



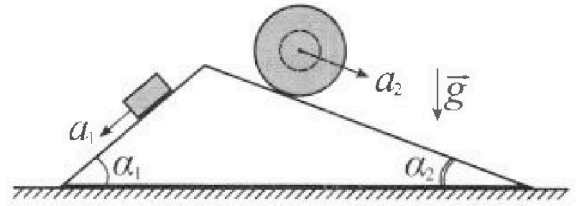
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-02



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 7g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $5m$  с ускорением  $a_2 = 8g/25$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ).

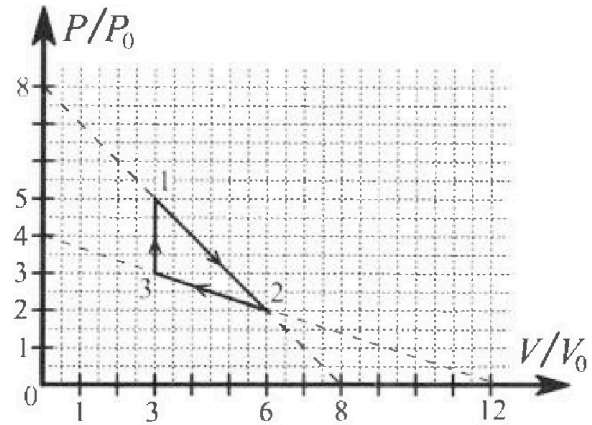


Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.



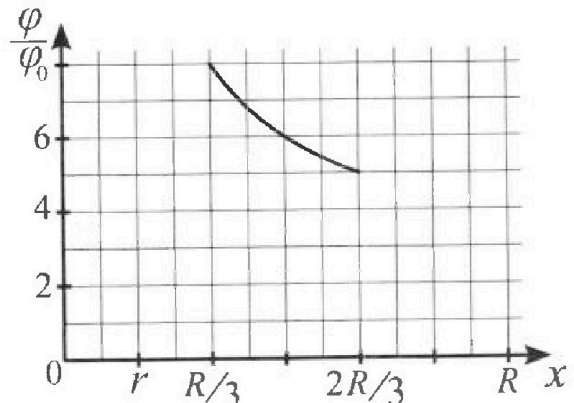
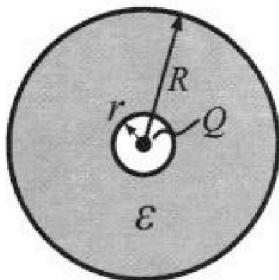
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.).

Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

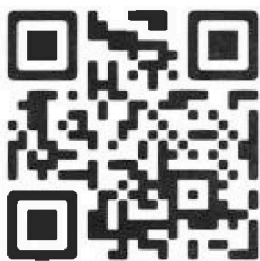
- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 3R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



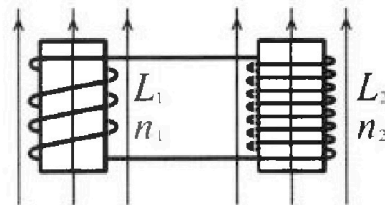
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

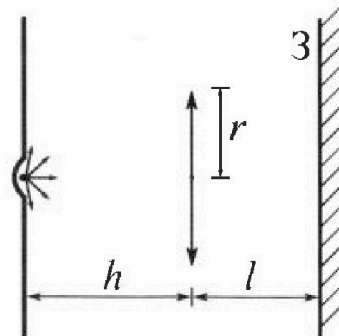


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $B_0/3$  до  $B_0/12$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 2$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $yl$ , где  $y$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N_1$

$$1) ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m\left(\frac{3}{5}g - \frac{7}{17}g\right) = \frac{16}{85}mg$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

2)  $5ma_2 = 5mg \sin \alpha_2 - F_2$

$$F_2 = 5m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 5m\left(\frac{8}{17}g - \frac{8}{25}g\right) = \frac{64}{85}mg$$

$$N_2 = 5mg \cos \alpha_2$$

3)  $N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 =$$

$$= \frac{16}{85}mg \cdot \frac{4}{5} + 5mg \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{15}{17} - mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{64}{85}mg \cdot \frac{15}{17} =$$

$$= \frac{92}{85}mg$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{16}{85}mg$ ; 2)  $F_2 = \frac{64}{85}mg$ ;  
3)  $F_3 = \frac{92}{85}mg$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2}$$

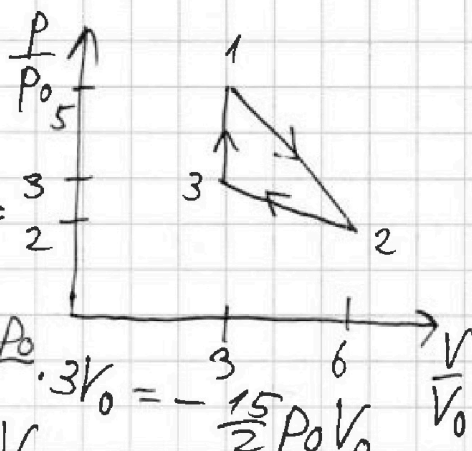
1)  $A_{31} = 0$

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{5p_0 + 2p_0}{2} \cdot 3V_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_3 - V_2) = -\frac{2p_0 + 3p_0}{2} \cdot 3V_0 = -\frac{15}{2} p_0 V_0$$

$$A_{1231} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 3p_0 V_0$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} (5p_0 \cdot 3V_0 - 3p_0 \cdot 3V_0) = \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0$$



$$\frac{|\Delta U_{31}|}{A_{1231}} = \frac{9p_0 V_0}{3p_0 V_0} = 3$$

2)  $p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{12p_0 V_0}{\nu R}$

$$pV = \nu RT \Rightarrow p dV + V dp = \nu R dT$$

$$T \rightarrow \max \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow p dV = -V dp$$

Процесс 1-2 является частью прямой, соединяющей точки  $(0; 8)$  и  $(8; 0) \Rightarrow \frac{dp}{dV}$  в любой точке процесса 1-2 является константой.

$$\frac{dp}{dV} = \frac{0 - 8p_0}{8V_0 - 0} = -\frac{p_0}{V_0}$$

$$\frac{p}{V} = -\frac{dp}{dV} = \frac{p_0}{V_0}$$

На прямой 1-2 есть точка с координатами  $(4; 4)$ , удовлетворяющая данному условию  $\Rightarrow 4p_0 \cdot 4V_0 = \nu R T_{12 \max}$

$$T_{12 \max} = \frac{16p_0 V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{12 \max}}{T_2} = \frac{16p_0 V_0}{12p_0 V_0} = \frac{4}{3}$$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) Q_{31+} = A_{31+} + \Delta U_{31} = 9 p_0 V_0$$

$$\oint Q_{12} = \oint A_{12} + dU_{12}$$

$$\oint A_{12} = p dV \quad dU_{12} = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

Найдём точку окончание подводения тепла 1-2!  $\oint Q_{12} = 0$

$$p dV + \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = 0 \Rightarrow 5p dV + 3V dp = 0$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{5p}{3V}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{p_0}{V_0} \Rightarrow \frac{5p}{3V} = \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow \frac{p}{V} = \frac{3p_0}{5V_0}$$

На прямой 1-2 это точка с координатами  $(5; 3)$

$$\Delta U_{12+} = \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 5V_0 - 3V_0 \cdot 5p_0) = 0$$

$$A_{12+} = \frac{3p_0 + 5p_0}{2} (5V_0 - 3V_0) = 4p_0 \cdot 2V_0 = 8p_0 V_0$$

$$Q_{12+} = \Delta U_{12+} + A_{12+} = 8p_0 V_0$$

Найдём точку окончание подводения тепла 2-3;  $\oint Q_{23} = 0$

$$5p dV + 3V dp = 0$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{5p}{3V}$$

$$\Rightarrow \frac{5p}{3V} = \frac{p_0}{3V_0} \Rightarrow \frac{p}{V} = \frac{p_0}{5V_0}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{4p_0 - 0}{12V_0 - 0} = -\frac{p_0}{3V_0}$$

точка, удовлетворяющая данному условию на процессе 2-3 не существует (точка на продолжении правее точки 2).

Значит, тепло в процессе 2-3 не подводится (м.к. процесс идёт в обратную сторону (справа налево)).

$$Q_{23+} = 0$$

$$Q_+ = Q_{31+} + Q_{23+} + Q_{12+} = 17 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_+} = \frac{3}{17} \quad \text{Объем: } 1) \frac{|\Delta U_{31}|}{A_{1231}} = 3; \quad 2) \frac{T_{12\max}}{T_2} = \frac{4}{3}; \quad 3) \eta = \frac{3}{17}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$1) E = - \frac{d\varphi}{dx}$$

$E_x = \frac{E_{x0}}{\epsilon}$ , где  $E_{x0}$  — напряжённость в вакууме.

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = E_{x0} \cdot 4\pi x^2$$

$$E_{x0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \Rightarrow E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}$$

$$d\varphi = -E_x dx = -\frac{Q dx}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{1}{x} \Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$$

$$\text{при } x = \frac{R}{2} \quad \varphi = 6\varphi_0 \Rightarrow \varphi_{\frac{3R}{4}} - \varphi_{\frac{R}{2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{4}{3R} - \frac{2}{R} \right) = -\frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} \Rightarrow \varphi_{\frac{3R}{4}} = \varphi_{\frac{R}{2}} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} = 6\varphi_0 - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$

Найдём  $\varphi_0$ : при  $x = \frac{R}{2} \quad \varphi = 6\varphi_0$ ; при  $x = \frac{2R}{3} \quad \varphi = 5\varphi_0$

$$\varphi_{\frac{2R}{3}} - \varphi_{\frac{R}{2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{3}{2R} - \frac{2}{R} \right) = -\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$

$$\varphi_0 = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 \epsilon R} \Rightarrow \varphi_{\frac{3R}{4}} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} = \frac{7Q}{12\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$

2) Укажем тот факт, что потенциал на бесконечности равен нулю!

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}; \quad E_{x0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d\varphi_x = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right) - \text{внутри}$$

$$d\varphi_x = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi_2' - \varphi_1' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'}\right) - \text{снаружи}$$

Найдём потенциал в точке  $x=R$ :

$$\varphi_2^R - \varphi_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \Rightarrow \varphi_R = b\varphi_0 - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon R}$$

$$\varphi_R - \varphi_\infty = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$\frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow \epsilon = 2$$

Ответ: 1)  $\varphi_x = \frac{7Q}{12\pi\epsilon_0\epsilon R}$ ; 2)  $\epsilon = 2$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24

1)  $\varphi_{эл.} = BS$  (элементарный поток через 1 виток)

$$\varphi_1 = N_1 \varphi_{эл.1} = N_1 B_1 S$$

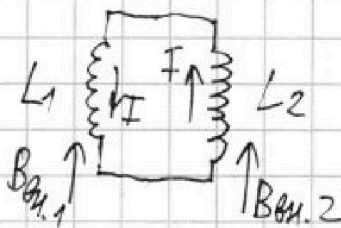
$$\varphi_2 = N_2 \varphi_{эл.2} = N_2 B_2 S$$

Сопоставление клем  $\Rightarrow$  поток магнитного поля сохраняется,  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = N_1 B_1 S + N_2 B_2 S = const$

$$\varphi = const \Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = 0; \quad \frac{d\varphi_1}{dt}_{внеш.} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot N_1 S = -L N_1 S$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt}_{соем.} = -L_1 \frac{dI}{dt}; \quad \frac{d\varphi_2}{dt}_{соем.} = L_2 \frac{dI}{dt}$$

(по направлению ток в катушке сонаправлен с током в катушке, поэтому на один из катушек знак минус, другой наоборот)



$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi_1}{dt}_{внеш.} + \frac{d\varphi_1}{dt}_{соем.} + \frac{d\varphi_2}{dt}_{соем.} = -L N_1 S + (L_2 - L_1) \frac{dI}{dt}$$

$$\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{L N_1 S}{L_2 - L_1} = \frac{L N S}{8L}$$

$$2) \varphi_{10} = N_1 B_1 S = n B_0 S$$

$$\varphi_{20} = N_2 B_2 S = n B_0 S$$

$$\varphi_0 = \varphi_{10} + \varphi_{20} = 2n B_0 S$$

$$\varphi_{эл.} = \varphi_{1эл.} + \varphi_{2эл.} = N_1 B_1' S + N_2 B_2' S = \frac{2}{3} n B_0 S + \frac{1}{4} n B_0 S = \frac{11}{12} n B_0 S$$

$$\varphi = const = \varphi_0 \Rightarrow \varphi_{соем.} + \varphi_{эл.} = \varphi_0 \Rightarrow \varphi_{соем.} = \frac{13}{12} n B_0 S$$

$$\varphi_{соем.} = (L_2 - L_1) I \Rightarrow I = \frac{13 n B_0 S}{12(L_2 - L_1)} = \frac{13 n B_0 S}{96L}$$

Ответ: 1)  $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{L N S}{8L}$ ; 2)  $|I| = \frac{13 n B_0 S}{96L}$ .





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

используем формулу тонкой линзы:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ , где  $a$  - расстояние от источника до линзы;  $b$  - расстояние от изображения до линзы;  $F$  - фокусное расстояние линзы.  
 $\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow b = \frac{hF}{h-F} = -2h$ , то есть изображение мнимое, находится на расстоянии  $2h$  слева от линзы.

В реальности существует стека и зеркало, что даст свои поправки, но этот факт поместит при построении лучей в ходе решения.

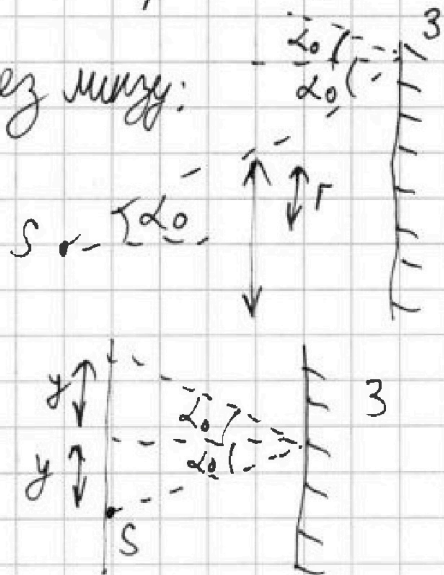
Рассмотрим лучи, не прошедшие через линзу:

$$tg \alpha_0 = \frac{r}{h}$$

$$y = (h+l) tg \alpha = b \frac{r}{h} = 2r$$

т.к. угол падения равен углу отражения  $\Rightarrow$  луч вернется на стену на высоте  $2y = 4r$ .

То есть, такая с  $R_0 = 4r = 8cm$  от источника  $S$  будет такая область.



Рассмотрим лучи, прошедшие через линзу:

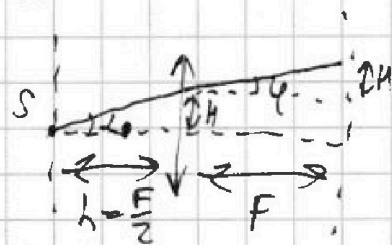
Вспомогательное свойство, что все параллельные лучи проходят через одну точку фокальной плоскости.

Пусть луч пересекает линзу на высоте  $H$ :

Значит, фокальную плоскость  $OK$  пересечем на высоте  $2H$  (т.к.  $h = \frac{F}{2}$ )  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow tg \varphi = \frac{H}{F}; tg \alpha = \frac{H}{h} = \frac{2H}{F}$$

т.к. за линзой зеркало  $\Rightarrow$  до фокальной плоскости луч не пойдет.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Луч вертикален на линзу на  $H$  выше точки падения (м.к.  $f = \frac{F}{2}$ )

$2H < \Gamma \Rightarrow$  луч снова преломится в линзе.

Рассмотрим ситуацию  $\frac{F}{2} < H < \Gamma \Rightarrow$  на стену луч

вертикален на  $\frac{5H}{2}$  выше  $S \Rightarrow R_1 = \frac{5H}{2} \Rightarrow R_1 \in (\frac{5\Gamma}{4}; \frac{5\Gamma}{2})$

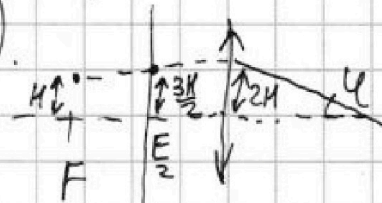
Рассмотрим ситуацию, когда  $H < \frac{F}{2}$ :

луч должен пересечь оптическую ось на высоте

$x = F \tan \varphi = H$ . Значит, стену он пересечет на высоте

$\frac{3H}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{3H}{2} \Rightarrow R_2 \in (0; \frac{3\Gamma}{4})$ .

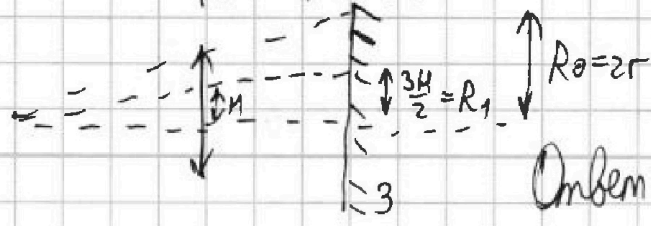
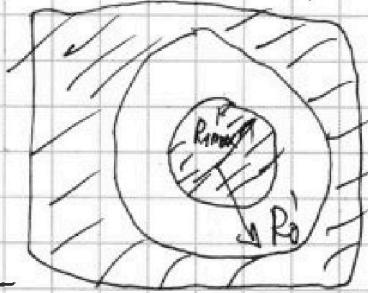
Итак, картина на стене:  
(штриховка - освещенная область).



$$2) S_{cm} = \pi(R_0^2 - R_{1max}^2) + \pi(R_{1min}^2 - R_{2max}^2) = \pi(16\Gamma^2 - \frac{25\Gamma^2}{4} + \frac{25\Gamma^2}{16} - \frac{9\Gamma^2}{16}) = 43\pi\Gamma^2$$

$$1) R_0' = 2\Gamma \\ R_1' = \frac{3H}{2} \Rightarrow R_{1max}' = \frac{3\Gamma}{2} \\ S = \pi(R_0'^2 - R_{1max}'^2) = \pi(4\Gamma^2 - \frac{9\Gamma^2}{4}) = 7\pi\Gamma^2$$

Итак, картина на зеркале:



Объем: 1)  $S_3 = 7\pi\Gamma^2$ ; 2)  $S_{cm} = 43\pi\Gamma^2$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4  $B = \mu_0 n I$ , где  $n$  - плотность витков *через виток*

1)  $\Phi_{эл.} = BS$  (элементарный поток через 1 виток)

$$\Phi_1 = N_1 \Phi_{эл.1} = N_1 B_1 S$$

$$\Phi_2 = N_2 \Phi_{эл.2} = N_2 B_2 S$$

Сопоставление кем  $\Rightarrow$  ток максимум *и* все  
сохраняется.  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = N_1 B_1 S + N_2 B_2 S = \text{const}$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 ; \quad \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{dB_1}{dt} \cdot N_1 S = -\alpha N_1 S$$

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{dI}{dt} ; \quad \frac{d\Phi_2}{dt} = L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} = -\alpha N_1 S + (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\alpha N_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha N S}{8L}$$

$$2) \Phi_{10} = N_1 B_1 S = n B_0 S$$

$$\Phi_{20} = N_2 B_2 S = n B_0 S$$

$$\Phi_0 = \Phi_{10} + \Phi_{20} = 2n B_0 S$$

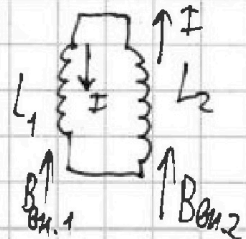
$$\Phi_{эл.}' = \Phi_{1эл.}' + \Phi_{2эл.}' = N_1 B_1' S + N_2 B_2' S = \frac{2}{3} n B_0 S + \frac{1}{4} n B_0 S = \frac{11}{12} n B_0 S$$

$$\Phi = \text{const} = \Phi_0 \Rightarrow \Phi_{свем.} + \Phi_{эл.}' = \Phi_0 \Rightarrow \Phi_{свем.} = \frac{13}{12} n B_0 S$$

$$(L_2 - L_1) I = \Phi_{свем.} \Rightarrow I = \frac{13 n B_0 S}{12(L_2 - L_1)} = \frac{13 n B_0 S}{96L}$$

Ток в катушке *смагнет* или с током  
в катушке, потому разность индуктивностей.

$$\text{Ответ: } 1) \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\alpha N S}{8L} ; \quad 2) |I| = \frac{13 n B_0 S}{96L}$$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Черновик

$$3) A_{1231} = 3p_0V_0$$

$$Q_{31+} = A_{31} + \Delta U_{31} = 9p_0V_0$$

$$\delta Q_{12} = \delta A_{12} + dU_{12}$$

$$\delta A_{12} = p dV \quad dU_{12} = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

На границе между окружностями совершается работа;  $\delta Q_{12} = 0$

$$p dV + \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = 0 \Rightarrow 5p dV + 3V dp = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{5p}{3V} \Rightarrow \frac{5p}{3V} = \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow \frac{p}{V} = \frac{3p_0}{5V_0}$$

На границе 1-2 это точка с координатами (5; 3)

$$\Delta U_{12+} = \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 5V_0 - 3V_0 \cdot 5p_0) = 0$$

$$A_{12+} = \frac{3p_0 + 5p_0}{2} (5V_0 - 3V_0) = 4p_0 \cdot 2V_0 = 8p_0V_0$$

$$Q_{12+} = \Delta U_{12+} + A_{12+} = 8p_0V_0$$

На границе между окружностями совершается работа 2-3:  $\delta Q_{23} = 0$

$$5p dV + 3V dp = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{5p}{3V} \Rightarrow \frac{5p}{3V} = \frac{p_0}{3V_0} \Rightarrow \frac{p}{V} = \frac{p_0}{5V_0}$$

точка соответствует границе условию на 2-3 не лежит (только на продолжении) правее точки 2

Значит, тепло в процессе 2-3 не совершается, т.к. процесс в обратную сторону (справа налево)

$$Q_+ = Q_{31+} + Q_{23+} + Q_{12+} = 17p_0V_0 \quad Q_{23+} = 0$$

$$2 = \frac{A_{1231}}{Q_+} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1)  $\frac{15V_{31}}{A_{1231}} = 3$ ; 2)  $\frac{T_{2max}}{T_2} = \frac{4}{3}$ ; 3)  $2 = \frac{3}{17}$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

1)  $A_{31} = 0$

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{5p_0 + 3p_0}{2} \cdot 3V_0 = \frac{24p_0V_0}{2}$$

$$A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{3p_0 + 3p_0}{2} \cdot 3V_0 = -\frac{18p_0V_0}{2}$$

$$A_{1231} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 3p_0V_0$$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} (p_1V_1 - p_3V_3) = \frac{3}{2} (5p_0 \cdot 3V_0 - 3p_0 \cdot 3V_0) = \frac{3}{2} (15p_0V_0 - 9p_0V_0) = \frac{3}{2} \cdot 6p_0V_0 = 9p_0V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{31}|}{A_{1231}} = \frac{9p_0V_0}{3p_0V_0} = 3$$

2)  $p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{12p_0V_0}{\nu R}$

$$pV = \nu RT \Rightarrow p dV + V dp = \nu R dT$$

$$T \rightarrow \max \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow p dV = -V dp$$

Процесс 1-2 является частью прямой, соединяющей точки  $(0; 8)$  и  $(8; 0)$   $\Rightarrow \frac{dp}{dV}$  в любой точке процесса 1-2 является константой.

$$\frac{dp}{dV} = \frac{0 - 8p_0}{8V_0 - 0} = -\frac{p_0}{V_0}$$

$$\frac{p}{V} = -\frac{dp}{dV} = \frac{p_0}{V_0}$$

На прямой 1-2 есть точка с координатами  $(4; 4)$ , удовлетворяющая данному условию  $\Rightarrow 4p_0 \cdot 4V_0 = \nu R T_{12\max}$

$$T_{12\max} = \frac{16p_0V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{12\max}}{T_2} = \frac{16p_0V_0}{12p_0V_0} = \frac{4}{3}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$N_1$   
 $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$   
 $N_1 = mg \cos \alpha_1$   
 $5ma_2 = 5mg \sin \alpha_2 - F_2$   
 $N_2 = 5mg \cos \alpha_2$

$N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$

1)  $F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m\left(\frac{3}{5}g - \frac{7}{17}g\right) = \frac{81 - 35}{85}mg = \frac{16}{85}mg$

2)  $F_2 = 5m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 5m\left(\frac{8}{17}g - \frac{8}{25}g\right) = 40mg \cdot \frac{25 - 17}{25 \cdot 17} = \frac{40 \cdot 8}{25 \cdot 17}mg = \frac{64}{85}mg$

3)  $F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 =$   
 $= \frac{16}{85}mg \cdot \frac{4}{5} + 5mg \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{15}{17} - mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{64}{85}mg \cdot \frac{15}{17} =$   
 $= mg \left( \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{17 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 15}{17 \cdot 17} - \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5} - \frac{8 \cdot 8 \cdot 15}{5 \cdot 17 \cdot 17} \right) = mg \left( \frac{64 - 12 \cdot 17}{17 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{25 \cdot 8 \cdot 15 - 8 \cdot 8 \cdot 15}{5 \cdot 17 \cdot 17} \right) =$   
 $= mg \left( -\frac{140}{17 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 3}{17} \right) = mg \left( \frac{24}{17} - \frac{28}{17 \cdot 5} \right) = mg \left( \frac{120 - 28}{17 \cdot 5} \right) =$   
 $= mg \frac{92}{17 \cdot 5} = \frac{92}{85}mg$

Ответ: 1)  $\frac{16}{85}mg$ ; 2)  $\frac{64}{85}mg$ ; 3)  $\frac{92}{85}mg$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

лучь вернется на линзу на  $H$  выше точки падения.

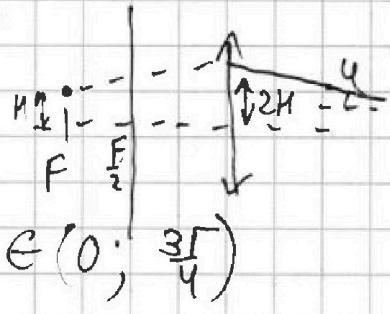
$3H < \Gamma \Rightarrow$  луч снова выскочит в линзе (н.м.к. на расстоянии  $\frac{\Gamma}{2}$  от центра зеркала).

$H < \frac{\Gamma}{2} = 1 \text{ см.}$

Рассмотрим ситуацию  $\frac{\Gamma}{2} < H < \Gamma \rightarrow$  на стену луч вернется на  $R_1 = \frac{5H}{2}$  выше  $S. \Rightarrow R_1 \in (\frac{5\Gamma}{4}; \frac{5\Gamma}{2})$

Рассмотрим ситуацию, когда  $H < \frac{\Gamma}{2}$ : луч должен пересечь оптическую ось на высоте  $x = \tan \varphi \cdot F = H$

Значит, стену он пересечет на высоте  $\frac{3H}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{3H}{2} \Rightarrow R_2 \in (0; \frac{3\Gamma}{4})$



Угол, картинка на стене:

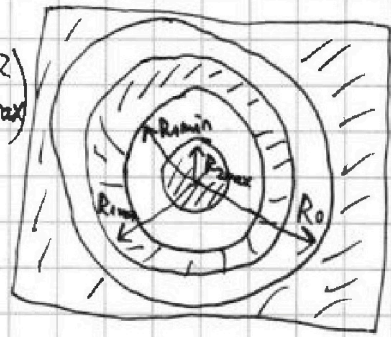
штриховка - освещенная область.

$$2) S = \pi(R_0^2 - R_{1\max}^2) + \pi(R_{1\min}^2 - R_{2\max}^2)$$

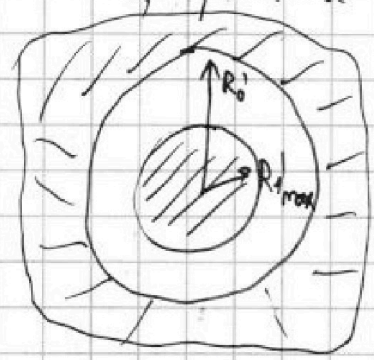
$$= \pi(16\Gamma^2 - \frac{25\Gamma^2}{4} + \frac{25\Gamma^2}{16} - \frac{9\Gamma^2}{16}) =$$

$$= \pi(17\Gamma^2 - 6,25\Gamma^2) = 10,75\pi\Gamma^2 =$$

$$= 43\pi \text{ см}^2$$



1) Угол, картинка на зеркале:



$R_0' = 2\Gamma$

$R_1' = \frac{3H}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{1\max} = \frac{3\Gamma}{2}$

$S = \pi(R_0'^2 - R_{1\max}^2) = \pi(4\Gamma^2 - \frac{9\Gamma^2}{4}) =$

$= \pi(16 - 9) = 7\pi \text{ см}^2$



Ответ: 1)  $S_z = 7\pi \text{ см}^2$ ; 2)  $S_{\text{ст}} = 43\pi \text{ см}^2$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/5 Черновик

используем формулу тонкой

линзы:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ ,  $a$  - расстояние от источника до линзы;  
 $b$  - расстояние от изображения до линзы;  $F$  - фокусное расстояние

линзы.  $\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{h-F}{hF} \Rightarrow b = \frac{hF}{h-F} = \frac{2h^2}{-h} = -2h$ ,  
то есть изображение мнимое, находится на расстоянии  $2h$   
~~от~~ от линзы.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}$$

Рассмотрим лучи, не прошедшие

через линзу:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h}$

$$y = (h+l) \operatorname{tg} \alpha = \frac{h+l}{h} r = 2r$$

т.к. углы падения равны углу отражения  $\Rightarrow$  вернется на ступу  
луч на высоте  $2y = 4r$ . То есть,  
каждая с  $R_0 = 4r = 8 \text{ см}$  от  
источника  $S$  будет сплошная  
объемная область.

Рассмотрим лучи, прошедшие

через линзу.

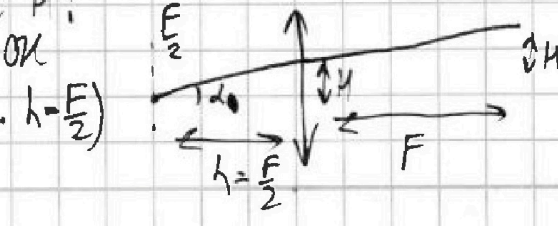
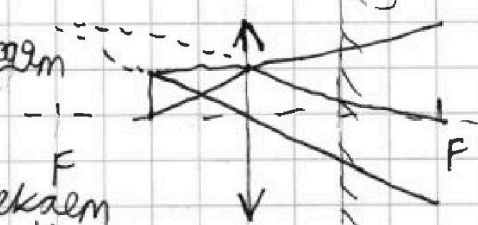
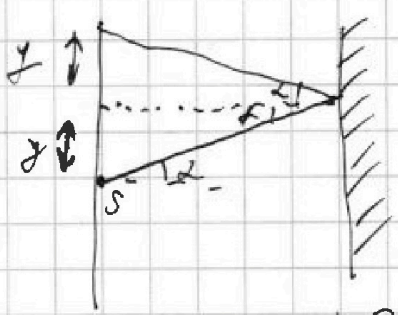
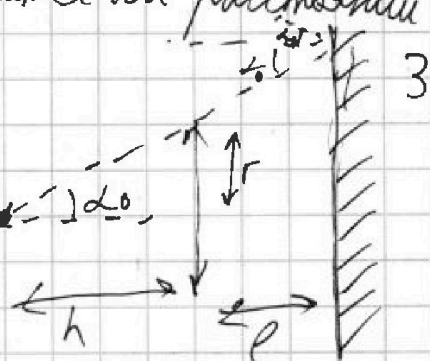
Вспомогательное осязком, что  
все параллельные лучи проходят  
через одну точку оптической

оси. Пусть луч пересекает  
расширяющую линзу на высоте  $H$ ;

знаем оптическую ось  $OK$

пересечем на высоте  $2H$  (т.к.  $h = \frac{F}{2}$ )

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{H}{F}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{h} = \frac{2H}{F}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Используем то, что потенциал на бесконечности равен нулю:  $E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^2}$ ;  $E_{x_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$

$d\varphi_x = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right)$  - формула для потенциала

$d\varphi_x = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi_2' - \varphi_1' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'}\right)$

Найдём потенциал в точке  $x=R$ :

$\varphi_{\frac{R}{2}} - \varphi_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \Rightarrow \varphi_R = 6\varphi_0 - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$

$\varphi_{\frac{R}{2}} - \varphi_R = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$

$\varphi_{\frac{R}{2}} - \varphi_R = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow \epsilon = 2$

Ответ: 1)  $\varphi_x = \frac{7Q}{12\pi\epsilon_0\epsilon R}$ ; 2)  $\epsilon = 2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

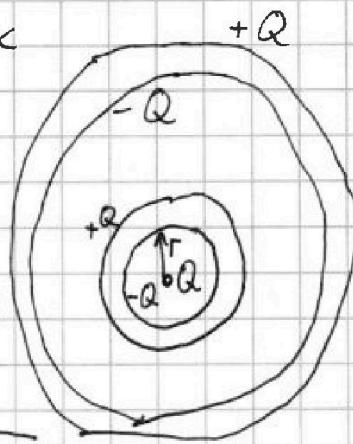
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3  
1)  $E_x = - \frac{d\varphi}{dx}$

$E_x = \frac{E_{x0}}{\epsilon}$ , где  $E_{x0}$  — напряженность в вакууме.  
 $\frac{Q}{\epsilon_0} = E_{x0} \cdot 4\pi x^2$

$E_{x0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \Rightarrow E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}$



$d\varphi = -E_x dx = -\frac{Q dx}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}$

$\int d\varphi = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \int \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{1}{x} \Big|_{x_1}^{x_2}$

$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$

при  $x = \frac{R}{2}$   $\varphi = 6\varphi_0 \Rightarrow \varphi_{\frac{R}{2}} - \varphi_{\frac{3R}{4}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{4}{3R} - \frac{2}{R} \right) =$   
 $= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \cdot \left( -\frac{2}{3R} \right) = -\frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} \Rightarrow \varphi_{\frac{3R}{4}} = \varphi_{\frac{R}{2}} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} = 6\varphi_0 - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R}$

при  $x = \frac{2R}{3}$   $\varphi = 5\varphi_0 \Rightarrow \varphi_{\frac{2R}{3}} - \varphi_{\frac{3R}{4}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{4}{3R} - \frac{3}{2R} \right) =$   
 $= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \cdot \left( -\frac{1}{6R} \right) = -\frac{Q}{24\pi\epsilon_0 \epsilon R}$

Найти  $\varphi_0$ : при  $x = \frac{R}{2}$   $\varphi = 6\varphi_0$ ; при  $x = \frac{2R}{3}$   $\varphi = 5\varphi_0$ .

$\varphi_{\frac{2R}{3}} - \varphi_{\frac{R}{2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( \frac{3}{2R} - \frac{2}{R} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left( -\frac{1}{2R} \right) = -\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 \epsilon R}$   
 $\varphi_0 = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 \epsilon R} \Rightarrow \varphi_{\frac{3R}{4}} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} - \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \epsilon R} = \frac{7Q}{12\pi\epsilon_0 \epsilon R}$