



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

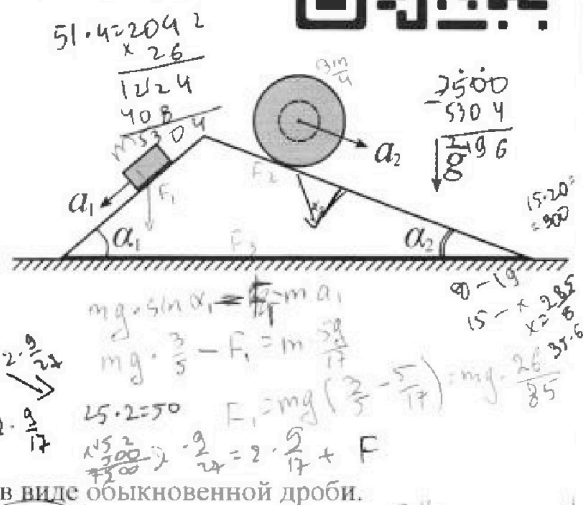


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

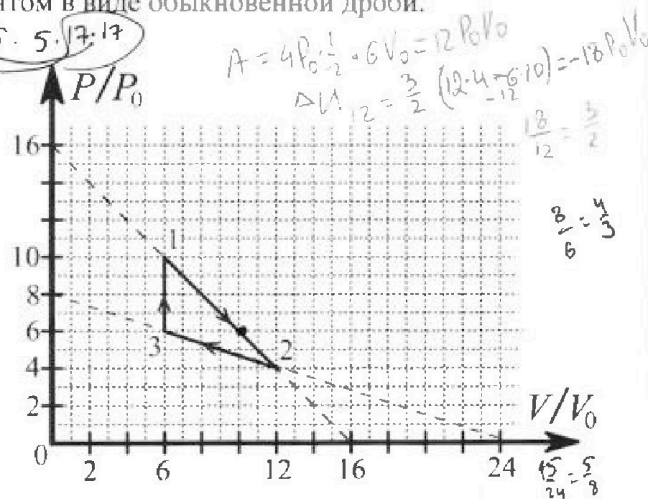
Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.



2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

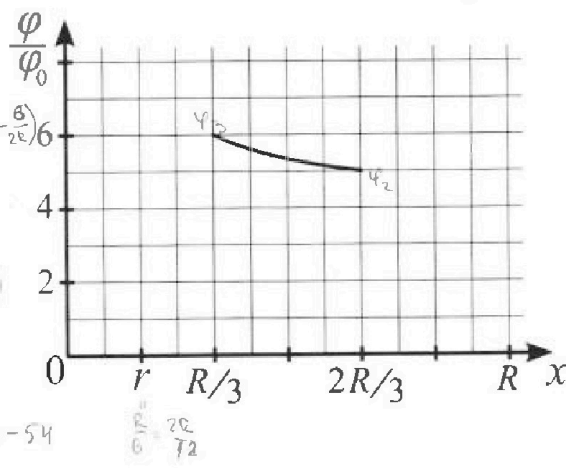
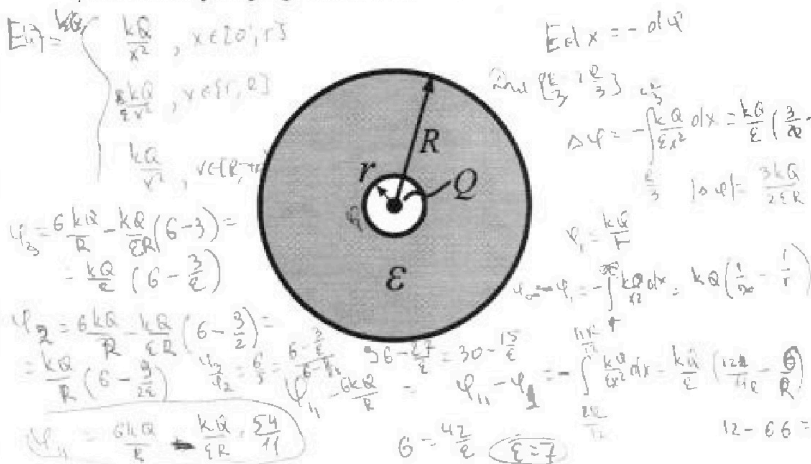
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.



3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  - потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

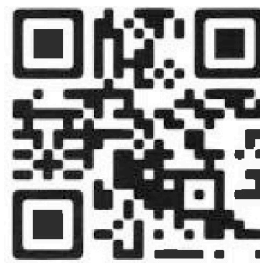
- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



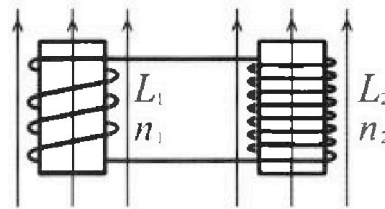
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.



Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



$$\frac{d\Phi}{dt} = L_1 \frac{dI}{dt} + d(n_2 B S) = L_1 \frac{dI}{dt} - \alpha n_2 S = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$I = \frac{\alpha n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha n S}{L + \frac{9L}{4}} = \frac{4}{13} \alpha n S$$

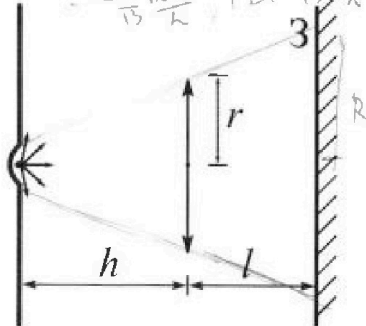
- С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

$$\Phi_0 = B_0 \cdot n_1 S - 4B_0 \cdot n_2 S = \frac{3B_0}{4} n_1 S - 8B_0 n_2 S + (L_1 + L_2) I$$

$$B_0 S (n_1 - 8n_2) = -5B_0 n_2 S = B_0 n S \left( \frac{3}{4} - \frac{8 \cdot 3}{2} \right) + \frac{13}{4} L I$$

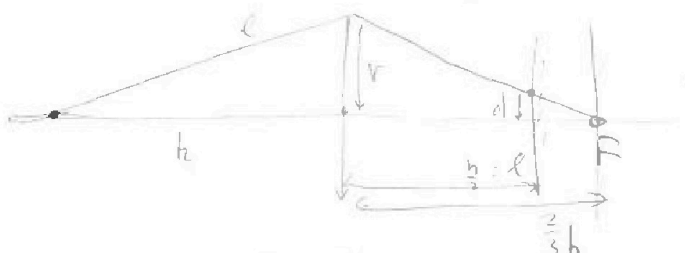
$$I = \frac{4}{13 L} \frac{B_0 n S}{2} \left( 4 - 5 - \frac{3}{4} \right) = -\frac{7}{13} \frac{B_0 n S}{L}, \quad |I| = \frac{7}{13} \frac{B_0 n S}{L}$$

В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma \pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



$$\frac{r}{F} = \frac{d}{F-l} \Rightarrow d = r \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right)^{-1} = r \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right)^{-1} = r \cdot \frac{1}{\frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = \frac{r}{\frac{1}{6} - \frac{1}{4}}$$

$$\frac{R}{h+l} = \frac{r}{h} \Rightarrow R = r \cdot \frac{h+l}{h} = r \cdot \frac{1+\frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{2} r$$

$$S = \pi r^2 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{35}{16} = \pi \cdot 16 \text{ см}^2 \cdot \frac{35}{16} = 35 \pi \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2h} = \frac{2}{2h} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2h} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2h} \quad x = 2h$$

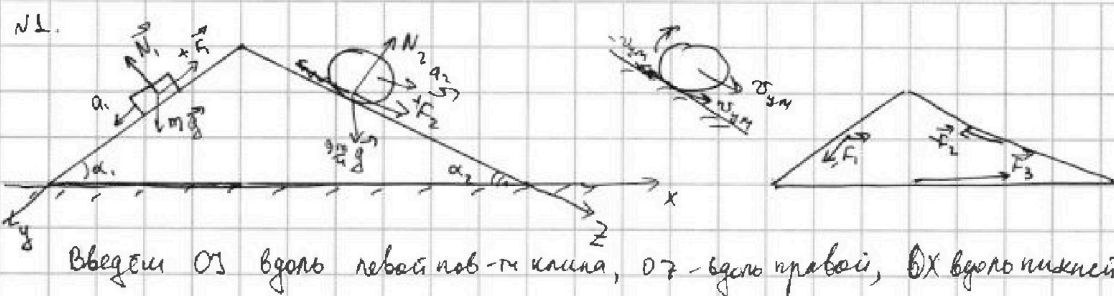


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем  $Oz$  вдоль левой пов-ти клина,  $Ox$  - вдоль правой,  $Oy$  вдоль нижней (ст. пр.)

На шарик действуют: сила тяжести  $mg$  (вниз), сила корн. реакции  $N_2$  ( $\perp Oz$ ), сила трения  $F_1 \uparrow \perp Oz$   $\Rightarrow$  по 2-у Ньютона в проекции на  $Oz$ :  $ma_1 = mg \cdot \sin \alpha_1 - F_1$   
 $\Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left( \frac{2}{5} - \frac{5}{17} \right) = mg \cdot \frac{26}{85} = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17}$

$F_2'$  - проекция  $F_2$  на  $Oz$

~~Т.к. шар движется  $\downarrow$  по склону, то касательная к шару имеет ненулевую скорость. При этом скорость (как ускорение) центра (масс) шара направлена вниз по склону  $\Rightarrow$  скорость касательной точки отн. к ш. шара направлена 'вверх' по склону. Таким образом, сила трения препятствует проскальзыванию этой точки вверх  $\Rightarrow$  сила  $F_2$   $\uparrow$  на  $Oz$ . Кроме того, на шар действуют сила корн. реакции  $N_2$  ( $\perp Oz$ ) и сила тяжести  $\frac{9m}{4}g$  (вниз)  $\Rightarrow$  по 2-у Ньютона в проекции на  $Oz$ :  
 Т.о. движется ш. м.~~

$$\frac{9m}{4} a_2 = \frac{9m}{4} g \cdot \sin \alpha_2 + F_2' \Rightarrow F_2' = \frac{9m}{4} g \left( \frac{8}{27} - \frac{8}{17} \right) = mg \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{8 \cdot (17-27)}{27 \cdot 17} = -\frac{20mg}{51} \Rightarrow |F_2| = \frac{20mg}{51}$$

По 3-у Ньютона на клин действуют силы  $-F_1$  и  $-F_2$ .

Кроме того, вертикальные сила тяжести и корн. реакция стола, а также горизонтальная сила  $F_3$ . Т.к. клин покоится,

$$F_{3x} + (-F_1)_x + (-F_2)_x = 0 \Rightarrow F_{3x} = F_{1x} + F_{2x}$$

$$F_{3x} = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17} \cdot \cos \alpha_1 + F_2' \cdot \cos \alpha_2 = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17} \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{20}{3 \cdot 17} \cdot \frac{15}{17}$$

$$F_{3x} = mg \cdot \frac{26 \cdot 4 \cdot 51 - 25 \cdot 20 \cdot 15}{4335} = mg \cdot \frac{5304 - 7500}{4335} = -mg \cdot \frac{2196}{4335}$$

Ответ: 1)  $F_1 = mg \cdot \frac{26}{85}$ ; 2)  $F_2 = \frac{20mg}{51}$ ; 3)  $F_3 = mg \cdot \frac{2196}{4335}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

1) Работа газа в цикле соответствует площади на графике  $P(V)$ , ограниченной этими циклом. В данном случае ~~или~~  $P_0$  и  $V_0 \rightarrow$  надо площадь дописать на  $P_0 V_0$ .  
Цикл - трапеция. Его основание  $(10 \frac{P_0}{V_0} - 6 \frac{P_0}{V_0}) = 4 \frac{P_0}{V_0}$ , высота  $(12 - 6) \frac{P_0}{V_0} = 6 \frac{P_0}{V_0}$   
 $\Rightarrow$  Работа газа за весь цикл  $A = \frac{1}{2} \cdot P_0 V_0 \cdot 4 \cdot 6 = 12 P_0 V_0$ .

В состоянии 2 внутренняя энергия газа  $U_2 = \frac{3}{2} \cdot 4 P_0 \cdot 12 V_0$ , в 1:  $U_1 = \frac{3}{2} \cdot 10 P_0 \cdot 6 V_0$   
 $\Rightarrow |U_{12}| = |U_2 - U_1| = \frac{3}{2} P_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 6 \cdot 10) = 18 P_0 V_0$ .

$$\frac{|U_{12}|}{A} = \frac{18 P_0 V_0}{12 P_0 V_0} = \frac{3}{2} = 1,5$$

2) В состоянии 3 по ур. Менделеева-Клапейрона  $6 P_0 \cdot 6 V_0 = \nu R T_3$  ( $\nu$  - кол-во газа,  $T_3$  - темп. в состоянии 3)  
 $\Rightarrow T_3 = 36 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$

Процесс 1-2 описывается как  $\frac{P}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$  (из графика); или  $P = P_0 (16 - \frac{V}{V_0})$

По ур С для газа в произв. моменте  $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{1}{\nu R} \cdot pV$

Для процесса 1-2  $T = \frac{1}{\nu R} \cdot P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot V = \tau T(V)$  - парабола

ветвей вниз  $\Rightarrow$  на этой прямой макс.  $T$  при  $V = -\frac{16}{2} \cdot V_0 = 8 V_0$ .  $8 V_0$  лежит

в процессе 1-2 ( $6 < 8 < 12$ )  $\Rightarrow$  в процессе 1-2  $T_{max} = \frac{1}{\nu R} \cdot P_0 \cdot 8 V_0 (16 - 8)$

$$T_{max} = 64 \frac{P_0 V_0}{\nu R} \quad \frac{T_{max}}{T_3} = \frac{64}{36} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

3) КПД цикла  $\eta = \frac{A}{Q_+}$ , где  $Q_+$  - подведенное к газу тепло.

В процессе 3-1 по I началу термодинамики  $\delta Q_3 = \frac{3}{2} p dV + V dp = \frac{3}{2} \cdot 6 V_0 \cdot dp > 0$

$\Rightarrow$  на всем процессе 3-1  $Q_3 = Q_3 = 9 V_0 \cdot (10 - 6) P_0 = 36 P_0 V_0 > 0$ , тепло только подводится.

В процессе 1-2  $P = P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) \Rightarrow$  по I началу  $\delta Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot (P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) dV + V \cdot (-\frac{P_0}{V_0} dV)) + P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) dV$

$\Rightarrow dP = -dV \cdot \frac{P_0}{V_0}$   
 $\delta Q_{12} = P_0 (40 dV - 4 \frac{V dV}{V_0}) = 4 P_0 \cdot dV (10 - \frac{V}{V_0})$ . В процессе 1-2  $dV > 0$ ,  $P_0 > 0 \Rightarrow \delta Q_{12} > 0$

тогда и только тогда, когда  $10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Leftrightarrow V < 10 V_0$ .  $\Rightarrow$  Подведенное к газу тепло

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot (6 P_0 \cdot 10 V_0 - 10 P_0 \cdot 6 V_0) + \frac{10 P_0 \cdot 16 A}{2} \cdot (10 V_0 - 6 V_0) = 32 P_0 V_0$$

В процессе 2-3  $P = P_0 (8 - \frac{2V}{3V_0}) = P_0 (8 - \frac{2V}{3V_0}) \Rightarrow$  по I началу термодинамики  $\delta Q_{23} = \frac{5}{2} P_0 dV + \frac{2}{3} V dP$

$$\delta Q_{23} = \frac{5}{2} \cdot P_0 \cdot (8 - \frac{2V}{3V_0}) dV + \frac{2}{3} V \cdot (-dV \cdot \frac{P_0}{3V_0}) = P_0 dV (20 - \frac{5V}{6V_0} - \frac{2V}{3V_0}) = P_0 dV (20 - \frac{4V}{3V_0}) = 4 P_0 dV (5 - \frac{V}{3V_0})$$

Здесь  $dV < 0$ ,  $P_0 > 0 \Rightarrow \delta Q_{23} > 0$  при  $5 < \frac{V}{3V_0}$ ,  $V > 15 V_0$ . В нашем процессе не реализуется

$$\Rightarrow Q_+ = Q_{12} + Q_{31} = (32 + 36) P_0 V_0 = 68 P_0 V_0$$

$$\eta = \frac{12 P_0 V_0}{68 P_0 V_0} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1)  $\frac{3}{2}$ ; 2)  $\frac{16}{9}$ ; 3)  $\frac{3}{17}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

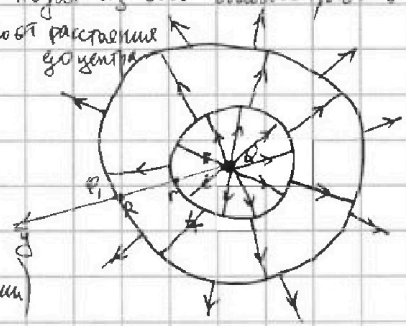


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Т.к. система симметрична, эл. поле (заряда) тоже будет исходить из него симметрично во все стороны (радиально)  $\Rightarrow$  напряженность и потенциал зависят только от расстояния до центра.  
Введем ось  $y$  с началом в заряде. Тогда в любой точке на этой оси напряженность направлена вдоль оси и равна



$$E_y = \begin{cases} \frac{kQ}{y^2} & , 0 < y < R \text{ или } y > R \\ \frac{kQ}{\epsilon y^2} & , r < y < R \end{cases}$$

( $y$  - расст. до заряда  $Q$ , центр симметрии)

Также верно для точек на оси  $d\varphi = -E_y \cdot dy$   
Пусть  $\varphi_1$  - потенциал на поверхности шара  $\Rightarrow \varphi_1 = \frac{kQ}{R}$ , т.к.  $-(\varphi_1 - \varphi(\infty)) = \int_R^{\infty} \frac{kQ}{y^2} dy$   
 $\Rightarrow \varphi_1 = kQ \cdot (\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R}) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{kQ}{R}$

$\varphi_{II}$  - потенциал на расстоянии  $x=y = \frac{11R}{12} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{\frac{11R}{12}}^R \frac{kQ}{\epsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\epsilon} (\frac{1}{R} - \frac{12}{11R}) = -\frac{kQ}{11\epsilon R}$   
 $\Rightarrow \varphi_{II} = \varphi_1 + \frac{kQ}{11\epsilon R} = \frac{kQ}{R} (1 + \frac{1}{11\epsilon})$ , где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Аналогично найдём потенциал при  $x = \frac{2R}{3}$ :  $\varphi_2 - \varphi_3 = - \int_{\frac{2R}{3}}^R \frac{kQ}{\epsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\epsilon R} (1 - \frac{3}{2}) = -\frac{kQ}{2\epsilon R}$   
 $\Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{kQ}{2\epsilon R} = \frac{kQ}{R} (1 + \frac{1}{2\epsilon})$

и при  $x = \frac{R}{3}$ :  $\varphi_1 - \varphi_3 = - \int_{\frac{R}{3}}^R \frac{kQ}{\epsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\epsilon R} (1 - 3) = -\frac{2kQ}{\epsilon R}$   
 $\Rightarrow \varphi_3 = \varphi_1 + \frac{2kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} (1 + \frac{2}{\epsilon})$

из условия:  $\frac{\varphi_3}{\varphi_0} = 6$ ;  $\frac{\varphi_2}{\varphi_0} = 5 \Rightarrow \frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{1 + \frac{2}{\epsilon}}{1 + \frac{1}{2\epsilon}} = \frac{6}{5}$   
 $\Rightarrow 5 + \frac{10}{\epsilon} = 6 + \frac{3}{\epsilon} \Rightarrow \frac{7}{\epsilon} = 1, \underline{\underline{\epsilon = 7}}$

из условия  $r = \frac{R}{6}$

Ответ: 1)  $\frac{kQ}{R} (1 + \frac{1}{11\epsilon})$ ; 2)  $\epsilon = 7$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

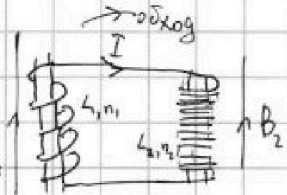
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Две катушки из катушек по II пр. Кирхгофа ЭДС  $\mathcal{E} = I \cdot R \Rightarrow 0$ , т.к.  $R \Rightarrow 0$   
 $\Rightarrow \mathcal{E} = 0$

Но  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt}$  ( $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$  - ЭДС индукции в катушках,  
 $\Phi_1, \Phi_2$  - потоки через них при обходе по контуру)  
 $\Rightarrow \frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} = 0 \Rightarrow$  суммарный поток через катушки  $\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi_2 = \text{const}$

I-ток в контуре,  $B_1$  - поле через 1 катушку,  $B_2$  - через вторую. (в направлении на ось вправо)  
 В исходном состоянии  $\Phi_0 = B_{10} S \cdot n_1 + B_{20} S \cdot n_2$   
 ( $B_{10} = B_0, B_{20} = 4B_0$  по условию пункта 2 - начальное магн. поле)



В произвольный момент  $\Phi_0 = B_1 \cdot S \cdot n_1 + L_1 \cdot I - B_2 \cdot S \cdot n_2 + L_2 \cdot I$   
 $\Rightarrow \frac{d\Phi_0}{dt} = 0 = \dot{B}_1 \cdot S n_1 + (L_1 + L_2) \dot{I} - \dot{B}_2 \cdot S n_2$

1)  $\dot{B}_2 = 0, \dot{B}_1 = -\alpha \Rightarrow -\alpha S n_1 + (L_1 + L_2) \dot{I} = 0, \dot{I} = \frac{\alpha S n_1}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S n}{L + \frac{3}{4}L} = \frac{4}{13} \frac{\alpha S n}{L}$

2)  $\Phi_0 = B_0 \cdot S \cdot n_1 - 4B_0 \cdot S \cdot n_2 = B_0 S n (1 - 4 \cdot \frac{3}{2}) = -5B_0 S n$   
 $\Phi_0 = \frac{3}{4} B_0 S n_1 - \frac{B_0 S}{3} \cdot n_2 + (L_1 + L_2) \cdot I = B_0 S n (\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}) + L \cdot (1 + \frac{3}{4}) I$

$\Rightarrow -5B_0 \cdot S n = -\frac{13}{4} B_0 S n + \frac{7}{4} L I \Rightarrow I = \frac{4}{13L} B_0 S n \cdot (\frac{13}{4} - 5) = -\frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$

$|I| = \frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$

Ответ: 1)  $\frac{4}{13} \frac{\alpha S n}{L};$  2)  $\frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$

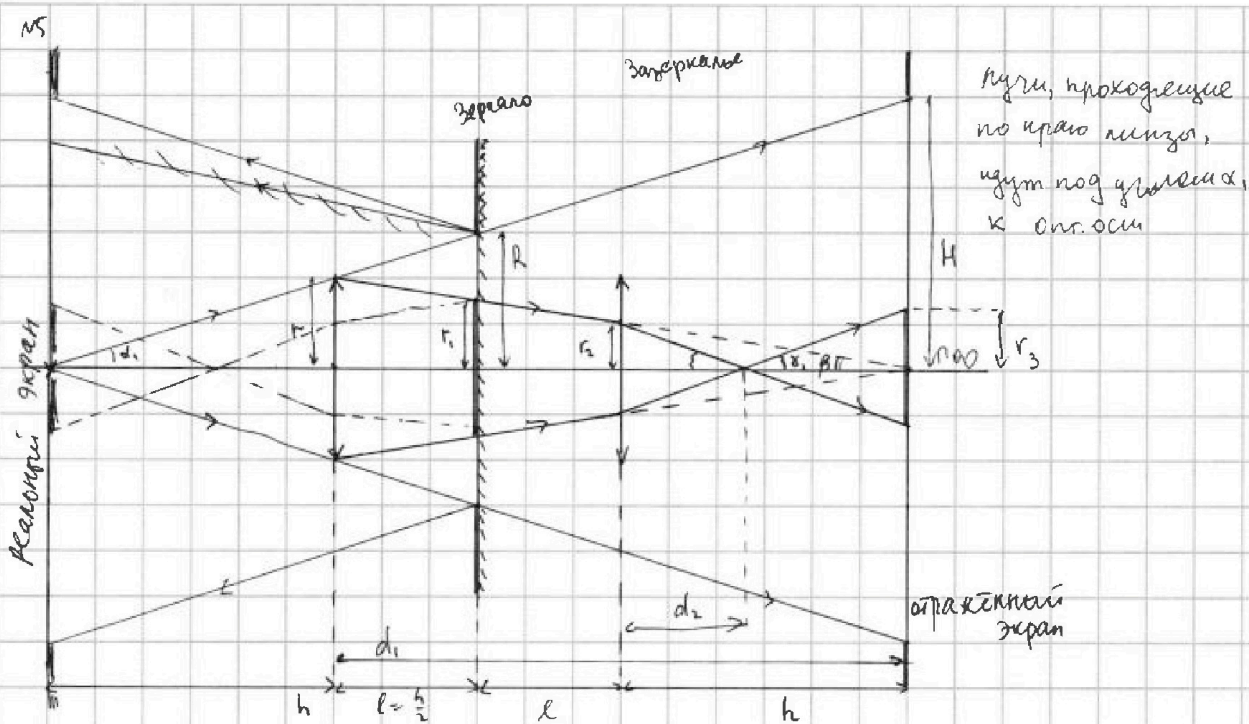


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



После линзы лучи не изменяют своего хода, т.к. не попали в линзу. Они освещают зеркало на расстоянии  $\geq R$  от оси. Из геометрии  $\tan \alpha = \frac{R}{h+l} = \frac{r}{h}$  (см. рис.)  $\Rightarrow R = r \cdot \frac{h+l}{h} = \frac{3}{2}r$ .

Лучи, прошедшие через линзу, будут идти в точку на оси на расстоянии  $d_1$  от линзы. По ФТЛ  $\frac{1}{h} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F} = \frac{3}{2h} \Rightarrow d_1 = \frac{Fh}{h-F} = h \cdot \frac{\frac{3}{2}h}{\frac{3}{2}h - h} = 2h$ .

Эти лучи пойдут под углом  $\beta$  к оси:  $\tan \beta = \frac{r_1}{2h-l} = \frac{r_1}{2h-l}$ , где  $r_1$  - расстояние от оси, на котором они пересекут зеркало  $\Rightarrow r_1 = r \cdot \frac{2h-l}{2h} = \frac{3}{4}r < r$

1) Таким образом, у зеркала освещена ~~фрагмент~~ точка, лежащая не далее, чем на  $\frac{3}{4}r$  от оси и не менее, чем на  $R = \frac{3}{2}r$  от оси  $\Rightarrow$  не освещена площадь  $S_1 = \pi R^2 - \pi r^2$

$$S_1 = \pi r^2 \left( \frac{9}{4} - \frac{1}{16} \right) = 9\pi r^2 \cdot \frac{3}{16} = \frac{27\pi r^2}{16} \quad S_1 = \frac{27\pi \cdot 16 \text{ см}^2}{16} = \underline{\underline{27\pi \text{ см}^2}}$$

2) отражим всю систему от зеркала: тогда все лучи можно считать, что пройдут через зеркало прямо, а на "отраженном" экране светит то же, что и реальное лучи на реальном экране.

лучи, которые не попали в линзу, пойдут дальше под углом  $\alpha$  к оси (удалились от нее), и попадут на отв. экран на расстоянии  $H = 2(h+l) \cdot \tan \alpha = 2(h+l) \cdot \frac{r}{h} = r \cdot \frac{2(h+l)}{h} = 3r$  от оси

лучи, которые после первой линзы собирались к оси, преломятся (все) и во второй. Для нее они будут идти в минимальном источнике  $\Rightarrow$  на расстоянии  $d_1 - 2l = 2h - 2 \cdot \frac{h}{2} = h$  за линзой

$\Rightarrow$  они соберутся на расстоянии  $d_2$  за отраженной линзой: по ФТЛ  $-\frac{1}{h} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F} = \frac{3}{2h}$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{2}{3}h$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

После преломления во 2 линзе преломленные (крайние) лучи лучка

будут идти параллельно  $\delta_1$  к оси.

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{r_2}{d_2} = \frac{\sqrt{3}}{h-d_2}, \text{ где } r_2 - \text{ радиус освещенного пятна на 2 линзе, } r_3 - \text{ расстояние от оси}$$

на котором эти лучи попадут на экран.  $r_2 = h \cdot \operatorname{tg} \beta = h \cdot \frac{r}{2h} = \frac{r}{2}$

$$\Rightarrow r_3 = r_2 \cdot \frac{h-d_2}{d_2} = \frac{r}{2} \cdot \frac{h-\frac{2}{3}h}{\frac{2}{3}h} = \frac{r}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}r$$

Таким образом, на экране будет освещено круглое пятно вокруг оси с

радиусом  $r_3 = \frac{3}{4}r$ , а также все, что находится на  $H = 3r$  и больше от оси

$$\Rightarrow \text{площадь неосвещенной части } S_2 = \pi H^2 - \pi r_3^2 = \pi r^2 \left( 9 - \frac{9}{16} \right) = 9\pi r^2 \cdot \frac{15}{16}$$

$$S_2 = 135\pi \cdot \frac{16 \text{ см}^2}{16} = 135\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1)  $27\pi$  (см<sup>2</sup>); 2)  $135\pi$  (см<sup>2</sup>)



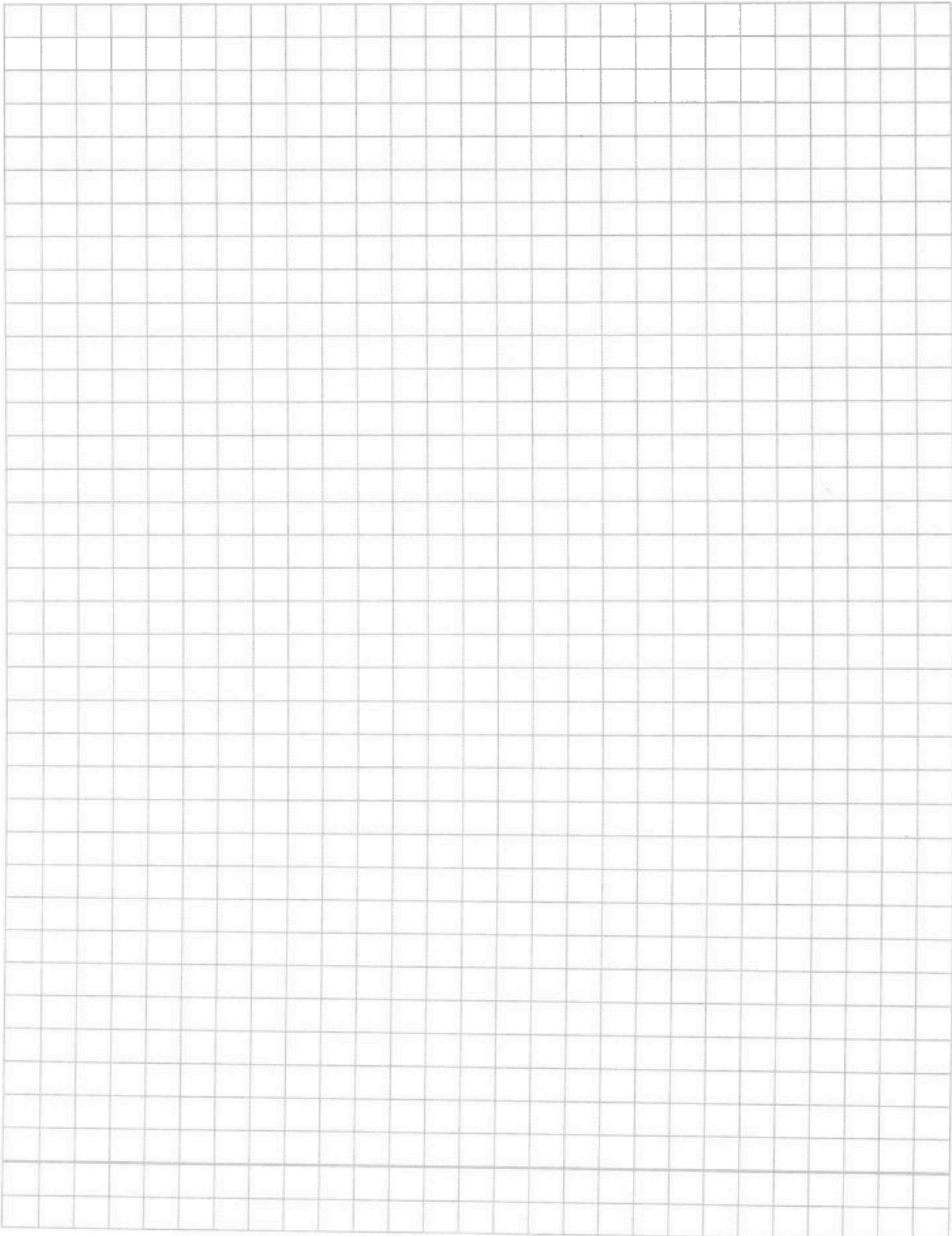


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

*Handwritten notes and diagrams:*

*Handwritten:*  $\varphi_1 + 2 \frac{kQ}{rR}$

*Handwritten:*  $\frac{\varphi_1 + \frac{kQ}{2rR}}{\varphi_1 + \frac{kQ}{rR}} = \frac{6}{5}$

*Handwritten:*  $5\varphi_1 + \frac{10kQ}{rR} = 6\varphi_1 + \frac{3kQ}{rR}$

*Handwritten:*  $\frac{kQ}{r} \left(6 - \frac{54}{11\epsilon}\right) \frac{1}{2h} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2h}$

*Handwritten:*  $1 + \frac{1}{11\epsilon}$

*Handwritten:*  $\frac{kQ}{\epsilon R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{Q + q_{\text{ung}}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{\text{ung}} = Q \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right)$

*Handwritten:*  $\sigma_1 = \frac{Q \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon}}{4\pi R^2}$

*Handwritten:*  $6 - \frac{54}{11\epsilon} = 1 + \frac{1}{11\epsilon}$

*Handwritten:*  $5 = \frac{55}{11}$

*Handwritten:*  $dS = 2\pi R dx$

*Handwritten:*  $x \in [R_0 - r_0; R_0 + r_0]$

*Handwritten:*  $d\varphi = \frac{kQ \cdot 2\pi R dx}{\sqrt{x^2 + R_0^2 - (r_0 - x)^2}}$

*Handwritten:*  $d\varphi = \frac{kQ \cdot 2\pi R_0 \cdot dx}{\sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x}} = \frac{kQ \cdot 2\pi R_0 \cdot d(\frac{1}{2}R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x)}{x r_0 \sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x}}$

*Handwritten:*  $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{d\varphi}{x^{\frac{1}{2}}}$

*Handwritten:*  $\varphi = \frac{kQ_0}{r_0} \cdot \pi \cdot 2 \left( \sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 R_0} - \sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0^2} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}$

*Handwritten:*  $(R_0 + r_0)^2 - R_0^2 - (R_0 - R_0 - r_0)^2$

*Handwritten:*  $(R_0 - r_0)^2 + R_0^2 - (R_0 - R_0 + r_0)^2$

*Handwritten:*  $\varphi = \frac{kQ_0}{r_0} 2\pi \left( R_0 + r_0 - \sqrt{R_0^2 + 2r_0 R_0 - 3r_0^2} \right)$

*Handwritten:*  $r_0 \rightarrow R_0$

*Handwritten:*  $R_0^2 + 2R_0^2 - 3R_0^2 = 0$

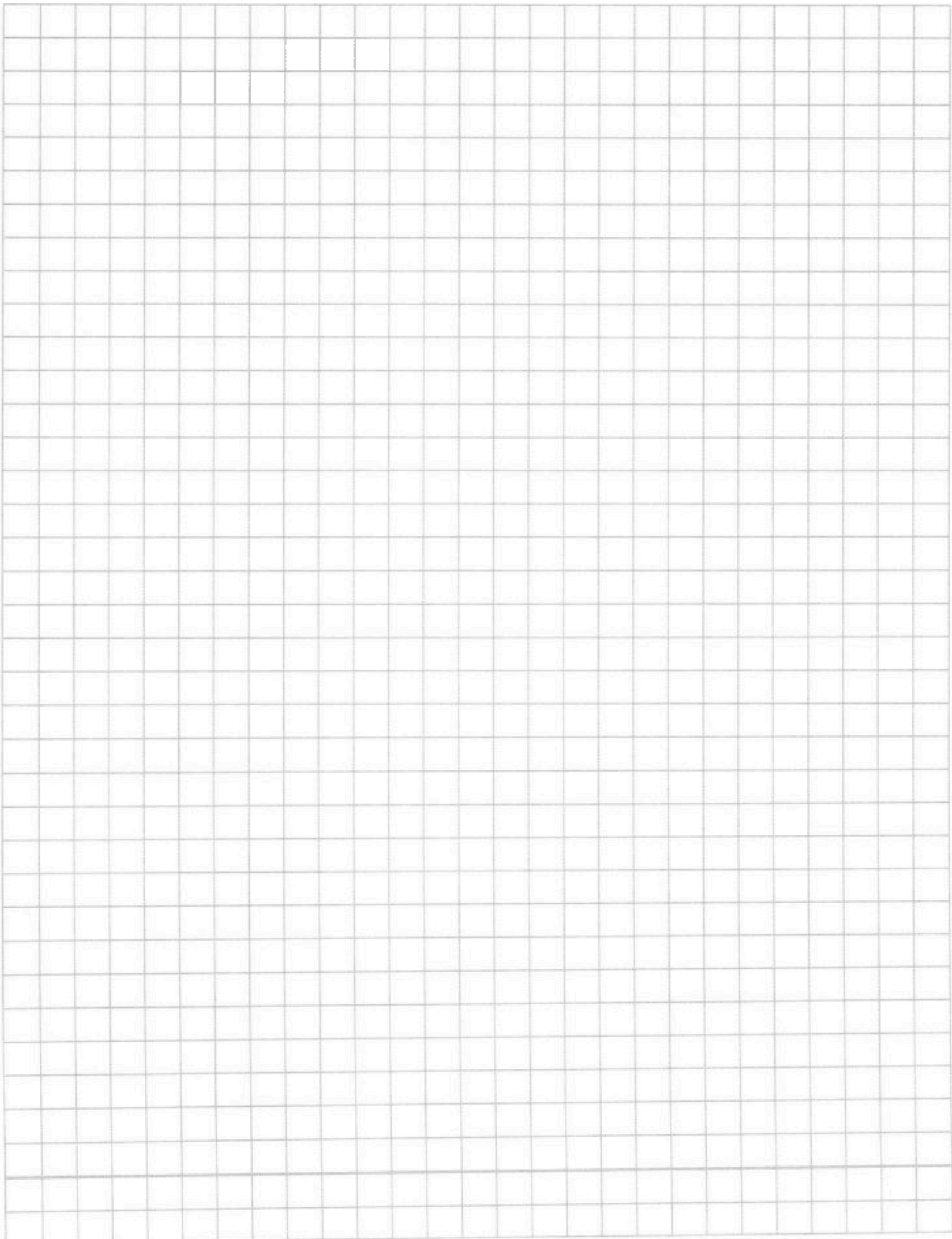


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

