



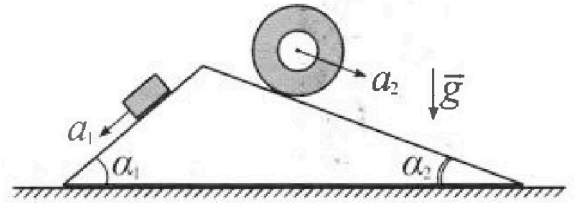
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

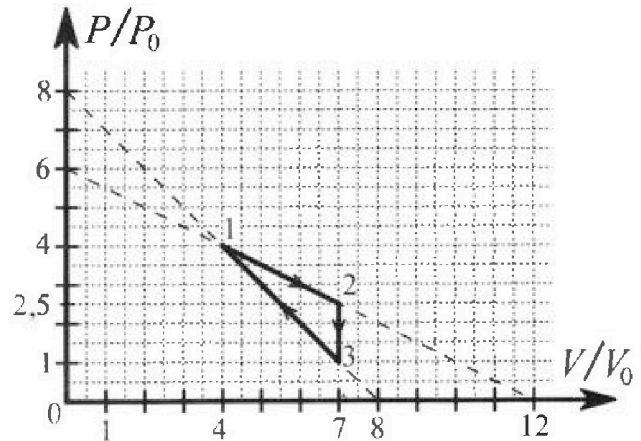


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

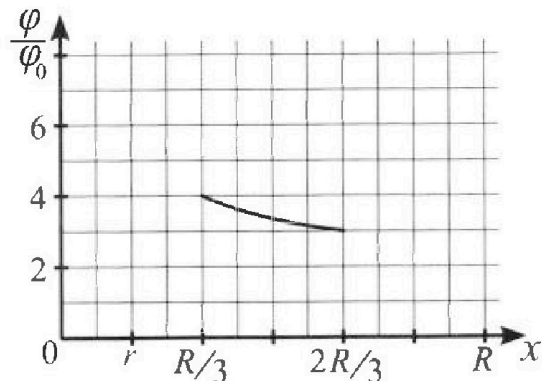
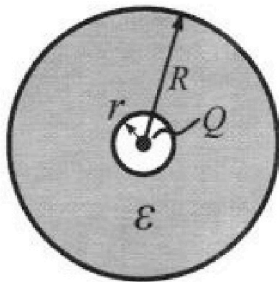
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





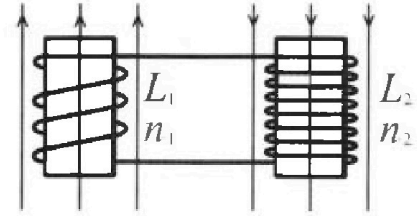
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

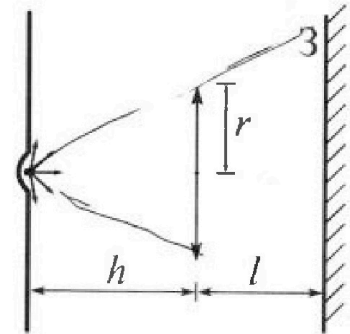


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

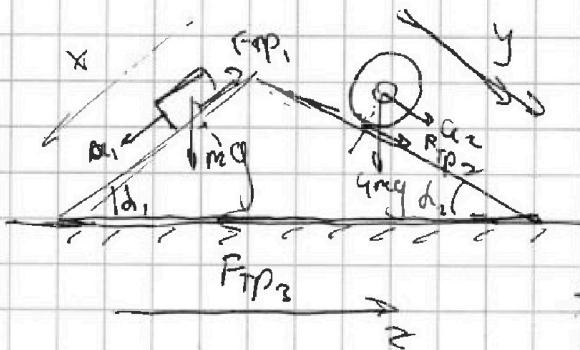


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



а) расн 2 з-н Ньютона

на Ox для спуска:

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{TP1}$$

$$\Rightarrow F_{TP1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$$

$$= mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$$

б) расн 2 з-н Ньютона на Oy для

вращения: $4ma_2 = F_{TP2} + 4mg \sin \alpha_2$

$$\text{Отсюда } F_{TP2} = 4m(a_2 - g \sin \alpha_2) =$$

$$= 4mg \left(\frac{5}{24} - \frac{5}{13} \right) = -4mg \cdot \frac{55}{24 \cdot 13} = -\frac{55}{78} mg$$

т.е. по модулю $F_{TP2} = \frac{55}{78} mg$

в) по 2 з-ну Ньютона, расн на OZ :

$$F_{TP3} = F_{TP1} \cos \alpha_1 - F_{TP2} \cos \alpha_2$$

$$F_{TP3} = F_{TP1} \cos \alpha_1 - F_{TP2} \cos \alpha_2 = mg \cdot \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} -$$

$$- mg \cdot \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} = mg \left(\frac{14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 6 - 55 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 5}{65 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 6} \right) =$$

$$= mg \frac{4368 - 16500}{5 \cdot 5070} = -\frac{12132}{5 \cdot 5070} mg = -\frac{2022}{4225} mg$$

$$\Rightarrow |F_{TP3}| = \frac{2022}{4225} mg$$

Ответ: $F_{TP1} = \frac{14}{65} mg$; $F_{TP2} = \frac{55}{78} mg$; $F_{TP3} = \frac{2022}{4225} mg$

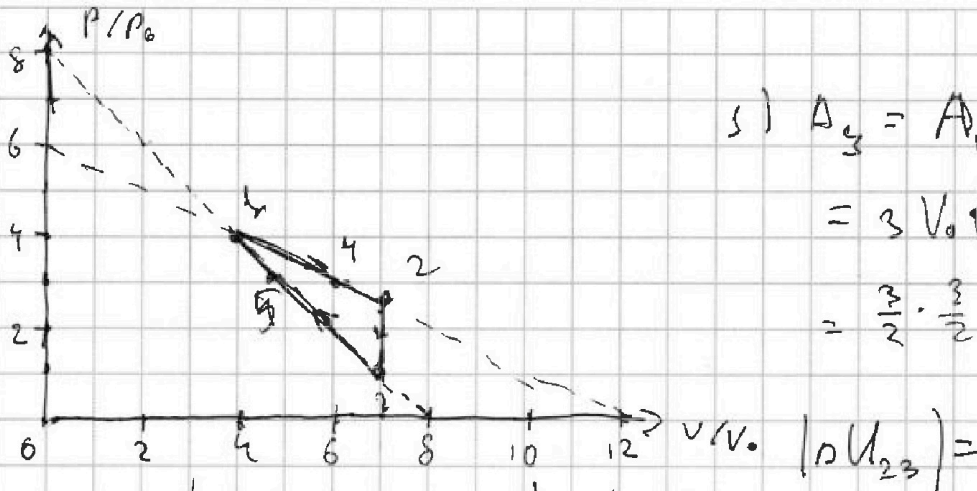


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 1) \Delta \zeta &= A_{12} - A_{21} = \\ &= 3 V_0 \left(\frac{4 + 2.5 - (1 + 4)}{2} \right) P_0 = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} V_0 P_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left| \frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) \right| = \left| \frac{3}{2} (7 \cdot 1 - 7 \cdot 2.5) P_0 V_0 \right| = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 P_0 V_0 \\ \Rightarrow \frac{|\Delta U|}{A_4} &= 7 \end{aligned}$$

2) проз 1-2 описывается, как $f = \left(-\frac{v}{2v_0} + 6 \right) P_0$

мы хотим найти касание с изобарой, или

$$\left(\frac{P}{P_0} \cdot \frac{v}{2v_0} \right)' = 0 = \left(\frac{v}{v_0} \left(-\frac{v}{2v_0} + 6 \right) \right)' = -\frac{v}{v_0} + 6 \Rightarrow \frac{v}{v_0} = 6 \quad (\pi. 4)$$

$$\Rightarrow \frac{T_4}{T_0} = \frac{3 P_0 \cdot 6 V_0}{4 P_0 \cdot 4 V_0} = \frac{4.5}{16} = \frac{9}{8}$$

3) $\eta = \frac{A_0}{Q_3}$ Q_3 можно найти из точек

касания 1-2 и 3-1 с адиабатами. Тогда

$$\left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{v}{2v_0} + 6 \right)' = \left(2 - \frac{5v}{4v_0} \right)' + 9 = 0 \Rightarrow \frac{v}{v_0} = \frac{4.9}{5} = \frac{36}{5} > 7 \Rightarrow$$

\Rightarrow 1-2 - всегда нагрев

$$\left(\left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{v}{v_0} + 8 \right) \right)' = -\frac{5}{4} \frac{v}{v_0} + 12 = 0 \Rightarrow \frac{v}{v_0} = \frac{24}{5} \quad (\pi. 5)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Следовательно подведем тепла учёт на

уч. 3-5. Тогда $Q_3 = Q_{12} + Q_{35}$

$$A_{12} + \Delta U_{12} = 3V_0 \cdot \frac{4+2.5}{2} P_0 + \frac{3}{2} (7 \cdot 2.5 - 4 \cdot 4) P_0 V_0 =$$

$$= \frac{3}{2} P_0 V_0 (6.5 + 1.5) = 12 P_0 V_0$$

$$Q_{35} = A_{35} + \Delta U_{35} = (7V_0 - \frac{24}{5}V_0) \cdot \frac{1 + (8 - \frac{24}{5})}{2} P_0 +$$

$$+ \frac{3}{2} \left(\frac{24}{5} (8 - \frac{24}{5}) - 7 \right) P_0 V_0 = \frac{11}{5} V_0 \cdot \frac{21}{10} P_0 + \frac{327}{50} P_0 V_0 =$$

$$= \frac{558}{50} P_0 V_0 = \frac{279}{25} P_0 V_0$$

Тогда $\eta = \frac{\frac{3}{2} P_0 V_0}{12 P_0 V_0 + \frac{279}{25} P_0 V_0} = \frac{9 \cdot 25}{579 \cdot 4} = \frac{75}{772}$

Ответ: $\frac{Q_{32}}{A_{32}} = 7$; $\frac{T_4}{T_3} = \frac{9}{8}$; $\eta = \frac{75}{772}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

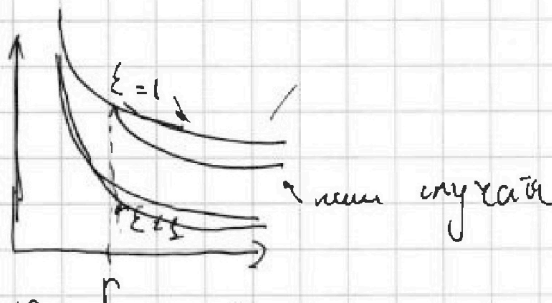
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) При постоянном ϵ , форма потенциала будет:

$$\frac{kQ}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \rightarrow \text{Но т.к. } \epsilon \text{ у нас разная}$$

то, если провести график $\varphi(x)$, то



т.е. $\frac{\varphi(R_1)}{\varphi_0} \neq \epsilon, \text{ где } (R_1 > r)$

и будет:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0}(R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\epsilon-1}{r} \right)$$

Отсюда: $\frac{\varphi}{\varphi_0}(R_1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{r + R_1 + \epsilon R_1}{R_1 r}$

$R_1 = \frac{R}{\epsilon} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_0}\left(\frac{R}{\epsilon}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{4r + \frac{R}{\epsilon} + \epsilon R}{Rr}$

2) Отсюда: $\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{3r - R + \epsilon R}{Rr} = 4\varphi_0$

$\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{3R - 2R + 2\epsilon R}{2Rr} = 3\varphi_0$

$\frac{2(3r - R + \epsilon R)}{3r - 2R + 2\epsilon R} = \frac{4}{3}$

из графика $r = \frac{R}{\epsilon} = \frac{2(\epsilon-1)}{3}$

$18r - 6R + 6\epsilon R = 12r - 8R + 8\epsilon R$

$6r = 2R\epsilon - 2R + 2\epsilon R$

$3r = R(\epsilon - 1) / 3$

$\Rightarrow 2\epsilon = 1.5$

Ответ: $\frac{\varphi}{\varphi_0}\left(\frac{R}{\epsilon}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{4r - R + \epsilon R}{Rr}$
 $\epsilon = 1.5$

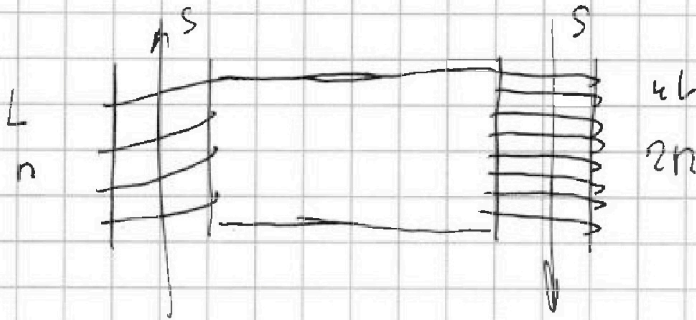


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 5) \quad \mathcal{E}_n &= \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB S n}{dt} = d S n \Rightarrow \mathcal{E}_n = \text{const} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \text{const} \Rightarrow U_{\text{изм}} = 0 \end{aligned}$$



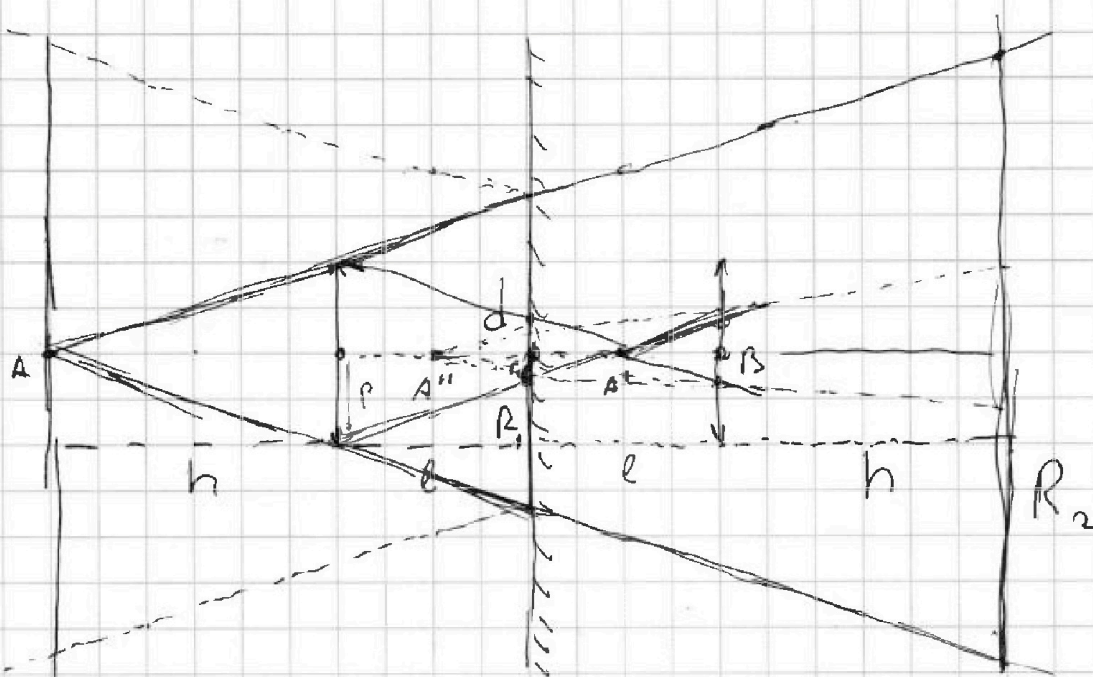
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) В т.к. зеркало, то мы можем отразить картинку от него. Тогда всё, что прошло не через линзу будет освещено.

Т.е. R_1 тени от линзы на зрачке = $r \cdot \frac{h+l}{h} = \frac{5}{3}r$

А по формуле т.п. $\frac{1}{h} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow d=h$

\Rightarrow кр. $r_{cb} = r \cdot \frac{h-l}{h} = \frac{r}{3} \rightarrow$ площадь тени на

зрачке - $\pi R_1^2 - \pi r_{cb}^2 = \pi r^2 \left(\frac{25-1}{9} \right) = \pi \frac{8}{3} r^2$

= $24\pi \text{ см}^2$

2) R_2 - осв. части на стене - это $r \cdot \frac{2(h+l)}{h}$

= $\frac{10}{3}r$

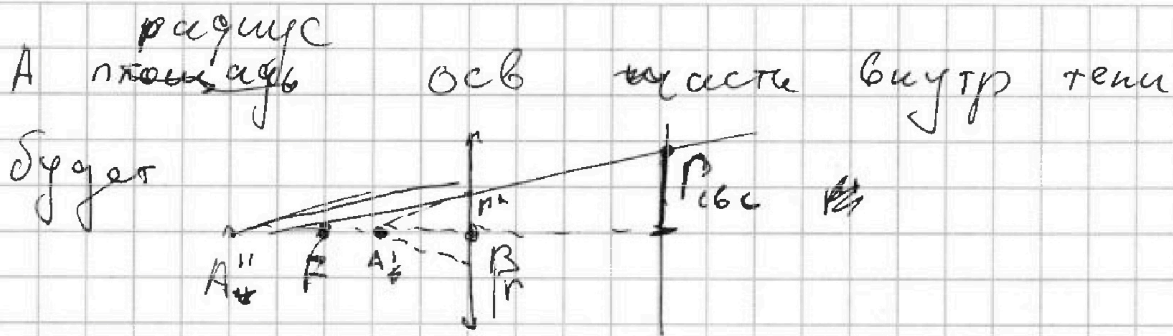


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к. A' лежит в фокусе, то $(2l-h < \frac{h}{2})$
то лучи пойдут, как продолжения лучей
из A'' , тогда $r' = \frac{R}{h} \cdot (2l-h) = \frac{R}{3}$ $A''B = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{\frac{h}{2}} - \frac{1}{\frac{h}{2}}}$

$$- \frac{1}{h} \Rightarrow A''B = h \Rightarrow r_{\text{тени}} = r' \cdot \frac{2h}{h} = 2r' = \frac{2}{3}R$$

$$\Rightarrow S_{\text{тени}} = \pi R^2 - \pi \cdot \left(\frac{2}{3}R\right)^2 = \pi R^2 \left(\left(\frac{10}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right)$$

$$= 96\pi \text{ см}^2$$

Ответ: $S_{\text{тени}} = 24\pi \text{ см}^2$; $S_{\text{тени}} = 96 \text{ см}^2$

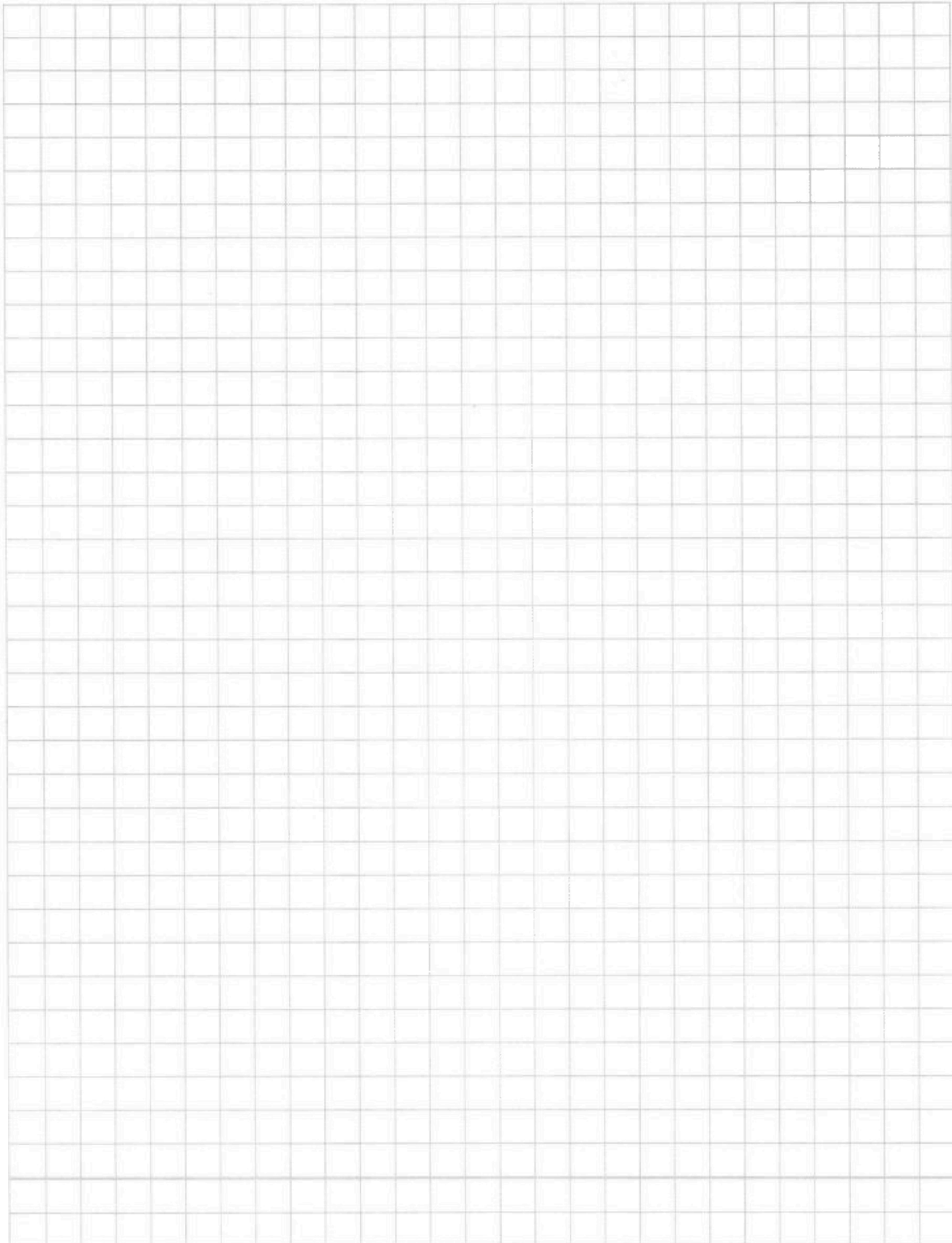


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 14}$$

$$Q_3 = Q_{12} + Q_{34}$$

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$\frac{3}{2} \cdot 8 = 12 P_0 V_0^{\gamma}$$

$$3 \cdot \frac{4+2.5}{2} P_0 V_0^{\gamma} = \frac{3}{5} (16 P_0 V_0^{\gamma} - 7 \cdot 2.5 P_0 V_0^{\gamma})$$

$$\left(V^{\frac{3}{2}} (-V + 8) \right)' = PV^{\frac{3}{2}}$$

$$2 \left(V^{\frac{5}{2}} \right)' + 6 \left(V^{\frac{3}{2}} \right)' = \left(\left(-\frac{V}{2} + 6 \right) V^{\frac{3}{2}} \right)'$$

$$= -\frac{5}{2} V^{\frac{3}{2}} + 12 V^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$-\frac{5}{2} V^{\frac{3}{2}} + 12 V^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$s = \frac{5}{4} V^{\frac{3}{2}}$$

$$V = \frac{36}{5} \Rightarrow \varphi = \frac{kQ}{R}$$

Calculations for the lens system:

$$\frac{1}{113.04 \cdot 10^4} + \frac{1}{11304 \cdot 10^4} = \frac{1}{11304 \cdot 10^4}$$

$$\frac{1}{113.04 \cdot 10^4} + \frac{1}{11304 \cdot 10^4} = \frac{1}{11304 \cdot 10^4}$$

Calculations for the coil system:

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \quad R = \frac{r}{6}$$

$$\frac{3}{2F} + \frac{1}{d} = \frac{2}{2F}$$

$$\frac{1}{d} = -\frac{1}{2F}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta = \frac{24}{5} = \frac{40-24}{5} = \frac{16}{5} \quad \epsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B S}{\Delta t} = \Delta S$$



$$F_{tr} = \frac{16}{5} \cdot \frac{24}{5} = \frac{384}{25}$$

$$F_{tr} = \frac{109}{25} \cdot \frac{3}{2} = \frac{327}{50}$$

$$ma = mg \sin \alpha - F_{tr}$$

$$F_{tr} = mg \sin \alpha - ma = m \left(\frac{3}{5}g - \frac{5}{15}g \right)$$

$$F_{tr} = mg \frac{24-25}{65} = \frac{14}{65} mg$$

$$11.21 = \frac{231}{558}$$

$$\begin{array}{r} 5070 \\ 845 \\ \hline 169 \end{array} \begin{array}{l} 62 \\ 5 \\ 13 \end{array}$$

$$\Delta U = \left[\frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) \right] = \frac{3}{2} \cdot 2 V_0 \cdot \frac{3}{2} P_0 = \frac{9}{4} P_0 V_0$$

$$A_{\text{из}} = 3 V_0 \cdot \left(\frac{4+2.5}{2} P_0 - \frac{1+4}{2} P_0 \right) = \frac{9}{4} P_0 V_0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{A_{\text{из}}} = 7$$

$$P_0 = -\frac{V_0}{2} + 6 P_0 + 4.55$$

$$PV = \text{const}$$

$$P \left(-\frac{V}{2} + 6 P_0 \right) = \left(-\frac{V^2}{2} + 6 P_0 V \right)$$

$$P_0 = -V + 8 \quad V = 6$$

$$P(-V+8) = (-V^2+8V) \Rightarrow -2V+8 \quad V=4$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 R}$$

$$\frac{kQ}{R} \Rightarrow \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2}$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2}$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}$$

$$\begin{array}{r} 558 \\ 279 \\ \hline 16 \\ 14 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16500 \\ 4368 \\ \hline 12132 \\ \times 60 \\ \hline 727920 \\ - 121320 \\ \hline 606600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 120 \\ \hline 50 \\ 25 \\ \hline 300 \\ 1279 \\ \hline 579 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52913 \\ 37 \\ \hline 1193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 337 \\ 28 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12132 \\ 3033 \\ \hline 1011 \\ 837 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 193 \\ \hline 4 \\ 772 \end{array}$$