



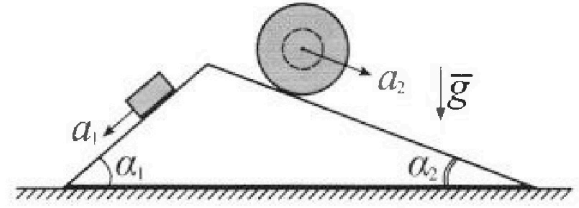
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$).

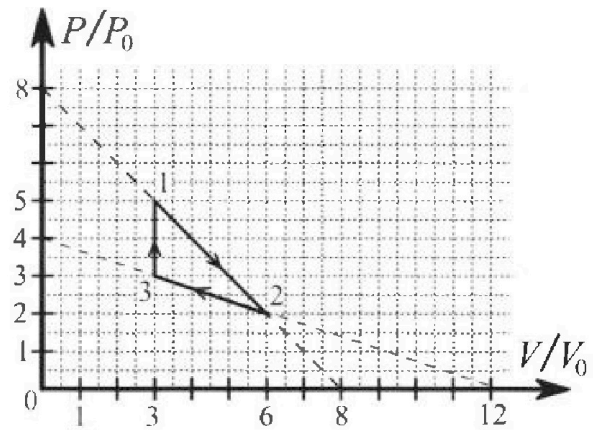


Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.



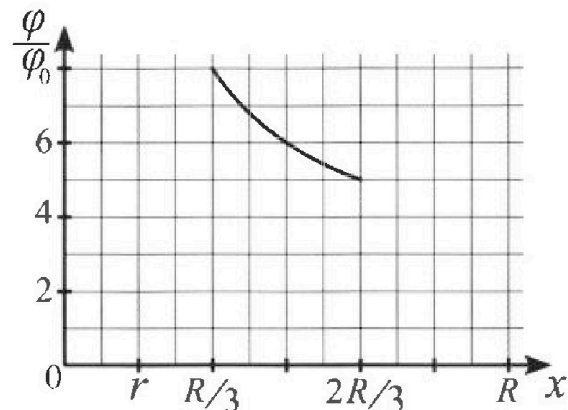
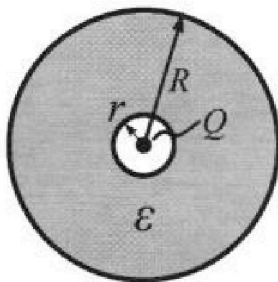
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



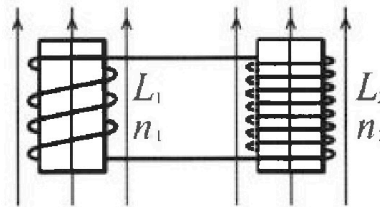
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

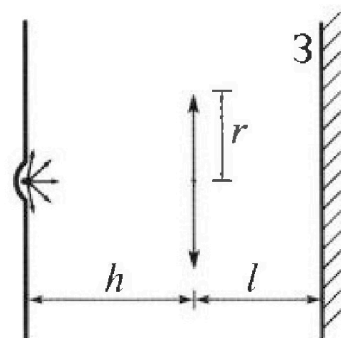


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $2B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $B_0/3$ до $B_0/12$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 2$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h$ расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

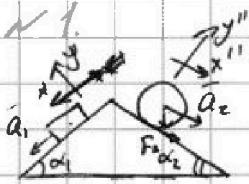


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Для блока ИЗН:

$$Ox': ma_1 = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}$$

$$Oy': mg \cos \alpha = N'$$

$$F_{\text{тр}} = F_f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$F_f = \mu mg \cos \alpha = m(g \sin \alpha - a_1)$$

$$F_f = mg \sin \alpha - ma_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - m \cdot \frac{4g}{17} = mg \cdot \frac{16}{85}$$

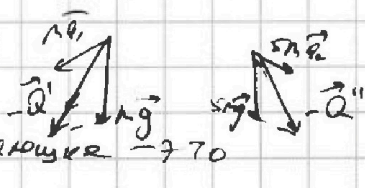
2) Для шара ИЗН: $Ox'': 5ma_2 = F_2 + 5mg \sin \alpha_2$

$$F_2 = 5m(a_2 - g \sin \alpha_2) = 5m \cdot \left(\frac{8g}{25} - g \cdot \frac{8}{17} \right) < 0$$

$$Oy'' = N'' = 5mg \cos \alpha_2$$

Направлено влево, шар $F_2 = 5m \cdot \left(\frac{8}{17}g - \frac{8}{25}g \right) = mg \cdot \frac{5 \cdot 8 \cdot 8}{25 \cdot 17} = mg \cdot \frac{64}{85}$

3) Сила F_3 возникает в противоположные стороны от блока и шара N', N'', F_1, F_2 . Для каждого из этих

тел можем составить уравнение сил: 

$$m a_1 \cos \alpha_1 \text{ и } 5m a_2 \cos \alpha_2 \text{ и } F_3 = |5m a_2 \cos \alpha_2 - m a_1 \cos \alpha_1| =$$

$$= m \left(\frac{8}{25}g \cdot \frac{15}{17} - \frac{7}{17}g \cdot \frac{4}{5} \right) = mg \left(\frac{24}{17} - \frac{28}{5 \cdot 17} \right) = mg \left(\frac{92}{85} \right)$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{16}{85} mg$ 2) $F_2 = \frac{64}{85} mg$ 3) $F_3 = \frac{92}{85} mg$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2. $A_{\text{цикл}}$ - работа за цикл; $A_{\text{н/н}}$ - работа в процессе 1с/с.

$$1) A_{\text{цикл}} = A_{12} - |A_{23}| = 3V_0 \cdot \frac{5p_0 + 2p_0}{2} - 3V_0 \cdot \frac{3p_0 + 2p_0}{2} = 3p_0 V_0$$

$$|\Delta U_{21}| = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} (3V_0 \cdot (5p_0 - 3p_0)) = \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{21}|}{A_{\text{цикл}}} = \frac{9p_0 V_0}{3p_0 V_0} = 3.$$

2) На $1 \rightarrow 2$: $p(V) = 8p_0 - \frac{V}{V_0} p_0 = \frac{p_0 V}{V_0}$. при $V \in [3V_0; 6V_0]$.

$$T = \frac{p_0}{pR} \left(3V - \frac{V^2}{V_0} \right); \quad V_{\text{верш}} = \frac{3}{2 \cdot \frac{1}{V_0}} = 4V_0 - \text{мгн максимума } T \text{ (вершины) параболы}$$

$$T_{\text{max}} = \frac{p_0}{pR} (3 \cdot 2V_0 - 16V_0) = \frac{16p_0 V_0}{pR}$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{pR} = \frac{2p_0 \cdot 6V_0}{pR} = \frac{12p_0 V_0}{pR} - \text{в конце 2.}$$

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

3) $A_{\text{цикл}} = 3p_0 V_0$; найдем Q_{12} , проанализируем $Q_{12} > 0$.
при максимуме $V \in [3V_0; 6V_0]$:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \left(p_0 \left(8 - \frac{V}{V_0} \right) V - 15p_0 V_0 \right)$$

$$A = (V - V_0) \cdot \left(\frac{5p_0 + p_0 \left(8 - \frac{V}{V_0} \right)}{2} \right) = (V - V_0) \left(\frac{13p_0 - p_0 \frac{V}{V_0}}{2} \right)$$

$$A + \Delta U = 12p_0 V - \frac{3}{2} p_0 \frac{V^2}{V_0} - \frac{15}{2} p_0 V_0 + \frac{13}{2} p_0 V - \frac{13}{2} p_0 V_0 - \frac{1}{2} p_0 \frac{V^2}{V_0} + \frac{1}{2} p_0 V =$$

$$= \frac{19}{2} p_0 V - 29p_0 V_0 - 2p_0 \frac{V^2}{V_0} = p_0 \left(-2 \frac{V^2}{V_0} + 19V - 29V_0 \right)$$

$$D = 361 - 8 \cdot 29 = 361 - 232 = 129 \quad \text{при } V \rightarrow 3V_0; Q > 0, \text{ при } V \rightarrow 6V_0; Q > 0$$

$\Rightarrow 1 \rightarrow 2$ - нагрев.

$$Q_{12} = Q_{21} + Q_{12} = \Delta U_{32} + A_{12} = \frac{3}{2} (12p_0 V_0 - 9p_0 V_0) + 3V_0 \cdot \frac{5p_0 + 2p_0}{2} = 20p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{3}{20} (= 0.15) \quad \text{Ответ: 1) } \frac{|\Delta U_{21}|}{A_{\text{цикл}}} = 3; \quad 2) \frac{T_{\text{max}}}{T_2} = \frac{4}{3}$$

$$3) \eta = \frac{3}{20}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14.

$$1) |E_{\text{си}}| = \frac{\Delta B \cdot S \cdot n_1 (L_1 + L_2) n_2}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot S \cdot n_1}{\Delta t} \cdot \frac{L_1 + L_2}{L_1 + L_2} \cdot n_2 \quad \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = \frac{\alpha S n_1}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S n}{10L}$$

$$\left| \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \right| = \alpha \cdot S \cdot n_1 \cdot \frac{1}{L_1} = \frac{\alpha S n}{L}$$

$$\left| \frac{\Delta I_2}{\Delta t} \right| = \alpha \cdot S \cdot n_2 \cdot \frac{1}{L_2} = \frac{\alpha S \cdot 3n}{3L} = \frac{\alpha S n}{3L}$$

2) По формуле $L_1 \Delta I_1 = \Delta B_1 \cdot n_1 S$, если просуммировать малые изменения, то $L_1 (I_1 - 0) = \left(\frac{2B_0}{3} - B_0 \right) \cdot n_1 S$

Тогда в левой катушке то течет сверху вниз, возрастает от 0 до $I_1 = \frac{B_0 n_1 S}{3L}$

$$\frac{L_2 \Delta I_2}{\Delta t} = \frac{\Delta B_2 \cdot n_2 S}{\Delta t} \quad \text{---} \quad L_2 (I_2 - 0) = \left(\frac{B_0}{12} - \frac{B_0}{3} \right) n_2 S$$

Тогда в правой катушке ток течет сверху вниз от 0 до $I_2 = \frac{3B_0 n_2 S}{12L} = \frac{B_0 n_2 S}{4L}$

Но это катушки друг от друга, в самом деле то целки

будет поле суммарной ток $I_1 - I_2 = \frac{B_0 n_1 S}{3L} - \frac{B_0 n_2 S}{4L} = \frac{B_0 n S}{4L}$, мк.

$\Delta \Phi$ с самодуками и индукционными токи противополо-

направлены. Ответ: 1) $\left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = \frac{1}{10} \frac{\alpha S n}{L}$

2) $\frac{B_0 n S}{4L}$

2) $\Delta \Phi$ с индукции суммарной в цепи:

$$E_{\text{и}} = S \left| \frac{\Delta B_1}{\Delta t} n_1 - \frac{\Delta B_2}{\Delta t} n_2 \right|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если просуммировать малые множители индукции, получим $\mathcal{E}_i = \frac{S}{\tau} \left| \left(\frac{B_0}{12} - \frac{B_0}{3} \right) 3n - \left(\frac{2B_0}{3} - B_0 \right) n \right| = \frac{5B_0 n S}{12\tau}$,

где τ - некоторое время, в течение которого имелась индукция. Эта $\mathcal{E}_i = \frac{(L_1 + L_2) I}{\tau} \Rightarrow I = \frac{5B_0 n S}{12k \cdot 10L} = \frac{B_0 n S}{24L}$.

Ответ: 1) $\frac{1}{10} \frac{S n}{L}$

2) $\frac{1}{24} \frac{B_0 n S}{L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

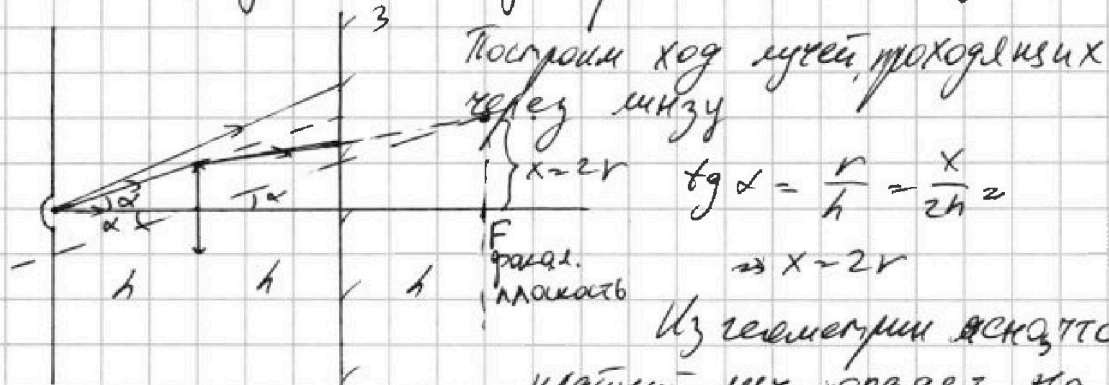
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

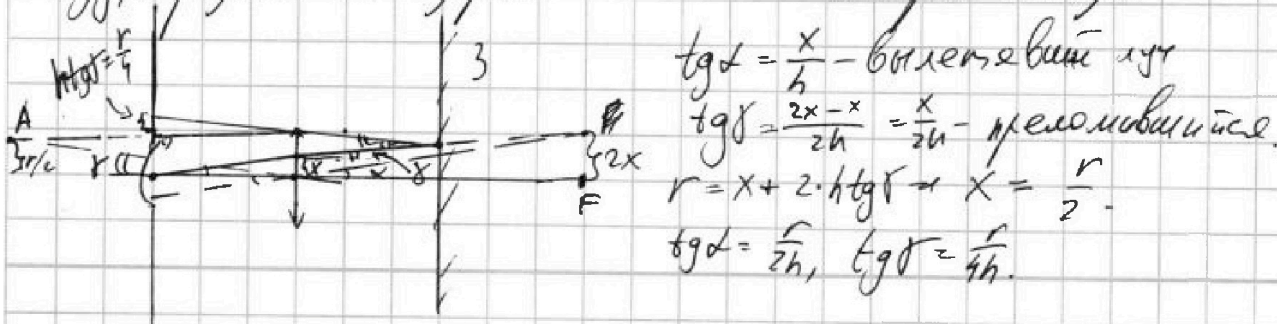
П.к. $d = h \leftarrow F = 2h$, но изображение лампы в линзе будет мнимое, лучи не смогут пройти сквозь линзу



и все лучи, прошедшие сферу образуют пятно радиуса $\frac{3r}{2}$, а если чуть дальше крайнего луча, то он попадет на Z на расстоянии $2r$.

$$S_{\text{пятно}} = \pi \cdot (2r)^2 - \pi \left(\frac{3r}{2}\right)^2 = 4\pi r^2 - \frac{9\pi r^2}{4} = \frac{7\pi r^2}{4} = 7\pi \text{ см}^2$$

2) Крайний луч в этом пункте - тот, который прошел через линзу, отразился от зеркала и попал в край линзы.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поступаем пятно от лучей, преломившихся ~~от~~^{от} линзы
убавится.

Точка А соединяется преломившимся луч и параллельной
исходному через центр линзы O находится на высоте

$\frac{r}{2} = 2h \cdot \tan \alpha$ Значит этот крайний луч падает на
стену на расстоянии $r - \frac{r}{2} = \frac{3r}{4}$ от лампы, а край
выше луч на расстоянии $r + \frac{r}{4} = \frac{5r}{4}$.

$$\Rightarrow S_{\text{красн. в.}} = \pi \cdot \left(\frac{5r}{4}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{3r}{4}\right)^2 = \pi r^2 = 4\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1) $4\pi \text{ см}^2$ 2) $4\pi \text{ см}^2$.

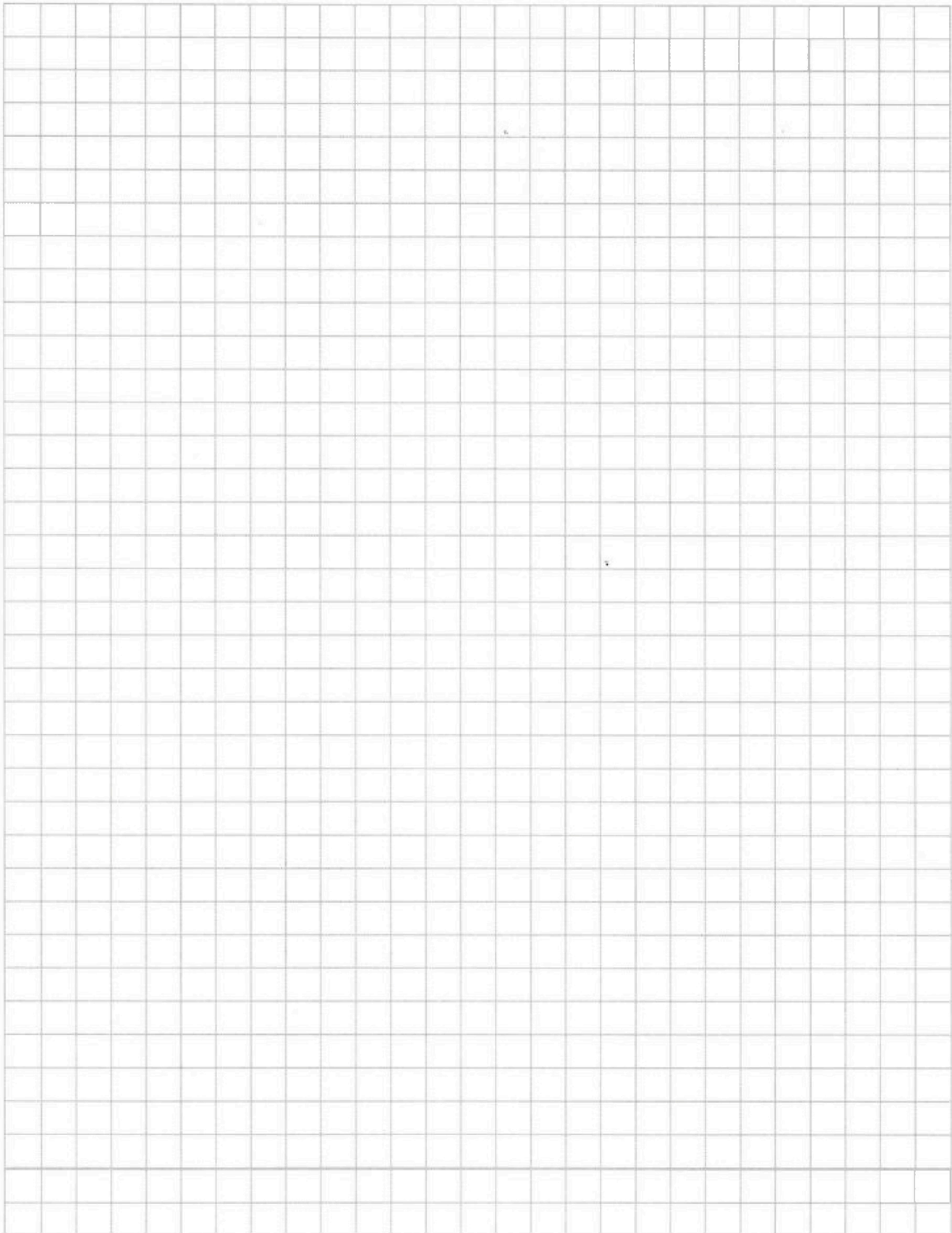


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{6}{R} - \frac{6}{ER} + \frac{3}{ER} = \frac{6}{R} + \frac{3}{ER} = \frac{6}{R} - \frac{18}{25R} = \frac{6}{R} - \frac{18}{4R} = \frac{24}{4R}$$

$$\frac{6}{R} - \frac{6}{ER} + \frac{2}{ER} = \frac{6}{R} + \frac{4}{ER} = \frac{6}{R} - \frac{12}{3R} + \frac{4}{ER} = \frac{6}{R} - \frac{12}{3R} + \frac{4}{ER}$$

$$\frac{6}{R} - \frac{6}{ER} + \frac{3}{2ER}$$

$$\frac{6}{R} - \frac{36}{25R} + \frac{9}{25R} = \frac{6}{R} - \frac{27}{25R}$$

$$24 - 16 = 18 - 9$$

$$\frac{6}{R} - \frac{36}{4R} + \frac{9}{4R} = \frac{6}{R} - \frac{27}{4R} = \frac{15}{4R}$$

$$\frac{1}{ER} = \frac{2}{R} - \frac{4}{3ER}$$

$$\frac{4}{3ER} = \frac{2}{R}$$

$$E = \frac{6}{4} \cdot \frac{4}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

1) $x = \frac{3R}{4}$ - в квадранте, формула для потенциала

$$\varphi\left(\frac{3R}{4}\right) = k \frac{Q}{\varepsilon \frac{3R}{4}} = \frac{4kQ}{3\varepsilon R}$$

2) Из графика $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) : \varphi\left(\frac{R}{2}\right) : \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 8 : 6 : 5$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right) - \varphi\left(\frac{R}{2}\right)}{\varphi\left(\frac{R}{2}\right) - \varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = 2 = \frac{\frac{3}{R} - \frac{2}{R}}{\frac{2}{R} - \frac{3}{2R}} \text{ - пошучю.}$$

$$\varphi(r) = \int E(r) dr = k \frac{Q}{r} + \int k \frac{Q dx}{x^2} = k \frac{Q}{r} - k \frac{Q}{\varepsilon r} + k \frac{Q}{\varepsilon x}$$

$$\varphi\left(\frac{3R}{4}\right) = k \frac{Q}{r} + k \frac{Q}{\varepsilon \cdot \frac{3R}{4}} = kQ \left(\frac{1}{r} + \frac{4}{3\varepsilon R} \right)$$

2) Из графика $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) : \varphi\left(\frac{R}{2}\right) : \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 8 : 6 : 5$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{R}{2}\right)} = \frac{\frac{6}{R} + \frac{3}{\varepsilon R} \frac{6}{\varepsilon R}}{\frac{6}{R} + \frac{2}{\varepsilon R} \frac{6}{\varepsilon R}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varepsilon = \frac{7}{6} \text{ - такая удовлетворяет}$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{2}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\frac{6}{R} + \frac{2}{\varepsilon R}}{\frac{6}{R} + \frac{5}{2\varepsilon R}} = \frac{13}{15} = \frac{6}{5} \text{ - подходит.}$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{2}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{6}{5}$$

Ответ: ~~$\varepsilon = \frac{7}{6}$~~ 1) $\varphi\left(\frac{3R}{4}\right) = k \frac{Q}{r} + k \frac{4Q}{3\varepsilon R} - k \frac{Q}{\varepsilon r}$

$$2) \varepsilon = \frac{7}{6}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

Из графика видно, что $r < \frac{R}{3}$, значит весь шуброженный интервал находится внутри диэлектрика.

Также из графика получаем, что $\varphi(\frac{R}{3}) : \varphi(\frac{R}{2}) : \varphi(\frac{2R}{3}) = 8 : 6 : 5$
 $(\varphi(\frac{2R}{4})) : n$

Наш график - часть гиперболы (сдвинута):

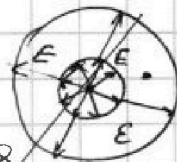
$$\varphi(\frac{R}{3}) - \varphi(\frac{R}{2}) = k \frac{3Q}{\epsilon R} - k \frac{2Q}{\epsilon R} = k \frac{Q}{\epsilon R} = \frac{8x - 6x}{6x - 5x}$$

$$\varphi(\frac{R}{2}) - \varphi(\frac{2R}{3}) = k \cdot \frac{2Q}{\epsilon R} - k \cdot \frac{3Q}{2\epsilon R} = k \frac{Q}{2\epsilon R} = \frac{3}{4} = \frac{6x - 5x}{6x - 4x}$$

$$\varphi(\frac{R}{2}) - \varphi(\frac{3R}{4}) = k \cdot \frac{2Q}{\epsilon R} - k \frac{4Q}{3\epsilon R} = k \frac{2Q}{3\epsilon R} = 6 - n = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3} = \frac{\varphi(\frac{2R}{4})}{\varphi_0}$$

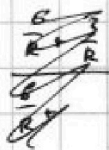
$$1) \varphi(\frac{3R}{4}) = k \frac{Q}{r} + k \frac{Q}{\epsilon(\frac{3R}{4} - r)}$$



$$2) \varphi(\frac{R}{3}) / \varphi(\frac{R}{2}) = \frac{4}{3} = \frac{k \frac{6Q}{R} + k \frac{Q}{\epsilon(\frac{R}{3})}}{k \frac{6Q}{R} + k \frac{Q}{\epsilon(\frac{R}{2})}} = \frac{6 + \frac{6}{\epsilon}}{6 + \frac{3}{\epsilon}} \Rightarrow 24 + \frac{12}{\epsilon} = 18 + \frac{18}{\epsilon}$$

$$6 = \frac{6}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = 1.$$

$$\frac{6}{R} - \frac{3}{R} = \frac{3}{R}$$



$$\frac{1}{\epsilon R} - \frac{2}{\epsilon R} = \frac{3}{2\epsilon R}$$

$$4 \cdot \frac{6}{R}$$

$$\frac{6}{R} + \frac{3}{\epsilon R} \Rightarrow \frac{1}{\epsilon R} = \frac{1}{3} \left(\frac{6}{R} + \frac{2}{\epsilon R} \right)$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\epsilon R} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{2}{\epsilon R} - \frac{2}{\epsilon R}$$

$$k \frac{6Q}{R} + k \frac{Q}{\epsilon R} = k \cdot \frac{8Q}{R}$$

$$\frac{3x}{R} - \frac{3}{\epsilon R} = \frac{2}{R}$$

$$\varphi = \int E(r) dr = k \frac{Q}{r} + \frac{kQ}{\epsilon x} \Big|_{\varphi_0} = 2k \frac{Q}{r} - k \frac{Q}{\epsilon}$$

$$\frac{18}{\epsilon R} = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{\epsilon R} - \frac{6}{R} \right)$$

$$\int \frac{kQ}{\epsilon x^2} dx = - \frac{kQ}{\epsilon x} \Big|_R^r$$

$$\frac{3}{\epsilon R} - \frac{6}{R} = \frac{2}{R} - \frac{6}{R}$$

$$\frac{6}{R} - \frac{6}{\epsilon R}$$