} + \frac{240}{13 \cdot 13} - \frac{60}{13 \cdot 13} \right) = mg \left(\frac{3200}{25 \cdot 13 \cdot 13} \right) = \frac{126}{169} mg$$

Ответ: $F_{T2} = \frac{14}{65} mg$, $F_{T3} = \frac{126}{169} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

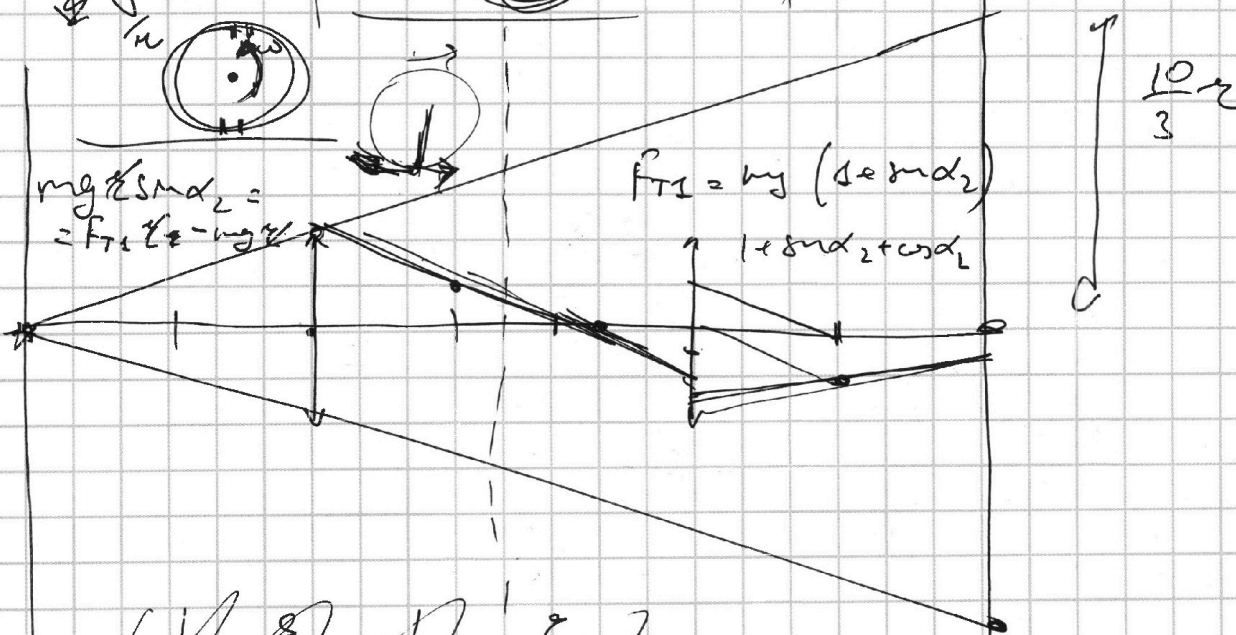
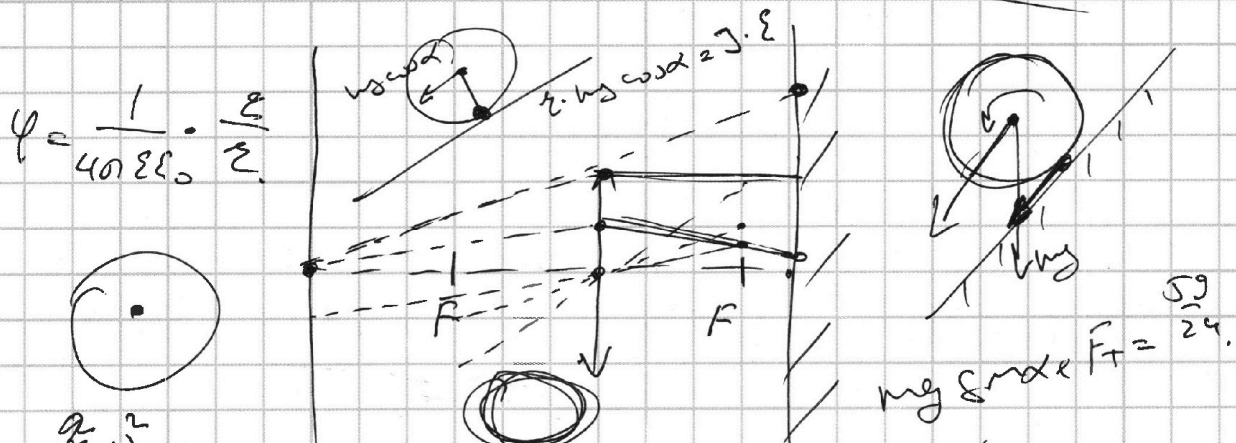
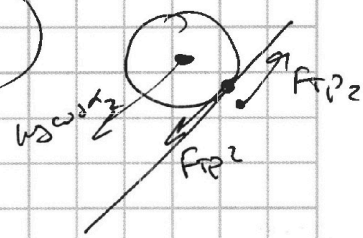
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = \frac{1}{5L} \left(\frac{dB_1}{dt} \cdot 2Sn + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S(10) \right)$$

$$(I - I_0) = \frac{1}{5L} \left((B_1 - B_{10}) Sn + \dots \right)$$



$$\left[\frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{(R_x - r)} \right]$$

$$= \frac{Q}{40\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{R_x^2 - r^2}{r R_x} \right) = \frac{Q}{40\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{R_x^2 - r^2}{R_x}$$

$$\left[\frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} \right)} \right]$$

$$\varphi = \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot Q \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} \right) = \frac{Q}{40\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{r - R_x}{r R_x} \right)$$

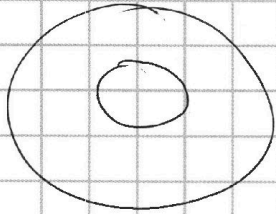


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{z} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{z} \right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{(\epsilon-1)R_x + z}{zR_x} \right)$$

$$\varphi(R_x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right) z} \left((\epsilon-1) \left(\frac{R}{4} + z \right) + z \right) =$$

~~$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{\frac{\epsilon}{4}R - z\epsilon - \frac{R}{4} + 2z}{\frac{Rz}{4} - z^2} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{\frac{\epsilon R}{4} - \epsilon z - \frac{R}{4} + 2z}{Rz - 4z^2} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon-1) + z(2-\epsilon)}{z(R-4z)} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0 \left(z + \frac{R}{4} \right) z} \left(\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right) - \frac{R}{4} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon-1) + \epsilon z}{4z^2 + Rz} \right) =$$~~